1109 式的運算 聯立方程式 不等式與應用　班級　　　　姓名

一、單選題 (25 題 每題 4 分 共 100 分)

(　　) 1.設 x、y、k 均為實數，若 $|x+1|+|2x-y+4|+|x+3y+k|=0$，則 k 之值為何？ (A)3 (B)1 (C)-4 (D)-5

【103 年歷屆試題.】

解答 D

解析 從題意可知

$$\begin{cases} x+1=0 \cdots\cdots ① \\ 2x-y+4=0 \cdots\cdots ② \\ x+3y+k=0 \cdots\cdots ③ \end{cases}$$

由①得 $x=-1$

$x=-1$ 代入②得 $2(-1)-y+4=0 \Rightarrow y=2$

$x=-1$、$y=2$ 代入③得 $-1+3\times 2+k=0 \Rightarrow k=-5$

(　　) 2.用 x^2-x+1 去除 $2x^3-3x^2+2x-5$，得到的餘式為何？ (A)$-x-4$ (B)$x+4$ (C)$-x^2-5$ (D)x^2+5

【091 年歷屆試題.】

解答 A

解析

$$\begin{array}{r} 2-1 \\ 1-1+1 \,\big)\, \overline{2-3+2-5} \\ 2-2+2 \quad\;\; \\ \hline -1+0-5 \\ -1+1-1 \\ \hline -1-4 \end{array}$$

∴ 餘式為 $-x-4$

(　　) 3.解 $\begin{cases} \dfrac{1}{x}+\dfrac{5}{y}=7 \\ \dfrac{2}{x}-\dfrac{3}{y}=-12 \end{cases}$，則 $9x+2y=$ (A)1 (B)$-\dfrac{5}{6}$ (C)-2 (D)0

【龍騰自命題.】

解答 C

解析 $\begin{cases} \dfrac{1}{x}+\dfrac{5}{y}=7 & \cdots ① \\ \dfrac{2}{x}-\dfrac{3}{y}=-12 & \cdots ② \end{cases}$　$2\times ①-②$　$\dfrac{13}{y}=26$

$\Rightarrow 13=26y \Rightarrow y=\dfrac{1}{2}$ 代入①　$\dfrac{1}{x}+\dfrac{5}{\frac{1}{2}}=7 \Rightarrow \dfrac{1}{x}+10=7$

$\Rightarrow \dfrac{1}{x}=-3 \Rightarrow x=-\dfrac{1}{3}$　∴ $9x+2y=-2$

(　　) 4.設 $f(x)=x^2-2x+5$，$g(x)=a(x-1)(x-2)+b(x-2)(x-3)+c(x-5)(x-1)$，若不論 x 為任意實數，恆使 $f(x)=g(x)$，求 $a+b+c=$ (A)-2 (B)2 (C)-1 (D)1

【龍騰自命題.】

解答 D

(　　) 5.設 $x-1$ 和 $x+1$ 為多項式 $x^5+ax^4+bx^3+5x^2+2x-5$ 的因式，則 $3a+b$ 之值為何？ (A)-3 (B)1 (C)3 (D)6

【101 年歷屆試題.】

解答 A

解析 令 $f(x)=x^5+ax^4+bx^3+5x^2+2x-5$

∵ $x-1$ 為 $f(x)$ 的因式 ∴ $f(1)=0$

$\Rightarrow\quad 1+a+b+5+2-5=0 \quad\Rightarrow\quad a+b=-3\cdots\cdots$①

$\because\quad x+1$ 為 $f(x)$的因式 $\quad\therefore\quad f(-1)=0$

$\Rightarrow\quad -1+a-b+5-2-5=0 \quad\Rightarrow\quad a-b=3\cdots\cdots$②

由①與②得 $a=0$，$b=-3$，故 $3a+b=3\times 0+(-3)=-3$

(　　) 6.設 $\begin{vmatrix} x-1 & 2x+1 \\ 3 & 5 \end{vmatrix}=-5$，求 $\begin{vmatrix} x^2-1 & 3 \\ 4x & 5 \end{vmatrix}$ 之值 ＝ (A) -56 (B)76 (C)36 (D) -46

【龍騰自命題.】

解答 B

(　　) 7.化簡 $\left(\dfrac{-1+\sqrt{3}i}{1-i}\right)^8=$ (A) $8+8\sqrt{3}i$ (B) $8-8\sqrt{3}i$ (C) $-8+8\sqrt{3}i$ (D) $-8-8\sqrt{3}i$

