

1103 式的運算與聯立方程式

班級 姓名 座號

一、單選題 (25 題 每題 4 分 共 100 分)

- ( ) 1. 下列何者為  $x$  的多項式? (A)  $3^x - 2$  (B)  $\frac{1}{3x-2}$   
(C)  $3|x-2|$  (D)  $\sqrt{3}x-2$

【隨堂講義補充題.】

**解答** D

**解析** (A) ∵  $x$  在指數內 ∴ 不是多項式  
(B) ∵  $x$  在分母內 ∴ 不是多項式  
(C) ∵  $x$  在絕對值內 ∴ 不是多項式  
(D) 是  $x$  的多項式

- ( ) 2. 蛋糕店有乳酪、巧克力和草莓三種口味的蛋糕，甲各買 1 個花了 120 元，乙買 2 個乳酪蛋糕和 1 個巧克力蛋糕花了 130 元，丙買 1 個巧克力蛋糕和 1 個草莓蛋糕花了 75 元，問乳酪口味的蛋糕 1 個多少元? (A) 45 元 (B) 40 元 (C) 35 元 (D) 30 元

【課本練習題-自我評量.】

**解答** A

**解析** 設乳酪口味蛋糕 1 個  $x$  元  
巧克力口味蛋糕 1 個  $y$  元  
草莓口味蛋糕 1 個  $z$  元

$$\begin{cases} x+y+z=120 \cdots \cdots \textcircled{1} \\ 2x+y=130 \cdots \cdots \textcircled{2} \\ y+z=75 \cdots \cdots \textcircled{3} \end{cases}$$

由  $\textcircled{2} - \textcircled{1}$  得  $x-z=10 \cdots \cdots \textcircled{4}$

由  $\textcircled{2} - \textcircled{3}$  得  $2x-z=55 \cdots \cdots \textcircled{5}$

由  $\textcircled{5} - \textcircled{4}$  得  $x=45$

代入  $\textcircled{4}$  得  $z=35$

代入  $\textcircled{1}$  得  $y=40$

故乳酪口味蛋糕 1 個 45 元

- ( ) 3. 設  $\alpha, \beta$  為  $x^2 - \sqrt{3}x - (1 + \sqrt{3}) = 0$  之兩根，且  $\alpha > \beta$ ，則  $2\alpha + 3\beta =$  (A)  $1 - 2\sqrt{3}$  (B)  $1 + 2\sqrt{3}$  (C)  $-1 - 2\sqrt{3}$   
(D)  $-1 + 2\sqrt{3}$

【龍騰自命題.】

**解答** D

**解析** ∵  $\alpha, \beta$  為  $x^2 - \sqrt{3}x - (1 + \sqrt{3}) = 0$  之兩根且  $\alpha > \beta$  ∴  
 $\alpha = 1 + \sqrt{3}, \beta = -1$   
故  $2\alpha + 3\beta = 2(1 + \sqrt{3}) + (-3) = 2\sqrt{3} - 1 = -1 + 2\sqrt{3}$

- ( ) 4. 設  $\frac{3x+1}{x^2-2x-15} = \frac{A}{x+3} + \frac{B}{x-5}$ ，則  $4A+B$  之值為 (A)  $-1$   
(B)  $0$  (C)  $6$  (D)  $7$

【龍騰自命題.】

**解答** C

- ( ) 5. 試求  $(x^2-1)^{10} + x^2 + x + 1$  除以  $x-1$  的餘式為 (A)  $2^{10}$

(B)  $3$  (C)  $-2^{10}$  (D)  $0$

【隨堂測驗.】

**解答** B

**解析** 利用餘式定理：

令  $x-1=0$

$\Rightarrow x=1$  代入得  $(1^2-1)^{10} + 1^2 + 1 + 1 = 3$

- ( ) 6. 解  $\begin{cases} x+y=1 \\ y+z=6 \\ x+z=2 \end{cases}$ ，則  $x+y-z =$  (A)  $-1$  (B)  $-\frac{5}{2}$  (C)  $\frac{3}{2}$   
(D)  $1$

