1116 第二冊　　班級　　　　姓名　　　　座號

一、單選題 (25 題 每題 4 分 共 100 分)

(　　) 1.聯立不等式 $\begin{cases}2x^2 \le 7x+15\\ 6x^2+7x-20>0\end{cases}$ 之解為 (A) $-\frac{3}{2}\le x<\frac{4}{3}$

(B) $\frac{4}{3}<x\le 5$　(C) $-\frac{5}{2}<x\le -\frac{3}{2}$ 或 $\frac{4}{3}<x\le 5$

(D) $x\le -\frac{3}{2}$ 或 $x>\frac{4}{3}$

【龍騰自命題.】

解答　B

解析　原不等式組 $\Rightarrow \begin{cases}2x^2-7x-15\le 0\\ 6x^2+7x-20>0\end{cases} \Rightarrow$

$\begin{cases}(x-5)(2x+3)\le 0\\ (2x+5)(3x-4)>0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}-\frac{3}{2}\le x\le 5\\ x<-\frac{5}{2}\text{或}x>\frac{4}{3}\end{cases}$

$\therefore$ 不等式組之解為 $\frac{4}{3}<x\le 5$

(　　) 2.求不等式 $x^2-8x+11<0$ 的解為

(A) $2-\sqrt{3}<x<2+\sqrt{3}$　(B) $4-\sqrt{5}<x<4+\sqrt{5}$

(C) $x>2+\sqrt{3}$ 或 $x<2-\sqrt{3}$　(D) $x>4+\sqrt{5}$ 或 $x<4-\sqrt{5}$

【隨堂講義補充題.】

解答　B

解析　$x^2-8x+11=0 \Rightarrow x=4\pm\sqrt{5}$

$\because\ x^2-8x+11<0$

$\therefore\ 4-\sqrt{5}<x<4+\sqrt{5}$

(　　) 3.設 $A(-1,2)$、$B(3,4)$，$\overleftrightarrow{AB}$ 將坐標平面分成兩部分，試求包含直線及原點部分區域之不等式 (A) $x-2y+5\le 0$ (B) $x-2y+5\ge 0$ (C) $2x-y-4\ge 0$ (D) $2x-y-4\le 0$

【龍騰自命題.】

解答　B

解析　利用兩點式求 $\overleftrightarrow{AB}$ 的方程式 $\Rightarrow y-2=\frac{2-4}{-1-3}(x+1)$

$\Rightarrow x-2y+5=0$

因為圖解包含原點，所以原點 $(0,0)$ 代入 $x-2y+5=0-0+5=5>0$，故所求不等式為 $x-2y+5\ge 0$

(　　) 4.目標函數 $f(x,y)=x+2y$ 在限制條件 $\begin{cases}x\ge 0，y\ge 0\\ x+y\ge 5\\ 2x+7y\ge 20\\ 8x+2y\ge 16\end{cases}$ 的極小值為 (A)3 (B)4 (C)5 (D)7

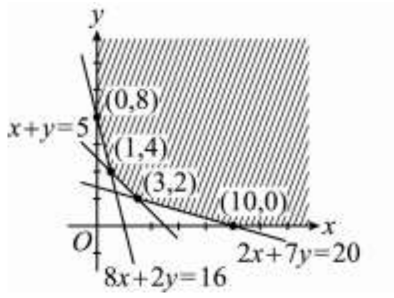
【龍騰自命題.】

解答　D

解析　$\begin{cases}x\ge 0，y\ge 0\\ x+y\ge 5\\ 2x+7y\ge 20\\ 8x+2y\ge 16\end{cases}$