【隨堂講義補充題.】

解答 D

解析 所求 $=\left[\dfrac{2(\cos120^\circ+i\sin120^\circ)}{\sqrt{2}(\cos315^\circ+i\sin315^\circ)}\right]^8=\left[\sqrt{2}\left[\cos(-195^\circ)+i\sin(-195^\circ)\right]\right]^8$

$=\left(\sqrt{2}\right)^8\left[\cos(-195^\circ\times8)+i\sin(-195^\circ\times8)\right]=16\left(-\dfrac{1}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}i\right)=-8-8\sqrt{3}i$

(　　) 8.某二位數的十位數比其個位數的兩倍多 1，若將此二位數的個位數與十位數對調後，新數比原數少 27，試求原數為何？ (A)37 (B)73 (C)25 (D)52

【龍騰自命題.】

解答 D

解析 設此二位數的十位數為 a，個位數為 b

$\begin{cases} a=2b+1 \\ 10a+b=10b+a+27 \end{cases} \quad\Rightarrow\quad \begin{cases} a-2b=1 \\ a-b=3 \end{cases} \quad\Rightarrow\quad a=5$，$b=2$

故原數為 52

(　　) 9.複數 $z=6(\cos\frac{7}{4}\pi-i\sin\frac{7}{4}\pi)$ 的標準式為 (A) $3-3\sqrt{2}i$ (B) $-3+3\sqrt{2}i$ (C) $-3-3\sqrt{2}i$ (D) $3\sqrt{2}+3\sqrt{2}i$

【龍騰自命題.】

解答 D

(　　) 10.若 $\dfrac{x^4-4x^3+2x^2+px+q}{x^2-x-2}$ 能化簡為 x 之二次式，則 $p+q$ 之值為 (A) -3 (B) -1 (C)3 (D)2

【龍騰自命題.】

解答 C

解析 $x^2-x-2=(x-2)(x+1)$

$\because$ 能化為 x 的二次式 $\quad\therefore\quad (x-2)$、$(x+1)$為 $x^4-4x^3+2x^2+px+q$ 之因式

$\begin{cases} 16-32+8+2p+q=0 \\ 1+4+2-p+q=0 \end{cases}$ 得 $p=5$，$q=-2$，故 $p+q=3$

(　　) 11.若 $\dfrac{x-1}{x^3+ax+1}$ 不是最簡分式，則 $a=$ (A)2 (B)1 (C) -1 (D) -2

【龍騰自命題.】

解答 D

解析 x^3+ax+1 有因式 $x-1 \quad\Rightarrow\quad 1+a+1=0 \quad\Rightarrow\quad a=-2$

(　　) 12.設 $f(x)=(a+1)x^2+(a+b-2)x+(b+c+3)$，若 $f(0)=f(3)=f(5)=0$，求 $2a+b+c=$ (A) -5 (B) -3 (C) -1 (D)0

【龍騰自命題.】

解答 A

解析 $\because\quad f(0)=f(3)=f(5)=0$

$\therefore \begin{cases} b+c+3=0 \\ 9(a+1)+3(a+b-2)+(b+c+3)=0 \\ 25(a+1)+5(a+b-2)+(b+c+3)=0 \end{cases}$

得 $a=-1$，$b=3$，$c=-6$，故 $2a+b+c=-5$

(　　) 13.多項式 $x^{20}+4x^{10}+x+3$ 除以 x^2-1 得餘式為　(A)9　(B)$x+8$　(C)$3x+2$　(D)$8x+1$

【龍騰自命題.】

解答 B

解析 令 $f(x)=x^{20}+4x^{10}+x+3=(x^2-1)\times p(x)+(ax+b)$

又 $f(1)=9$，$f(-1)=7$　$\Rightarrow$　$\begin{cases} a+b=9 \\ -a+b=7 \end{cases}$

得 $a=1$，$b=8$，故餘式為 $x+8$

(　　) 14.下列敘述何者正確？　(A) $(\sqrt{-2})^2=2$　(B) $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{-3}}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}i$　(C) $\sqrt{-2}\times\sqrt{-3}=\sqrt{6}$　(D) $\sqrt{2}\times\sqrt{-3}=\sqrt{6}i$

【龍騰自命題.】

解答 D

解析 (A) $(\sqrt{-2})^2=(\sqrt{2}i)^2=2\times(-1)=-2$

(B) $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{-3}}=\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}i}=\dfrac{\sqrt{2}\times\sqrt{3}i}{\sqrt{3}i\times\sqrt{3}i}=\dfrac{\sqrt{6}i}{-3}$