【龍騰自命題.】

**解答** B

**解析**  $\begin{cases} x+y=1 \cdots \textcircled{1} \\ y+z=6 \cdots \textcircled{2} \\ x+z=2 \cdots \textcircled{3} \end{cases} \Rightarrow \frac{\textcircled{1} + \textcircled{2} + \textcircled{3}}{2} : x+y+z = \frac{9}{2} \cdots \textcircled{4}$

$\textcircled{4} - \textcircled{1} \Rightarrow z = \frac{7}{2}$

$\textcircled{4} - \textcircled{2} \Rightarrow x = -\frac{3}{2}$

$\textcircled{4} - \textcircled{3} \Rightarrow y = \frac{5}{2}$  ( ) 7. 試求行列式  $\begin{vmatrix} 49 & 70 \\ 30 & 45 \end{vmatrix}$  之

值為 (A)  $105$  (B)  $210$  (C)  $315$  (D)  $630$

【隨堂講義補充題.】

$\therefore x+y-z = -\frac{3}{2} + \frac{5}{2} - \frac{7}{2} = -\frac{5}{2}$

**解答** A

**解析**

$\begin{vmatrix} 49 & 70 \\ 30 & 45 \end{vmatrix} = 7 \times 5 \times \begin{vmatrix} 7 & 10 \\ 6 & 9 \end{vmatrix} = 7 \times 5 \times (7 \times 9 - 6 \times 10)$   
 $= 35 \times 3 = 105$

- ( ) 8. 設  $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ x & 1 & 2 \\ 3 & x & 1 \end{vmatrix} = 36$  的解為  $a$  與  $b$ ，則  $a+b =$  (A)  $\frac{4}{3}$  (B)  $4$

(C)  $\frac{20}{3}$  (D)  $\frac{28}{3}$

【093 年歷屆試題.】

**解答** A

**解析**  $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ x & 1 & 2 \\ 3 & x & 1 \end{vmatrix} = 36 \Rightarrow 1 + 3x^2 + 12 - 9 - 2x - 2x = 36 \Rightarrow$

$3x^2 - 4x - 32 = 0$

∴ 其解為  $a$  與  $b$

由二次方程式根與係數關係知  $a+b = -\frac{(-4)}{3} = \frac{4}{3}$

- ( ) 9. 設  $f(x)$  為一元二次多項式，若  $f(1)=4, f(-1)=4, f(0)=0$ ，則下列何者為  $f(x)$  之因式？ (A)  $x$  (B)  $x-1$  (C)  $x+1$  (D)  $x^2-1$

【095 年歷屆試題.】

**解答** A

**解析**  $\because f(x)$  為一元二次多項式

$$\text{又 } f(1)=f(-1)=4$$

$$\text{故設 } f(x)=a(x-1)(x+1)+4$$

$$\text{已知 } f(0)=0 \Rightarrow a(0-1)(0+1)+4=0 \Rightarrow a=4$$

$$\text{即 } f(x)=4(x-1)(x+1)+4=4x^2$$

$\therefore x$  為  $f(x)$  之因式

- ( ) 10. 設行列式  $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = 2, \begin{vmatrix} a & b \\ e & f \end{vmatrix} = 3$ ，則

$$\begin{vmatrix} c & d \\ a & b \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a & 2e \\ b & 2f \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 3a & 3b \\ c-e & d-f \end{vmatrix} = \quad \text{(A) } -2 \quad \text{(B) } 0 \quad \text{(C) } 1 \quad \text{(D) } 3$$

【隨堂講義補充題.】

**解答** C

**解析** 已知  $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = 2, \begin{vmatrix} a & b \\ e & f \end{vmatrix} = 3$

$$\begin{aligned} \text{所求} &= \begin{vmatrix} c & d \\ a & b \end{vmatrix} + 2 \begin{vmatrix} a & e \\ b & f \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 3a & 3b \\ c-e & d-f \end{vmatrix} \\ &= -\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} + 2 \begin{vmatrix} a & b \\ e & f \end{vmatrix} + 3 \left( \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} a & b \\ e & f \end{vmatrix} \right) \\ &= -2 + 2 \times 3 + 3[2 - 3] = 1 \end{aligned}$$