$f(x,y)=x+2y$

以 $(3,2)$ 代入得 $f(3,2)=3+2\times 2=7$ 為極小值



(　　) 5.下列哪一點與點 $P(1,-2)$ 在直線 $x+2y+5=0$ 的同側？

(A) $(-4,-1)$　(B) $(-7,0)$　(C) $(0,0)$　(D) $(1,-5)$

【隨堂測驗.】

解答　C

解析　$P(1,-2)$ 代入 $x+2y+5$ 中得 $1-4+5=2>0$

(A) $-4+2\times(-1)+5=-1<0$

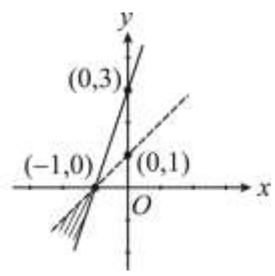
(B) $-7+2\times 0+5=-2<0$

(C) $0+2\times 0+5=5>0$

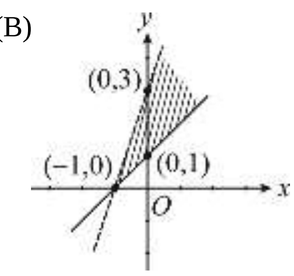
(D) $1+2\times(-5)+5=-4<0$

(　　) 6.下列何者為聯立不等式 $\begin{cases}3x-y+3\ge 0\\ y>x+1\end{cases}$ 之圖形？

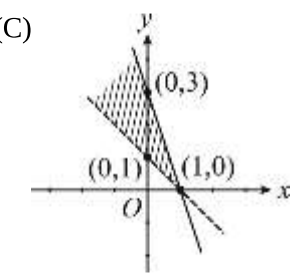
(A)



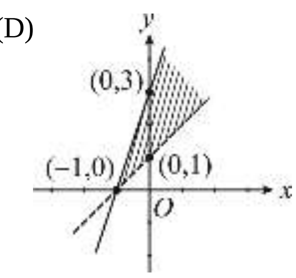
(B)



(C)



(D)



【隨堂講義補充題.】

解答　D

解析　$3x-y+3\ge 0 \Rightarrow$ 實線且為 $3x-y+3=0$ 的右側

$y>x+1 \Rightarrow x+1-y<0 \Rightarrow$ 虛線且為 $x+1-y=0$ 的左側

故選(D)

(　　) 7.設 x、y 為實數，若 $(1-2i)(x+yi)=(1+2i)(3-4i)$，則 $x^2+y^2=$ (A)5 (B)9 (C)16 (D)25

【隨堂講義補充題.】

解答　D

解析　$x+yi=\frac{(1+2i)(3-4i)}{1-2i}$

$\Rightarrow \quad |x+yi| = \dfrac{|1+2i| \times |3-4i|}{|1-2i|}$

$\Rightarrow \quad \sqrt{x^2+y^2} = 5$

$\Rightarrow \quad x^2+y^2 = 25$

(　　　) 8.設 a 、 b 、 c 為實數，且

$f(x) = a(x+1)(x-1) + bx(x+1) + cx(x-1)$ ，

$g(x) = 3x^2 - 2x + 7$ ，皆為 x 的多項式，若

$f(x) = g(x)$，求 $a+b+c=$　(A)1　(B)2　(C)3　(D)4

【隨堂講義補充題.】

解答　C

解析　$f(0) = g(0) \quad \Rightarrow \quad -a = 7 \quad \Rightarrow \quad a = -7$

$f(1) = g(1) \quad \Rightarrow \quad 2b = 8 \quad \Rightarrow \quad b = 4$

$f(-1) = g(-1) \quad \Rightarrow \quad 2c = 12 \quad \Rightarrow \quad c = 6$

$\therefore \quad a+b+c = -7+4+6 = 3$

(　　　) 9.設 $\begin{vmatrix} x-1 & 2x+1 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} = -5$ ，求 $\begin{vmatrix} x^2-1 & 3 \\ 4x & 5 \end{vmatrix}$ 之值 ＝　(A) -56

(B)76　(C)36　(D) -46

【龍騰自命題.】

解答　B

(　　　) 10.設 $x = \dfrac{1}{\sqrt{5}+2}$ ， $y = \dfrac{1}{\sqrt{5}-2}$ ，則 $x^2+y^2=$　(A)3　(B)9

(C)14　(D)18

【龍騰自命題.】

解答　D

解析　$x+y = \dfrac{1}{\sqrt{5}+2} + \dfrac{1}{\sqrt{5}-2} = \dfrac{(\sqrt{5}-2)+(\sqrt{5}+2)}{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)} = 2\sqrt{5}$

$x \times y = \dfrac{1}{\sqrt{5}+2} \times \dfrac{1}{\sqrt{5}-2} = 1$

$x^2+y^2 = (x+y)^2 - 2xy = (2\sqrt{5})^2 - 2 \times 1 = 18$

(　　　) 11.設 k 為實數，若一次方程式 $(k+1)x = k^2-1$ 有無限多個解，則 $k=$　(A)-1　(B)0　(C)1　(D)± 1

【龍騰自命題.】

解答　A

解析　方程式 $(k+1)x = k^2-1$ 有無限多個解，必須

$k+1 = 0$ 且 $k^2-1 = 0 \quad \Rightarrow \quad$ 故 $k = -1$

(　　　) 12.設 $f(x) = (a+1)x^2 + (a+b-2)x + (b+c+3)$，若 $f(0) = f(3) = f(5) = 0$，求 $2a+b+c=$　(A) -5　(B) -3　(C) -1　(D)0

