1115 不等式　　姓名　　　　　　座號

一、單選題 (25 題　每題 4 分　共 100 分)

(　　　) 1.已知 x、y 均為實數且滿足不等式 $x \ge 0$，$y \ge 0$，$4x+3y \ge 18$，$x+3y \ge 9$，則 $x+y$ 的最小值為何？　(A)4　(B)5　(C)6　(D)9

【091 年歷屆試題.】

解答　B

解析　由題目中，不等式組：$\begin{cases} x \ge 0, y \ge 0 \\ 4x+3y \ge 18 \\ x+3y \ge 9 \end{cases}$

畫出可行解區域

(1)$4x+3y=18 \cdots ①$

x	0	$\frac{9}{2}$
y	6	0

(2)$x+3y=9 \cdots ②$

x	0	9
y	3	0

由①、②解聯立：① − ②得 $3x=9 \Rightarrow x=3 \Rightarrow y=2$

$\therefore\ B(3,2)$

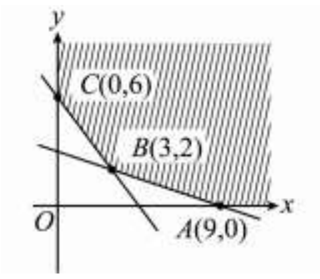
頂點 $A(9,0)$、$B(3,2)$、$C(0,6)$

$\Rightarrow A(9,0) \Rightarrow x+y=9+0=9$

$B(3,2) \Rightarrow x+y=3+2=5$（最小）

$C(0,6) \Rightarrow x+y=0+6=6$

故得 $x+y$ 最小值 5



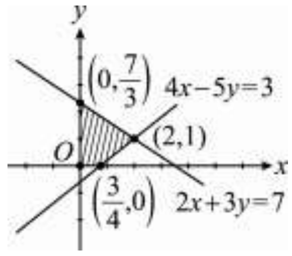
(　　　) 2.在不等式組 $\begin{cases} x \ge 0, y \ge 0 \\ 2x+3y \le 7 \\ 4x-5y \le 3 \end{cases}$ 之限制條件下，$f(x, y)=6x+4y$ 之最大值為　(A)$\frac{28}{3}$　(B)8　(C)12　(D)16

【龍騰自命題.】

解答　D

解析　$\begin{cases} x \ge 0, y \ge 0 \\ 2x+3y \le 7 \\ 4x-5y \le 3 \end{cases}$

$f(x, y)=6x+4y$ 以 $(2, 1)$ 代入得 $f(2, 1)=6\times 2+4=16$ 為最大值



(　　　) 3.不等式 $x^2-3x-18<0$ 的解為　(A)$-3<x<6$　(B)$-6<x<3$　(C)$-6<x<-3$　(D)$x<-3$ 或 $x>6$　(E)$x<-6$ 或 $x>3$

【課本練習題-自我評量.】

解答　A

解析　將 $x^2-3x-18$ 因式分解得 $(x-6)(x+3)$

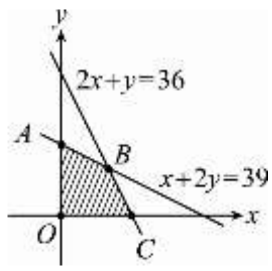
故 $(x-6)(x+3)<0 \Rightarrow -3<x<6$

(　　　) 4.在 $\begin{cases} x \ge 0, y \ge 0 \\ 2x+y \le 36 \\ x+2y \le 39 \end{cases}$ 之條件下，$f(x, y)=39x+23y$ 在下列哪一點有最大值？　(A)$(11, 14)$　(B)$(14, 11)$　(C)$(18, 0)$　(D)$(0, \frac{39}{2})$

【龍騰自命題.】

解答　A

解析　$\begin{cases} 2x+y \le 36 \\ x+2y \le 39 \\ x \ge 0 \\ y \ge 0 \end{cases}$ 滿足方程式之區域為斜線部分



