1118　測驗　班級　　姓名　　座號

一、單選題 (25 題　每題 4 分　共 100 分)

(　　　) 1.若 x、y 為實數，且 $x^2+y^2=40$，則 $x+3y$ 的最大值為 (A)5　(B)10　(C)15　(D)20

【龍騰自命題.】

解答　D

解析　$\because\ (x^2+y^2)(1^2+3^2)\ge(x+3y)^2$　$\therefore\ 40\times10\ge(x+3y)^2$

$\Rightarrow\ -20\le x+3y\le 20$

(　　　) 2.將 $(3x-2)^2$ 展開後為　(A) $9x^2-4$　(B) $9x^2+4$　(C) $9x^2+12x+4$　(D) $9x^2-12x+4$

【龍騰自命題.】

解答　D

(　　　) 3.設 $(2a-b)x^2-(a-2b)x-2$ 為 x 之一次多項式，且領導係數為 3，則 $2a+b=$　(A) 2　(B) 3　(C) 4　(D) 5

【隨堂講義補充題.】

解答　C

解析　由題意知：$\begin{cases}2a-b=0\cdots\cdots①\\a-2b=-3\cdots\cdots②\end{cases}$

由①②得 $a=1$，$b=2$，故 $2a+b=2\times1+2=4$

(　　　) 4.設 (α,β,γ) 為方程式 $\begin{cases}\dfrac{2}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{3}{z}=9\\\dfrac{3}{x}-\dfrac{2}{y}+\dfrac{1}{z}=10\\\dfrac{4}{x}-\dfrac{3}{y}+\dfrac{5}{z}=25\end{cases}$ 之解，則　(A) $\alpha=2$　(B) $\beta=-2$　(C) $\gamma=3$　(D) $\alpha+\beta=\dfrac{1}{2}$

【龍騰自命題.】

解答　D

解析　$\begin{cases}\dfrac{2}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{3}{z}=9\ \cdots①\\\dfrac{3}{x}-\dfrac{2}{y}+\dfrac{1}{z}=10\cdots②\\\dfrac{4}{x}-\dfrac{3}{y}+\dfrac{5}{z}=25\cdots③\end{cases}$

$①\times2+②$　$\dfrac{7}{x}+\dfrac{7}{z}=28\ \cdots④$

$①\times3+③$　$\dfrac{10}{x}+\dfrac{14}{z}=52\cdots⑤\ \Rightarrow\ \dfrac{5}{x}+\dfrac{7}{z}=26\cdots⑥$

$④-⑥\ \Rightarrow\ \dfrac{2}{x}=2\ \Rightarrow\ x=1$

將 x 代入④得 $z=\dfrac{1}{3}$，代入①得 $y=\dfrac{-1}{2}$

$\Rightarrow\ (\alpha,\beta,\gamma)=(1,-\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{3})\ \Rightarrow\ \alpha+\beta=\dfrac{1}{2}$

(　　　) 5.若方程組 $\begin{cases}\dfrac{3}{x}+\dfrac{2}{y}=5\\\dfrac{6}{x}-\dfrac{3}{y}=-4\end{cases}$，求 $x+y=$ (A) $\dfrac{9}{2}$ (B) $\dfrac{7}{2}$ (C) $\dfrac{5}{2}$ (D) $\dfrac{3}{2}$

【隨堂講義補充題.】

解答　B

解析　令 $\dfrac{1}{x}=A$，$\dfrac{1}{y}=B$

原方程組 $\begin{cases}3A+2B=5\cdots\cdots①\\6A-3B=-4\cdots\cdots②\end{cases}$

將 $①\times2-②$ 得 $7B=14\ \Rightarrow\ B=2$ 代回①得 $A=\dfrac{1}{3}$

則 $\dfrac{1}{x}=\dfrac{1}{3}\ \Rightarrow\ x=3$，$\dfrac{1}{y}=2\ \Rightarrow\ y=\dfrac{1}{2}$

故 $x+y=3+\dfrac{1}{2}=\dfrac{7}{2}$

(　　　) 6.設 a、b、c 為實數，若 $\Delta=\begin{vmatrix}a&b&c\\b&c&a\\c&a&b\end{vmatrix}=6$，試求 $\begin{vmatrix}a+b+c&b&c\\a+b+c&c&a\\a+b+c&a&b\end{vmatrix}$ 之值為　(A) -6　(B)6　(C)12　(D)18