(C) $\sqrt{-2}\times\sqrt{-3}=(\sqrt{2}i)\times(\sqrt{3}i)=-\sqrt{6}$

(D) $\sqrt{2}\times\sqrt{-3}=\sqrt{2}\times(\sqrt{3}i)=\sqrt{6}i$

(　　) 15.解根式方程式 $\sqrt{4x-7}+\sqrt{3x-2}=3$ 得　(A)$x=2$　(B)$x=134$　(C)$x=2$ 或 134　(D)無解

【龍騰自命題.】

解答 A

解析 $\sqrt{4x-7}=3-\sqrt{3x-2}$，兩邊平方　$\Rightarrow$　$4x-7=9-6\sqrt{3x-2}+3x-2$

$\Rightarrow$　$x-14=-6\sqrt{3x-2}$，兩邊平方　$\Rightarrow$　$x^2-28x+196=36(3x-2)$

$\Rightarrow$　$x^2-136x+268=0$　$\Rightarrow$　$(x-2)(x-134)=0$

$\therefore$　$x=2$ 或 134（不合），故解為 $x=2$

(　　) 16.下列何者<u>不是</u> $4-4\sqrt{3}i$ 的立方根？　(A) $2(\cos\frac{\pi}{9}+i\sin\frac{\pi}{9})$　(B) $2(\cos\frac{5\pi}{9}+i\sin\frac{5\pi}{9})$　(C) $2(\cos\frac{11\pi}{9}+i\sin\frac{11\pi}{9})$

(D) $2(\cos\frac{17\pi}{9}+i\sin\frac{17\pi}{9})$

【龍騰自命題.】

解答 A

解析 $4-4\sqrt{3}i=8(\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i)=8(\cos\frac{5\pi}{3}+i\sin\frac{5\pi}{3})$

$\therefore$　$x_k=\sqrt[3]{8}(\cos\dfrac{2k\pi+\frac{5\pi}{3}}{3}+i\sin\dfrac{2k\pi+\frac{5\pi}{3}}{3})$，$k=0,1,2$

$\Rightarrow$　$x_0=2(\cos\frac{5\pi}{9}+i\sin\frac{5\pi}{9})$

$x_1=2(\cos\dfrac{2\pi+\frac{5\pi}{3}}{3}+i\sin\dfrac{2\pi+\frac{5\pi}{3}}{3})=2(\cos\frac{11\pi}{9}+i\sin\frac{11\pi}{9})$

$x_2=2(\cos\dfrac{4\pi+\frac{5\pi}{3}}{3}+i\sin\dfrac{4\pi+\frac{5\pi}{3}}{3})=2(\cos\frac{17\pi}{9}+i\sin\frac{17\pi}{9})$

(　　) 17. $\sqrt{8+2\sqrt{15}}-\sqrt{8-2\sqrt{15}}=$ (A)2 (B)$2\sqrt{3}$ (C)$2\sqrt{5}$ (D)8

【龍騰自命題.】

解答 B

解析 $\sqrt{8+2\sqrt{15}}=\sqrt{5}+\sqrt{3}$，$\sqrt{8-2\sqrt{15}}=\sqrt{5}-\sqrt{3}$

$\therefore\ \sqrt{8+2\sqrt{15}}-\sqrt{8-2\sqrt{15}}=(\sqrt{5}+\sqrt{3})-(\sqrt{5}-\sqrt{3})=2\sqrt{3}$

(　　) 18.設 $\dfrac{2}{x^3+1}=\dfrac{A}{x+1}+\dfrac{Bx+C}{x^2-x+1}$，則 B 為 (A)$-\dfrac{2}{3}$ (B)$-\dfrac{1}{3}$ (C)$\dfrac{1}{3}$ (D)$\dfrac{2}{3}$

【隨堂講義補充題.】

解答 A

解析 原式同乘 $x^3+1=(x+1)(x^2-x+1)$ 得

$2=A(x^2-x+1)+(Bx+C)(x+1)=(A+B)x^2+(-A+B+C)x+A+C$

$\Rightarrow\begin{cases}A+B=0\\-A+B+C=0\\A+C=2\end{cases}\Rightarrow\ A=\dfrac{2}{3}$，$B=-\dfrac{2}{3}$，$C=\dfrac{4}{3}$

(　　) 19. x^3+2x^2-4x+a 除以 $x-1$ 的餘式為 2，則 a 之值為 (A)5 (B)4 (C)3 (D)2 (E)1

【課本練習題-自我評量.】

解答 C

解析 利用餘式定理

被除式中的 x 以 1 代入，得值 2

即 $1^3+2\times1^2-4\times1+a=2\ \Rightarrow\ a=3$

(　　) 20.解方程式 $\dfrac{2x-3}{x-1}-\dfrac{x-1}{x+1}=\dfrac{-2}{x^2-1}$，$x=$ (A)-2 (B)1 (C)-2 或 1 (D)±1