- ( ) 11. 設多項式  $f(x) = x^5 - 10x^4 + 14x^3 + 20x^2 - 26x - 43$ ，若以  $x-8$  除  $f(x)$  之餘式為 (A) 23 (B) 12 (C) 8 (D) 5

【隨堂講義補充題.】

**解答** D

**解析** 利用綜合除法：

$$\begin{array}{r|rrrrrr} 1 & -10 & +14 & +20 & -26 & -43 & 8 \\ & & +8 & -16 & -16 & +32 & +48 \\ \hline 1 & -2 & -2 & +4 & +6 & & +5 \end{array}$$

故餘式為 5

- ( ) 12. 若  $a = \sqrt{5} + 2, b = \sqrt{5} - 2$ ，則  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} =$  (A)  $-2\sqrt{5}$  (B)  $2\sqrt{5}$  (C) 1 (D) 0

【龍騰自命題.】

**解答** B

**解析**  $\because a+b = 2\sqrt{5}$  與  $ab = (\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2) = 5-4=1$

$$\therefore \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{b+a}{ab} = \frac{2\sqrt{5}}{1} = 2\sqrt{5}$$

- ( ) 13.  $3x^2 - 4x + a$  除以  $x-2$  的餘式為 7，則  $a$  之值為 (A) 5

(B) 4 (C) 3 (D) 2

【龍騰自命題.】

**解答** C

**解析**  $x=2$  代入得  $12-8+a=7 \therefore a=3$

- ( ) 14. 若  $x^2-1$  為  $f(x) = mx^3 - nx^2 - 2x + 1$  的因式，則  $f(2) =$  (A) 12 (B) 11 (C) 10 (D) 9

【隨堂講義補充題.】

**解答** D

**解析**  $\because f(x)$  有  $x^2-1=(x+1)(x-1)$  的因式

$$\therefore f(1)=0, f(-1)=0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} f(1) = m - n - 2 + 1 = 0 \\ f(-1) = -m - n + 2 + 1 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m - n = 1 \\ m + n = 3 \end{cases} \text{ 得 } m=2, n=1$$

$$\text{則 } f(x) = 2x^3 - x^2 - 2x + 1$$

$$\Rightarrow f(2) = 2 \times 2^3 - 2^2 - 2 \times 2 + 1 = 9$$

- ( ) 15. 設  $t$  為實數，且三元一次聯立方程式  $\begin{cases} (t+1)x + (t-1)z = 1 \\ (t+1)y + z = 3 \\ (t+1)y + tz = 5 \end{cases}$

無解，則  $t$  可為下列何者？ (A) -2 (B) 0 (C) 1 (D) 2

【106 年歷屆試題.】

**解答** C

**解析** 原方程組： $\begin{cases} (t+1)x + 0y + (t-1)z = 1 \\ 0x + (t+1)y + z = 3 \\ 0x + (t+1)y + tz = 5 \end{cases}$

$$\Delta = \begin{vmatrix} t+1 & 0 & t-1 \\ 0 & t+1 & 1 \\ 0 & t+1 & t \end{vmatrix} \quad (\text{第一、二行提出}(t+1))$$

$$= (t+1)^2 \times \begin{vmatrix} 1 & 0 & t-1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & t \end{vmatrix} \quad (\text{第一行降階展開})$$

$$= (t+1)^2 \times 1 \times \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & t \end{vmatrix} = (t+1)^2 \times 1 \times (1 \times t - 1 \times 1) = (t+1)^2 (t-1)$$

若  $\Delta = 0$ ，則  $t = -1$  或 1

$$(1) \text{ 當 } t = -1 \text{ 時：原方程組：} \begin{cases} -2z = 1 \\ z = 3 \text{ 無解} \\ -z = 5 \end{cases}$$

$$(2) \text{ 當 } t = 1 \text{ 時：原方程組：} \begin{cases} 2x = 1 \\ 2y + z = 3 \text{ 無解} \\ 2y + z = 5 \end{cases}$$