【課本練習題-自我評量.】

解答　B

解析

$$\begin{vmatrix}a+b+c&b&c\\a+b+c&c&a\\a+b+c&a&b\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}a&b&c\\b&c&a\\c&a&b\end{vmatrix}=6$$

$\times(-1)$

$\times(-1)$

(　　　) 7.解方程組 $\begin{cases}\dfrac{x+y}{xy}=3\\x-y=xy\end{cases}$，得 $2x+y=$ (A)6 (B) $\dfrac{7}{2}$ (C)3 (D) $\dfrac{5}{2}$

【龍騰自命題.】

解答　D

解析　$\begin{cases}\dfrac{x+y}{xy}=3\\x-y=xy\end{cases}\ \Rightarrow\ \begin{cases}\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{x}=3\ \cdots①\\\dfrac{1}{y}-\dfrac{1}{x}=1\ \cdots②\end{cases}$

由① + ②得 $\dfrac{2}{y}=4\ \Rightarrow\ y=\dfrac{1}{2}$

代入①得 $x=1$　$\therefore\ 2x+y=\dfrac{5}{2}$

(　　　) 8.設 a、

b、c 為實數，若 $\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix} = 12$ 且 $\begin{vmatrix} 1 & a & a^3 \\ 1 & b & b^3 \\ 1 & c & c^3 \end{vmatrix} = 156$，

則 $\begin{vmatrix} 1 & a+1 & a^2(a+1) \\ 1 & b+1 & b^2(b+1) \\ 1 & c+1 & c^2(c+1) \end{vmatrix} =$ (A)13 (B)144 (C)168

(D)1872【095 年歷屆試題.】

解答 C ( )9.已知 $\cos60° = 4\cos^3 20° - 3\cos20°$，則多項式 $4x^3 - 3x$ 除以 $x - \cos20°$的餘式為何？ (A)0 (B)$\frac{1}{2}$

(C)$\frac{\sqrt{3}}{2}$ (D)1【096 年歷屆試題.】

解答 B 解析

$$\begin{vmatrix} 1 & a+1 & a^2(a+1) \\ 1 & b+1 & b^2(b+1) \\ 1 & c+1 & c^2(c+1) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & a & a^3+a^2 \\ 1 & b & b^3+b^2 \\ 1 & c & c^3+c^2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & a & a^3 \\ 1 & b & b^3 \\ 1 & c & c^3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix} = 156 + 12 = 168$$

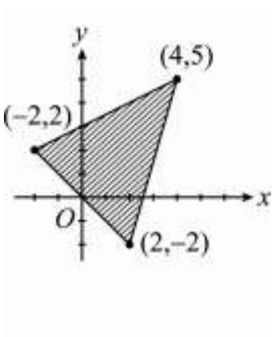
$\times(-1)$

解析 令 $f(x) = 4x^3 - 3x$

由餘式定理知 $f(x)$除以 $x - \cos20°$的餘式為

$$f(\cos 20°) = 4\cos^3 20° - 3\cos 20° = \cos 60° = \frac{1}{2}$$

( )10.若 $P(x, y)$是如圖三角形區域內的點，則 $g(x, y) = x^2 + y^2$之最小值為



(A)0 (B)24 (C)41 (D)48

【龍騰自命題.】

解答 A

解析 $g(x, y) = x^2 + y^2$ 表原點與 P 點距離之平方 ∴ 最小值 $g(0, 0) = 0$

( )11.設多項式 $f(x) = x^5 - 10x^4 + 14x^3 + 20x^2 - 26x - 43$，若以 $x - 8$除 $f(x)$ 之餘式為(A) 23 (B) 12 (C) 8 (D) 5

【隨堂講義補充題.】

解答 D

解析 利用綜合除法：

1	−10	+14	+20	−26	−43	8
	+8	−16	−16	+32	+48	
1	−2	−2	+4	+6	+5	

故餘式為 5

( )12.使 $z^2 = -3 + 4i$ 之複數 z 為 (A)$1 + 2i$，$-1 - 2i$ (B)$1 + 3i$，$-1 - 3i$ (C)$1+\sqrt{2}i$，$-1-\sqrt{2}i$ (D)$2+\sqrt{2}i$，$-2-\sqrt{2}i$