【龍騰自命題.】

解答　A

解析　$\because \quad f(0) = f(3) = f(5) = 0$

$\therefore \quad \begin{cases} b+c+3 = 0 \\ 9(a+1)+3(a+b-2)+(b+c+3) = 0 \\ 25(a+1)+5(a+b-2)+(b+c+3) = 0 \end{cases}$

得 $a = -1$，$b = 3$，$c = -6$，故 $2a+b+c = -5$

(　　　) 13.方程式 $6x^2-13x+6=0$ 的解為 $x=$　(A)1， $\dfrac{1}{6}$　(B)-2， -3　(C) $\dfrac{2}{3}$ ，2　(D) $\dfrac{2}{3}$ ， $\dfrac{3}{2}$

【龍騰自命題.】

解答　D

(　　　) 14. $3x^2-4x+a$ 除以 $x-2$ 的餘式為 7，則 a 之值為　(A)5　(B)4　(C)3　(D)2

【龍騰自命題.】

解答　C

解析　$x=2$ 代入得 $12-8+a=7 \quad \therefore \quad a=3$

(　　　) 15.設 $\omega = \cos\dfrac{2\pi}{7} + i\sin\dfrac{2\pi}{7}$ ，則 $\omega+\omega^2+\omega^3+\omega^4+\omega^5+\omega^6$ ＝　(A)1　(B)-1　(C)i　(D)$-i$

【龍騰自命題.】

解答　B

解析　$\omega^7 = (\cos\dfrac{2}{7}\pi + i\sin\dfrac{2}{7}\pi)^7 = \cos 2\pi + i\sin 2\pi = 1+0i = 1$

$\omega^7 = 1 \quad \Rightarrow \quad \omega^7 - 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad (\omega-1)(\omega^6+\omega^5+\omega^4+\omega^3+\omega^2+\omega+1) = 0$

$\Rightarrow \quad \omega^6+\omega^5+\omega^4+\omega^3+\omega^2+\omega+1 = 0$

(　　　) 17. $(\dfrac{-1-\sqrt{3}i}{2})^{60} =$　(A)1　(B)-1　(C)i　(D)$-i$

【龍騰自命題.】

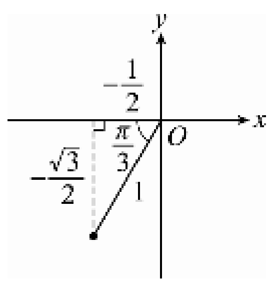
$\Rightarrow \quad \omega^6+\omega^5+\omega^4+\omega^3+\omega^2+\omega = -1$

解答　A (　　　) 16.設 α 、 β 為 $x^2+3x+1=0$ 的兩根，且 $\alpha<\beta$ ，則 $\alpha-\beta=$　(A) -3　(B) -5　(C)7　(D) $-\sqrt{5}$　(E) $-\sqrt{7}$

【課本練習題-自我評量.】

解析　$(\dfrac{-1-\sqrt{3}i}{2})^{60} = (\dfrac{-1}{2} - \dfrac{\sqrt{3}}{2}i)^{60} = (\cos\dfrac{4\pi}{3} + i\sin\dfrac{4\pi}{3})^{60} =$

$\cos 80\pi + i\sin 80\pi = 1+0i = 1$



解答　D

解析　由根與係數關係得 $\alpha+\beta = -3$、 $\alpha\beta = 1$

$(\alpha-\beta)^2 = (\alpha+\beta)^2 - 4\alpha\beta = (-3)^2 - 4\times 1 = 5 \quad \Rightarrow$

$\alpha-\beta = \pm\sqrt{5}$

但是已知 $\alpha<\beta$ ，所以 $\alpha-\beta$ 為負值，故 $\alpha-\beta = -\sqrt{5}$

(　　)18.設複數 $z=(\frac{1+\sqrt{3}i}{2})^2(\frac{1-\sqrt{3}i}{2})^2$，則下列敘述何者有誤？

(A)$z=1$　(B)z 的實部為 1　(C)z 的虛部為 0

(D)$\bar{z}=-1$

【龍騰自命題.】

解答　D

解析

(A)

$$z=(\frac{1+\sqrt{3}i}{2})^2(\frac{1-\sqrt{3}i}{2})^2=[\frac{(1+\sqrt{3}i)(1-\sqrt{3}i)}{2\times 2}]^2=(\frac{1+3}{4})^2=1$$