而 $A(0, \frac{39}{2})$、$B(11, 14)$、$C(18, 0)$、$O(0, 0)$

$\because$ 線性函數 $f(x, y)=39x+23y$

故 $f(0, \frac{39}{2})=0+23\times\frac{39}{2}=448.5$

$f(11, 14)=39\times 11+23\times 14=751$

$f(18, 0)=39\times 18+0=702$

$f(0, 0)=0+0=0$

$\therefore\ f(x, y)$ 在 B 點 $(11, 14)$ 有最大值

(　　　) 5.在面積 3000 平方公尺的建築用地上，以不超過 2000 萬元的建築經費建造甲、乙兩種不同形式的住宅，已知甲種每戶占地 200 平方公尺、造價 400 萬元、可獲利 200 萬元；乙種每戶占地 300 平方公尺、造價 100 萬元、獲利 250 萬元，則在此建地建築甲、乙兩種住宅，總共最多可獲利多少元？　(A)3000 萬元　(B)2600 萬元　(C)2500 萬元　(D)1000 萬元

【龍騰自命題.】

解答　B

解析 設建造甲種住宅 x 戶，乙種住宅 y 戶，則獲利函數為

$f(x,y)=200x+250y$（萬元），限制條件為

$$\begin{cases}x\ge 0,y\ge 0\\400x+100y\le 2000\\200x+300y\le 3000\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x\ge 0,y\ge 0\\4x+y\le 20\\2x+3y\le 30\end{cases}$$

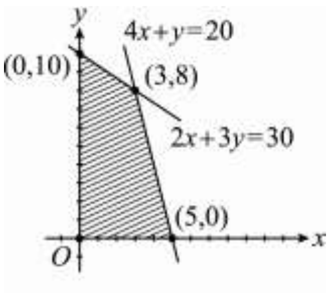
可行解區域如圖斜線部分：

各頂點坐標分別為$(0,0)$、$(5,0)$、$(3,8)$、$(0,10)$

又 $f(0,0)=0$，$f(0,10)=2500$

$f(3,8)=2600$，$f(5,0)=1000$

∴　最多可獲利 2600 萬元



(　　　) 6.某工廠製造甲、乙種產品，均須使用 A、B、C 三種原料，製造 1 噸的甲產品須 A、B、C 三種原料分別為 2 噸、3 噸、1 噸，且可獲得 2 萬元的利潤；製造 1 噸的乙產品須使用 A、B、C 三種原料分別為 4 噸、1 噸、5 噸，且獲利 3 萬元。現工廠內 A、B、C 三種原料均有 30 噸的庫存，該工廠製造 x 噸甲產品、y 噸乙產品時，將可獲得最大的利潤為 p 萬元，則

(A)$x=3$　(B)$y=5$　(C)$p=27$　(D)$p=25$

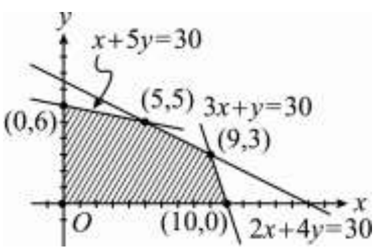
【龍騰自命題.】

解答 C

解析 由題意知：利潤函數 $f(x,y)=2x+3y$（萬元）

且限制條件為 $\begin{cases}x\ge 0,y\ge 0\\2x+4y\le 30\\3x+y\le 30\\x+5y\le 30\end{cases}$

不等式組所成區域如圖中斜線部分：



由不等式組兩兩聯立解得多邊形各頂點坐標分別為$(0,0)$、$(10,0)$、$(9,3)$、$(5,5)$、$(0,6)$

又 $f(x,y)=2x+3y$

則 $f(0,0)=0$，$f(10,0)=20$，$f(9,3)=27$，$f(5,5)=25$，$f(0,6)=18$

∴　當 $x=9$，$y=3$，最大利潤 $p=27$

(　　　) 7.若不等式 $x^2+ax+b<0$ 的解為 $-3<x<4$，則 $a+b=$

(A)-13　(B)1　(C)7　(D)-1　(E)11

【課本練習題-自我評量.】

解答 A

解析 ∵　$-3<x<4$　⇒　$(x+3)(x-4)<0$　⇒　$x^2-x-12<0$

不等式 $x^2+ax+b<0$ 與 $x^2-x-12<0$ 比較係數得 $a=-1$、$b=-12$

⇒　$a+b=-1+(-12)=-13$

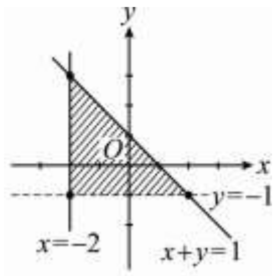
(　　　) 8.設 x、y 皆為整數，則不等式組 $\begin{cases}x+y\le 1\\x\ge -2\\y>-1\end{cases}$ 之解有幾組？