由(1)和(2)可知：

當方程組無解時， $t$  可為 -1 或 1

故選(C)

( ) 16. 設  $xyz \neq 0$ ，若  $\begin{cases} 2x - y + z = 0 \\ 3x - 2y + 4z = 0 \end{cases}$ ，求  $x:y:z =$  (A) 2:4:1

(B) 7:1:5 (C) 1:2:3 (D) 2:5:1

【隨堂講義補充題。】

解答 D

解析  $x:y:z = \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ -2 & 4 \end{vmatrix} : \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} : \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{vmatrix} = (-2):(-5):(-1) = 2:5:1$

( ) 17. 設  $a$  為實數，若方程式  $a(a-3)x+3=4(x+1)+a$  無解，則  $a =$  (A) -1 (B) -3 (C) 2 (D) 4

【隨堂講義補充題。】

解答 D

解析  $a(a-3)x+3=4(x+1)+a$

$$\Rightarrow (a^2 - 3a)x + 3 = 4x + a + 4$$

$$\Rightarrow (a^2 - 3a - 4)x = a + 1$$

$$\because \text{無解} \Rightarrow a^2 - 3a - 4 = 0 \text{ 且 } a + 1 \neq 0$$

$$\therefore a^2 - 3a - 4 = 0 \Rightarrow (a-4)(a+1) = 0$$

得  $a = 4$  或  $-1$  (不合)

( ) 18. 設  $a+b+c=0$ ，則  $\begin{vmatrix} a & b & c \\ c & a & b \\ b & c & a \end{vmatrix} =$  (A) 0 (B) 1 (C) 2

(D) 3

【隨堂測驗。】

解答 A

解析

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ c & a & b \\ b & c & a \end{vmatrix} \xrightarrow{\substack{\times 1 \\ \times 1}} \begin{vmatrix} a & b & a+b+c \\ c & a & a+b+c \\ b & c & a+b+c \end{vmatrix} = (a+b+c) \begin{vmatrix} a & b & 1 \\ c & a & 1 \\ b & c & 1 \end{vmatrix} = 0 \times \begin{vmatrix} a & b & 1 \\ c & a & 1 \\ b & c & 1 \end{vmatrix} = 0$$

( ) 19. 設  $\frac{2x^3 - x^2 + 1}{(x-2)^4} = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{(x-2)^2} + \frac{C}{(x-2)^3} + \frac{D}{(x-2)^4}$ ，則

$$A - B + C - D =$$
 (A) -2 (B) -4 (C) -6 (D) -8

【龍騰自命題。】

解答 A

解析 根據連續綜合除法

$$2x^3 - x^2 + 1 = 2(x-2)^3 + 11(x-2)^2 + 20(x-2) + 13$$

$$\Rightarrow \frac{2x^3 - x^2 + 1}{(x-2)^4} = \frac{2}{x-2} + \frac{11}{(x-2)^2} + \frac{20}{(x-2)^3} + \frac{13}{(x-2)^4}$$

$$\therefore A = 2, B = 11, C = 20, D = 13$$

$$\text{故 } A - B + C - D = 2 - 11 + 20 - 13 = -2$$

$$\begin{array}{r} 2-1+0+1 \quad | \quad 2 \\ \hline +4+6+12 \\ \hline 2+3+6 \quad | \quad +13 \\ \hline +4+14 \\ \hline 2+7 \quad | \quad +20 \\ \hline +4 \\ \hline 2 \quad | \quad +11 \end{array}$$

( ) 20. 方程式  $\frac{x}{x+1} = 1$  的解為  $x =$  (A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 無

解

【龍騰自命題。】

解答 D

( ) 21.  $\sqrt{14+8\sqrt{3}} - \sqrt{14-4\sqrt{12}} =$  (A)  $-6\sqrt{2}$  (B)  $-2\sqrt{6}$   
(C)  $2\sqrt{6}$  (D)  $2\sqrt{2}$