【龍騰自命題.】

解答 A

解析 設 $z = a + bi$

∵ $z^2 = -3 + 4i$ ∴ $(a + bi)^2 = a^2 - b^2 + 2abi = -3 + 4i$

即 $\begin{cases} a^2 - b^2 = -3 \\ 2ab = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a = -1 \\ b = -2 \end{cases}$ ∴ $z = 1 + 2i$ 或 $-1 - 2i$

( )13.設 x、$y > 0$，若 $xy^2 = 36$，則 $3x + y$ 的最小值為 (A)9 (B)12 (C)18 (D)27

【龍騰自命題.】

解答 A

解析 ∵ $\dfrac{3x + \frac{y}{2} + \frac{y}{2}}{3} \geq \sqrt[3]{3x \times \frac{y}{2} \times \frac{y}{2}}$ ∴

$$\frac{3x+y}{3} \geq \sqrt[3]{\frac{3}{4}xy^2} \Rightarrow 3x + y \geq 3\sqrt[3]{\frac{3}{4}xy^2} = 9$$

( )14.設 $\dfrac{x^3 + 3x^2 + ax + b}{x^2 - x - 2}$ 能化為 x 之整式，則 $a + b =$

(A)−16 (B)−14 (C)−10 (D)−8

【隨堂講義補充題.】

解答 B

解析 ∵ $x^2 - x - 2 = (x-2)(x+1)$，又原式能化為 x 之整式表分母能整除分子，令 $f(x) = x^3 + 3x^2 + ax + b$

由因式定理：

$$\begin{cases} f(-1) = 0 \\ f(2) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -1+3-a+b=0 \\ 8+12+2a+b=0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a-b=2 \cdots\cdots ① \\ 2a+b=-20 \cdots\cdots ② \end{cases}$$

由①②得 $a = -6$，$b = -8$

則 $a + b = (-6) + (-8) = -14$

( )15.化簡 $(\overline{\frac{1+i}{1-i}}) =$ (A)i (B)−1 (C)$-i$ (D)1

【龍騰自命題.】

解答 C

解析 $(\overline{\frac{1+i}{1-i}}) = \frac{1-i}{1+i} = \frac{(1-i)^2}{(1+i)(1-i)} = \frac{1-2i+(-1)}{1-(-1)} = \frac{-2i}{2} = -i$

( )16.在 $\begin{cases} x \geq 0，y \geq 0 \\ x + y \leq 10 \\ x + 3y \leq 18 \end{cases}$ 的條件下，所圍成的多邊形區域中，

在第一象限中的頂點坐標為　(A)(10 , 0)　(B)(6 , 4)　(C)(0 , 6)　(D)(4 , 6)

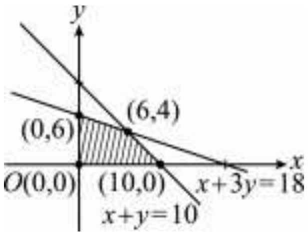
【龍騰自命題.】

解答　B

解析　解聯立方程組$\begin{cases} x+y=10 \\ x+3y=18 \end{cases}$得 $x=6$，$y=4$

頂點坐標為(6 , 4)

聯立不等式的解如圖



(　　　) 17.下列各數何者不是有理數？(A)0(B)$\frac{1}{2}$(C)–3(D)$\sqrt{2}$

【龍騰自命題.】

解答　D

(　　　) 18.設$i=\sqrt{-1}$，已知$\omega=\frac{-1+\sqrt{3}i}{2}$且$\omega^2+\omega+1=0$，試求$(2-\omega)(2-\omega^2)=$　(A)5　(B)7　(C)$3\sqrt{3}i$　(D)$6\sqrt{3}i$

【097 年歷屆試題.】

解答　B

解析　$\because$　$\omega^2+\omega+1=0$（即 $\omega^2+\omega=-1$）

$\Rightarrow$　$(\omega-1)(\omega^2+\omega+1)=0$　$\Rightarrow$　$\omega^3-1=0$　$\Rightarrow$　$\omega^3=1$