(A)12　(B)10　(C)8　(D)7

【龍騰自命題.】

解答 B

解析 $\begin{cases}x+y\le 1\\x\ge -2\\y>-1\end{cases}$



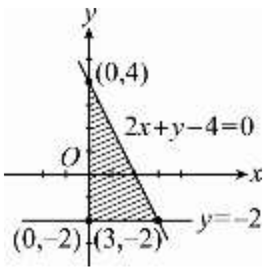
整數解有 10 組：$(-2,0)$、$(-1,0)$、$(0,0)$、$(1,0)$、$(-2,1)$、$(-1,1)$、$(0,1)$、$(-2,2)$、$(-1,2)$、$(-2,3)$

(　　　) 9.在坐標平面上，不等式組 $2x+y-4\le 0$，$x\ge 0$，$y\ge -2$ 所圍成的區域面積等於　(A)6　(B)9　(C)12　(D)15

【龍騰自命題.】

解答 B

解析 圖解不等式 $\begin{cases}2x+y-4\le 0\\x\ge 0\\y\ge -2\end{cases}$



面積 $=\dfrac{1}{2}(3-0)\times[4-(-2)]=9$

(　　　) 10.設 $A(1,4)$、$B(3,2)$在直線 L：$x+ay+5=0$ 之異側，則 a 的可能值為　(A)1　(B)2　(C)-1　(D)-2

【龍騰自命題.】

解答 D

解析 設 $f(x,y)=x+ay+5$ 由兩點$(1,4)$、$(3,2)$在直線 $x+ay+5=0$ 異側

⇒　$f(1,4)\times f(3,2)<0$　⇒　$(1+4a+5)(3+2a+5)<0$

⇒　$(4a+6)(2a+8)<0$　⇒　$-4<a<-\dfrac{3}{2}$

∴　a 的可能值為-2

(　　　)11.設 $a>0>b$ 且 $c\neq 0$，則下列何者恆真？　(A)$a+b>0$　(B)$ac>bc$　(C)$\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$　(D)$a^2>b^2$

【龍騰自命題.】

解答　C

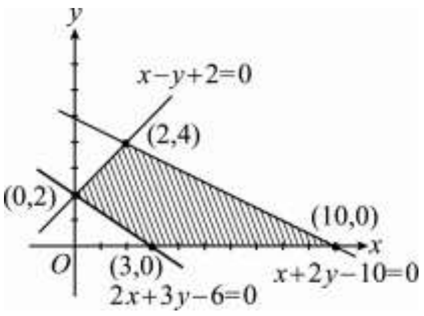
(　　　)12.已知不等式組 $\begin{cases} x\geq 0，y\geq 0 \\ x-y+2\geq 0 \\ x+2y-10\leq 0 \\ 2x+3y-6\geq 0 \end{cases}$，其圖形為幾邊形？

(A)三　(B)四　(C)五　(D)六

【龍騰自命題.】

解答　B

解析　不等式組的圖形如下：



故為四邊形

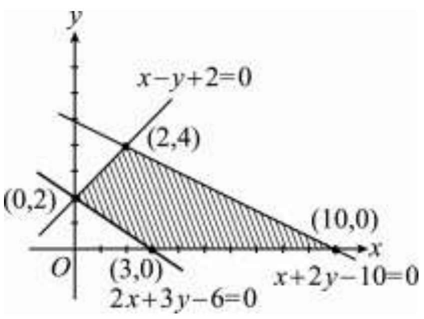
(　　　)13.已知不等式組 $\begin{cases} x\geq 0，y\geq 0 \\ x-y+2\geq 0 \\ x+2y-10\leq 0 \\ 2x+3y-6\geq 0 \end{cases}$，下列何者不是其圖形的頂點坐標？　(A)$(0,2)$　(B)$(3,0)$　(C)$(10,0)$　(D)$(4,2)$