(B)1 的實部為 1

(C)1 的虛部為 0

(D)$\bar{z}=\bar{1}=1$

(　　)19.將 $\frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{3}}$ 化為最簡根式 ＝　(A)$\frac{\sqrt{7}+\sqrt{3}}{4}$

(B)$\frac{\sqrt{7}-\sqrt{3}}{4}$　(C)$\frac{\sqrt{3}-\sqrt{7}}{4}$　(D)4

【龍騰自命題.】

解答　B

(　　)20.設 $f(x)=x^5-21x^4+41x^3-57x^2+13$，則 $f(19)=$　(A)10

(B)13　(C)20　(D)26

【龍騰自命題.】

解答　B

解析　根據餘式定理

$f(19)=f(x)\div(x-19)$的餘式$=13$

$$\begin{array}{l|l} 1-21+41-57+0+13 & 19 \\ \ \ +19-38+57+0+\ 0 & \\ \hline 1-\ \ 2+\ \ 3+\ \ 0+0 & +13 \end{array}$$

(　　)21.已知 $f(x)=(x^3-3x^2+4x+5)(6-x-x^2)$，則下列敘述何者錯誤？　(A)$f(0)=30$　(B)$\deg f(x)=6$　(C)展開式中，x^3 項係數為 5　(D)展開式中，各項係數和為 28

【龍騰自命題.】

解答　B

解析　(A)$f(0)=(0+5)(6+0)=30$

(B)$\deg f(x)=3+2=5$

(C)x^3 項的係數 $=1\times 6+(-3)\times(-1)+4\times(-1)=5$

(D)各項係數和 $=f(1)=(1-3+4+5)(6-1-1)=7\times 4$

$=28$

(　　)22.若 $x+\frac{1}{x}=5$，則 $x^2+\frac{1}{x^2}=$　(A)$\sqrt{5}$　(B)10　(C)23

(D)25

【龍騰自命題.】

解答　C

解析　已知 $x+\frac{1}{x}=5$　$\Rightarrow$　$(x+\frac{1}{x})^2=5^2$　$\Rightarrow$

$x^2+2+\frac{1}{x^2}=25$　$\Rightarrow$　$x^2+\frac{1}{x^2}=23$

(　　)23.下列何者為 x^3-2x^2-2x-3 的因式？　(A)$x+1$　(B)$x+2$　(C)$x-6$　(D)$x-3$　(E)x

【課本練習題-自我評量.】

解答　D

解析　利用因式定理

以 $x=3$ 代入多項式，得

$x^3-2x^2-2x-3=27-2\times 9-2\times 3-3=27-18-6-3$

$=0$

$\therefore$　$x-3$ 為 x^3-2x^2-2x-3 的因式

(　　)24.設 $\frac{4x}{(x+3)(x-1)}=\frac{a}{x+3}+\frac{b}{x-1}$，則　(A)$a+b=4$　(B)$a=b$　(C)$a-b=4$　(D)$ab=1$　(E)$ab=-3$

【課本練習題-自我評量.】

解答　A

解析　等號兩端同乘以$(x+3)(x-1)$

得 $4x=a(x-1)+b(x+3)$

令 $x=1$　$\Rightarrow$　$4\times 1=a(1-1)+b(1+3)$　$\Rightarrow$　$b=1$

令 $x=-3$　$\Rightarrow$　$4\times(-3)=a(-3-1)+b(-3+3)$　$\Rightarrow$

$a=3$

故 $a+b=3+1=4$

(　　)25.若不等式 $x^2+bx+c\geq 0$ 的解為 $x\geq 12$ 或 $x\leq 3$，則(b,c) ＝　(A)(15,36)　(B)(–15,36)　(C)(15,–36)

(D)(–15,–36)

【龍騰自命題.】

解答　B

解析　不等式 $x^2+bx+c\geq 0$ 的解為 $x\geq 12$ 或 $x\leq 3$　$\Rightarrow$　$(x-12)(x-3)\geq 0$　$\Rightarrow$　$x^2-15x+36\geq 0$

因此 $b=-15$、$c=36$，而$(b,c)=(-15,36)$