【龍騰自命題。】

解答 C

解析  $\sqrt{14+8\sqrt{3}} - \sqrt{14-4\sqrt{12}} = \sqrt{14+2\sqrt{48}} - \sqrt{14-2\sqrt{48}}$   
 $= (\sqrt{8} + \sqrt{6}) - (\sqrt{8} - \sqrt{6}) = 2\sqrt{6}$

( ) 22. 設  $\frac{x+2}{x^3-1} = \frac{A}{x-1} + \frac{Bx+C}{x^2+x+1}$ ，則  $B =$  (A) 3 (B) 2 (C) 0  
(D) -1

【隨堂講義補充題。】

解答 D

解析 原式左右兩邊同乘以  $(x-1)(x^2+x+1)$

$$\Rightarrow x+2 = A(x^2+x+1) + (Bx+C)(x-1)$$

$$\text{令 } x=1 \text{ 代入得 } 3=3A \Rightarrow A=1$$

$$\text{令 } x=0 \text{ 代入得 } 2=1+C \times (-1) \Rightarrow C=-1$$

$$\text{令 } x=-1 \text{ 代入得 } 1=1+(-B-1) \times (-2)$$

$$\Rightarrow 2B = -2 \Rightarrow B = -1$$

( ) 23. 設  $\frac{x^2+2x+1}{(x+2)^3} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{(x+2)^2} + \frac{C}{(x+2)^3}$ ，則

$$A - 2B + C =$$
 (A) 8 (B) 6 (C) 4 (D) 2

【隨堂講義補充題。】

解答 B

解析 兩邊同乘以  $(x+2)^3$

$$\Rightarrow x^2+2x+1 = A(x+2)^2 + B(x+2) + C$$

$$= (x+2)[A(x+2)+B] + C$$

利用綜合除法：

$$\begin{array}{r} 1 \quad +2 \quad +1 \quad | \quad -2 \\ \hline \phantom{1} \quad -2 \quad +0 \\ \hline 1 \quad +0 \quad | \quad +1 = C \\ \hline \phantom{1} \quad -2 \\ \hline A = 1 \quad | \quad -2 = B \end{array}$$

$$\therefore A - 2B + C = 1 - 2(-2) + 1 = 6$$

( ) 24. 化簡  $(\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5})(\sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{5}) =$  (A) 4 (B)  $2\sqrt{6}$

(C)  $4 + 2\sqrt{10}$  (D)  $10 + 2\sqrt{15}$

【隨堂講義補充題.】

解答 C

解析 原式

$$= [(\sqrt{2} + \sqrt{5}) + \sqrt{3}][(\sqrt{2} + \sqrt{5}) - \sqrt{3}]$$

$$= (\sqrt{2} + \sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2$$

$$= 2 + 2\sqrt{10} + 5 - 3 = 4 + 2\sqrt{10}$$

( ) 25. 設  $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{x-1}$ ，求

$$\frac{1}{f(1)} + \frac{1}{f(2)} + \frac{1}{f(3)} + \dots + \frac{1}{f(49)} =$$
 (A) 7 (B) 6

(C) 5 (D) 4

【隨堂講義補充題.】

解答 A

解析

$$\frac{1}{f(x)} = \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{x-1}} = \frac{\sqrt{x} - \sqrt{x-1}}{(\sqrt{x} + \sqrt{x-1})(\sqrt{x} - \sqrt{x-1})}$$

$$= \frac{\sqrt{x} - \sqrt{x-1}}{x - x + 1} = \sqrt{x} - \sqrt{x-1}$$

$$\frac{1}{f(1)} + \frac{1}{f(2)} + \frac{1}{f(3)} + \dots + \frac{1}{f(49)}$$

$$= (\sqrt{1} - \sqrt{0}) + (\sqrt{2} - \sqrt{1}) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) + \dots$$

$$+ (\sqrt{48} - \sqrt{47}) + (\sqrt{49} - \sqrt{48})$$

$$= \sqrt{49} - \sqrt{0} = 7$$