【龍騰自命題.】

解答　D

解析　頂點坐標為$(0,2)$、$(3,0)$、$(10,0)$、$(2,4)$

$\therefore$　$(4,2)$不是此圖形的頂點



(　　　)14.滿足不等式組 $\begin{cases} \frac{3}{2}x-5\leq 5x+11 \\ -2x+5>3x+10 \end{cases}$ 之整數共有幾個？

(A)3　(B)4　(C)5　(D)6

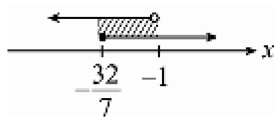
【龍騰自命題.】

解答　A

解析　$\begin{cases} \frac{3}{2}x-5\leq 5x+11 \\ -2x+5>3x+10 \end{cases}\Rightarrow\begin{cases} 3x-10\leq 10x+22 \\ 5x<-5 \end{cases}\Rightarrow$

$\begin{cases} 7x\geq -32 \\ x<-1 \end{cases}\Rightarrow\begin{cases} x\geq -\frac{32}{7} \\ x<-1 \end{cases}\Rightarrow$ 取 $-\frac{32}{7}\leq x<-1$

其中的整數有-4、-3、-2，共有 3 個



(　　　)15.設 $a>0$，$b>0$，若 $3a+2b=12$，且 ab 的最大值為 M，則 $M=$　(A)4　(B)6　(C)8　(D)10

【龍騰自命題.】

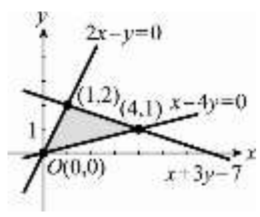
解答　B

(　　　)16.若在聯立不等式 $\begin{cases} 2x-y\geq 0 \\ x+3y\leq 7 \\ x-4y\leq 0 \end{cases}$ 的條件下，目標函數 $f(x,y)=2x-3y-2$ 的最大值為 M，最小值為 m，則 $M+m=$　(A)-5　(B)-3　(C)3　(D)5

【104 年歷屆試題.】

解答　B

解析　聯立不等式的圖解如下：



其頂點為$(0,0)$、$(4,1)$、$(1,2)$，

而 $f(0,0)=2\times 0-3\times 0-2=-2$

$f(4,1)=2\times 4-3\times 1-2=3$

$f(1,2)=2\times 1-3\times 2-2=-6$

則 $f(x,y)$ 的最大值 $M=3$，最小值 $m=-6$

故 $M+m=3+(-6)=-3$

(　　　)17.若不等式 $x^2+bx+c\geq 0$ 的解為 $x\geq 12$ 或 $x\leq 3$，則$(b,c)=$　(A)$(15,36)$　(B)$(-15,36)$　(C)$(15,-36)$　(D)$(-15,-36)$

【龍騰自命題.】

解答　B

解析　不等式 $x^2+bx+c\geq 0$ 的解為 $x\geq 12$ 或 $x\leq 3$　$\Rightarrow$　$(x-12)(x-3)\geq 0$　$\Rightarrow$　$x^2-15x+36\geq 0$

因此 $b=-15$、$c=36$，而$(b,c)=(-15,36)$

(　　　)18.不等式 $x^2-2x+k\geq 0$ 的解為所有實數，則 k 的範圍為　(A)$k>1$　(B)$k<1$　(C)$k\geq 1$　(D)$k\leq 1$

【龍騰自命題.】

解答　C

解析　$x^2-2x+k\geq 0$ 的解為所有實數　$\Rightarrow$　判別式 ≤ 0　$\Rightarrow$　$(-2)^2-4k\leq 0$　$\Rightarrow$　$k\geq 1$

(　　　)19.不等式 $x^2+10x+25\leq 0$ 的解為　(A)$x=-5$　(B)$x\geq -5$　(C)$-5\leq x\leq 5$　(D)$x=5$