【隨堂講義補充題.】

解答 A

解析 原式同乘 $x^2-1=(x+1)(x-1)$ 得

$(2x-3)(x+1)-(x-1)^2=-2$

$\Rightarrow\ (2x^2-x-3)-(x^2-2x+1)=-2$

$\Rightarrow\ x^2+x-2=0$

$\Rightarrow\ x=1$ 或 -2

又 $x-1\neq0$ $\therefore\ x=-2$

(　　) 21. $(4i-3)^2$ 展開後的虛部為 (A)-24 (B)$-4i$ (C)-12 (D)$-12i$ (E)16

【課本練習題-自我評量.】

解答 A

解析 $(4i-3)^2=(4i)^2-2\times4i\times3+3^2=16i^2-24i+9=-7-24i$

故 $(4i-3)^2$ 展開後的虛部為 -24

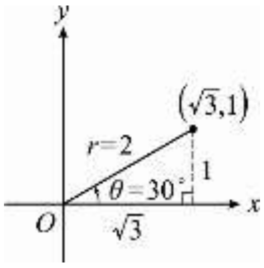
(　　) 22.已知 $z_1=\sqrt{3}+i$，$z_2=1+i$，其中 $i=\sqrt{-1}$，則 $z_1{}^2z_2{}^4$ 可表示為下列哪一個？ (A)$16(\cos240°+i\sin240°)$ (B)$16(\cos300°+i\sin300°)$ (C)$16(\cos60°+i\sin60°)$ (D)$16(\cos120°+i\sin120°)$

【105 年歷屆試題.】

解答 A

解析 (1) $z_1=\sqrt{3}+i$ 的極式：

令 $(x,y)=(\sqrt{3},1)$，如圖：

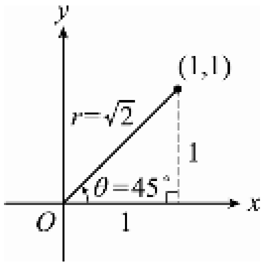


$r=\sqrt{\left(\sqrt{3}\right)^2+1^2}=2$，$\theta=30°$

則 $z_1=2\left(\cos 30°+i\sin 30°\right)$

(2) $z_2=1+i$ 的極式：

令 $(x,y)=(1,1)$，如圖：



$r=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$，$\theta=45°$

則 $z_2=\sqrt{2}\left(\cos 45°+i\sin 45°\right)$

由(1)和(2)：

$z_1{}^2=2^2\left[\cos\left(2\times 30°\right)+i\sin\left(2\times 30°\right)\right]=4\left(\cos 60°+i\sin 60°\right)$

$z_2{}^4=\left(\sqrt{2}\right)^4\left[\cos\left(4\times 45°\right)+i\sin\left(4\times 45°\right)\right]=4\left(\cos 180°+i\sin 180°\right)$

故 $z_1{}^2z_2{}^4=4\times 4\times\left[\cos\left(60°+180°\right)+i\sin\left(60°+180°\right)\right]$

$=16\left(\cos 240°+i\sin 240°\right)$

(　　　) 23.設 k 為實數，若 $x^2+4x+k=0$ 有實根，則 k 的範圍為　(A) $k<4$　(B) $k\le 4$　(C) $k>4$　(D) $k\ge 4$

【隨堂測驗.】

解答　B

解析　$\because$　$x^2+4x+k=0$ 有實根

$\therefore$　判別式 $4^2-4\times 1\times k\ge 0$

$\Rightarrow$　$16-4k\ge 0$　$\Rightarrow$　$k\le 4$

(　　　) 24.方程式 $x^4-81=0$ 的虛根為　(A) $\pm i$　(B) $\pm\sqrt{3}i$　(C) $\pm 3i$　(D) $\pm 3\sqrt{3}i$

【隨堂講義補充題.】

解答　C

解析　$x^4=81$　$\Rightarrow$　$x^2=\pm 9$　$\Rightarrow$　$x=\pm\sqrt{9}$ 或 $x=\pm\sqrt{-9}$

$\Rightarrow$　$x=\pm 3$ 或 $x=\pm 3i$

(　　　) 25.設 k 為實數，若方程式 $x^2-8x-k=0$ 的兩根為共軛複數，則 k 值的範圍為　(A) $k<-16$　(B) $k>-16$　(C) $k\le -16$　(D) $k\ge -16$

【隨堂講義補充題.】

解答　A

解析　$D=\left(-8\right)^2-4\times 1\times\left(-k\right)<0$

$\Rightarrow$　$64+4k<0$　$\Rightarrow$　$4k<-64$　$\Rightarrow$　$k<-16$