$\therefore$　$(2-\omega)(2-\omega^2)=4-2\omega^2-2\omega+\omega^3=4-2(\omega^2+\omega)+\omega^3$

$=4-2\times(-1)+1=7$

(　　　) 19.不等式$\frac{x+5}{4}-2>\frac{2-x}{3}+\frac{1}{2}$的最小整數解為　(A)3　(B)4　(C)5　(D)6

【龍騰自命題.】

解答　B

解析　同乘以 12　$\Rightarrow$　$3(x+5)-2\times12>4(2-x)+\frac{1}{2}\times12$

$\Rightarrow$　$3x+15-24>8-4x+6$　$\Rightarrow$　$x>\frac{23}{7}$　$\therefore$　最小整數 $x=4$

(　　　) 20.不等式 $6x^2-43x-15\le0$ 的整數解有幾個？　(A)5 個　(B)6 個　(C)7 個　(D)8 個

【龍騰自命題.】

解答　D

解析　$6x^2-43x-15\le0$　$\Rightarrow$　$(3x+1)(2x-15)\le0$　$\Rightarrow$

$-\frac{1}{3}\le x\le\frac{15}{2}$

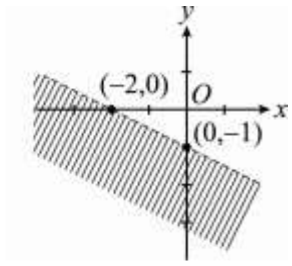
$\therefore$　整數解為 0～7 共 8 個

(　　　) 21.下列各數何者不是有理數？(A)$-\frac{3}{2}$(B)0(C)2π(D)0.999

【龍騰自命題.】

解答　C

(　　　) 22.下圖所示的斜線部分是下列哪一個不等式的圖形？



(A)$x+2y+2<0$　(B)$x+2y<2$　(C)$2x+y+2<0$　(D)$2x+y<2$

【龍騰自命題.】

解答　A

解析　通過(−2 , 0)與(0 , −1)的直線方程式為 $y-0$

$=\frac{0+1}{-2-0}(x+2)$　$\Rightarrow$　$x+2y+2=0$

又斜線區域在直線的左下方且不包含直線

故不等式為 $x+2y+2<0$

(　　　) 23.設 $x^2-5x+1=0$，則 $x^3+\frac{1}{x^3}=$　(A)110　(B)120　(C)130　(D)140

【龍騰自命題.】

解答　A

解析　$x^2-5x+1=0\xrightarrow{\text{除以}x}x-5+\frac{1}{x}=0$　$\Rightarrow$　$x+\frac{1}{x}=5$

$x^3+\frac{1}{x^3}=(x+\frac{1}{x})(x^2-1+\frac{1}{x^2})$

$=(x+\frac{1}{x})[(x+\frac{1}{x})^2-2-1]$

$=(x+\frac{1}{x})[(x+\frac{1}{x})^2-3]$

$=5(5^2-3)$

$=110$

(　　　) 24.方程組$\begin{cases} 3x+4y=2 \\ 2x+5y=6 \end{cases}$之解為$(x,y)=$　(A)$(-2,2)$　(B)$(-2,3)$　(C)$(3,-2)$　(D)$(2,-2)$

【隨堂測驗.】

解答　A

解析　$x=\frac{\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 6 & 5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 5 \end{vmatrix}}=\frac{-14}{7}=-2$

$y=\frac{\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 6 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 5 \end{vmatrix}}=\frac{14}{7}=2$

$\therefore\ (x,y)=(-2,2)$

(　　　)25.設 x 、 y 滿足不等式 $2\le x\le 5$ ， $x+y\le 8$ ， $y\ge 0$ ，試求 $f(x\ ,\ y)=2x-y+3$ 的最小值為　(A) -10　(B)13　(C)6　(D)1【隨堂測驗.】

解答 D

解析 $\begin{cases}2\le x\le 5\\ x+y\le 8\\ y\ge 0\end{cases}$

令 $x+y=8$

x	0	8
y	8	0

$f(x,y)=2x-y+3$

$(2,0)$ 代入得 $4-0+3=7$

$(5,0)$ 代入得 $10-0+3=13$

$(5,3)$ 代入得 $10-3+3=10$

$(2,6)$ 代入得 $4-6+3=1$（最小值）