【龍騰自命題.】

解答　A

解析　原式　$\Rightarrow$　$(x+5)^2\leq 0$，但是根據實數性質$(x+5)^2\geq 0$

因此得$(x+5)^2=0$　$\Rightarrow$　$x=-5$

(　　) 20.設 a 、$b>0$，則 $\left(a+\dfrac{9}{b}\right)\left(\dfrac{4}{a}+b\right)$ 的最小值為　(A)36　(B)25　(C)16　(D)9

【隨堂講義補充題.】

解答　B

解析　利用柯西不等式

$$\left(a+\frac{9}{b}\right)\left(\frac{4}{a}+b\right)=\left[\left(\sqrt{a}\right)^2+\left(\sqrt{\frac{9}{b}}\right)^2\right]\left[\left(\sqrt{\frac{4}{a}}\right)^2+\left(\sqrt{b}\right)^2\right]$$

$$\geq(2+3)^2=25$$

$\therefore$ $\left(a+\dfrac{9}{b}\right)\left(\dfrac{4}{a}+b\right)$ 的最小值為 25

(　　) 21.設 k 為實數，若任意實數 x 均使 kx^2-2x+k 恆為正數，則 k 之範圍為何？　(A)$k>1$　(B)$0<k<1$　(C)$-1<k<0$　(D)$k<-1$

【094 年歷屆試題.】

解答　A

解析　$\because$ kx^2-2x+k 恆為正數

$$\Rightarrow \begin{cases}k>0\\(-2)^2-4\times k\times k<0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}k>0\\4k^2-4>0\end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases}k>0\\(k+1)(k-1)>0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}k>0\\k>1 \text{ 或 } k<-1\end{cases}$$

$\therefore$ k 的範圍為 $k>1$

(　　) 22.已知正數 a 、b 滿足 $a+2b=4$，則 ab 的最大值為　(A)2　(B)3　(C)4　(D)5

【隨堂講義補充題.】

解答　A

解析　利用算幾不等式

$$\frac{a+2b}{2}\geq\sqrt{a\times 2b}$$

$\Rightarrow$ $2\geq\sqrt{2ab}$

$\Rightarrow$ $4\geq 2ab$

$\Rightarrow$ $2\geq ab$

$\therefore$ ab 的最大值為 2

(　　) 23.設 a、b 為實數，若不等式 $ax^2-4x+b<0$ 之解為 $-\dfrac{1}{2}<x<\dfrac{5}{2}$，則 $a+b=$　(A)$-\dfrac{1}{2}$　(B)$-\dfrac{1}{4}$　(C)$-\dfrac{1}{6}$　(D)$-\dfrac{1}{8}$

【092 年歷屆試題.】

解答　A

解析　$\because$ $-\dfrac{1}{2}<x<\dfrac{5}{2}$

$\Rightarrow$ $(2x+1)(2x-5)<0$ $\Rightarrow$ $4x^2-8x-5<0$ $\Rightarrow$ $2x^2-4x-\dfrac{5}{2}<0$

與 $ax^2-4x+b<0$ 比較得 $a=2$，$b=-\dfrac{5}{2}$

$\therefore$ $a+b=2+(-\dfrac{5}{2})=-\dfrac{1}{2}$

(　　) 24.下列何者為不等式 $3x^2-3x\leq 6$ 之解？　(A)$x\leq-2$ 或 $x\geq 1$　(B)$-2\leq x\leq 1$　(C)$-1\leq x\leq 2$　(D)$x\leq-1$ 或 $x\geq 2$

【101 年歷屆試題.】

解答　C

解析　$3x^2-3x\leq 6$ $\Rightarrow$ $3x^2-3x-6\leq 0$ $\overset{\div 3}{\Rightarrow}$ $x^2-x-2\leq 0$

$\Rightarrow$ $(x+1)(x-2)\leq 0$ $\Rightarrow$ $-1\leq x\leq 2$

(　　) 25.點 $(-2,-3)$ 在下列哪一條直線的右側？　(A)$x+y=0$　(B)$x+2y+1=0$　(C)$2x-y-1=0$　(D)$3x-2y+2=0$

【隨堂測驗.】

解答　D

解析　(A)$-2-3=-5<0$

(B)$-2-6+1=-7<0$

(C)$-4+3-1=-2<0$

(D)$-6+6+2=2>0$