

一、單選題 (25 題 每題 4 分 共 100 分)

- () 1. 設 x 、 y 、 k 均為實數，若 $|x+1|+|2x-y+4|+|x+3y+k|=0$ ，則 k 之值為何？
 (A) 3 (B) 1 (C) -4 (D) -5

【103 年歷屆試題.】

解答 D

解析 從題意可知

$$\begin{cases} x+1=0 \dots\dots ① \\ 2x-y+4=0 \dots\dots ② \\ x+3y+k=0 \dots\dots ③ \end{cases}$$

由 ① 得 $x=-1$

$x=-1$ 代入 ② 得 $2(-1)-y+4=0 \Rightarrow y=2$

$x=-1$ 、 $y=2$ 代入 ③ 得 $-1+3 \times 2+k=0 \Rightarrow k=-5$

- () 2. 若 $\begin{vmatrix} x & 1 & 2 \\ x-1 & 2 & 4 \\ x-2 & 4 & 7 \end{vmatrix} = 0$ ，則 $x =$ (A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 2

【092 年歷屆試題.】

解答 A

解析

$$\begin{vmatrix} x & 1 & 2 \\ x-1 & 2 & 4 \\ x-2 & 4 & 7 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} x & 1 & 0 \\ x-1 & 2 & 0 \\ x-2 & 4 & -1 \end{vmatrix} = 0 \quad (\text{依第三行降階})$$

$\begin{matrix} \uparrow \\ \times(-2) \end{matrix}$

$$\Rightarrow (-1) \times \begin{vmatrix} x & 1 \\ x-1 & 2 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow (-1) \times [2x - (x-1)] = 0$$

$\therefore x = -1$

【註】本題亦可由三階行列式直接展開來求 x 值

- () 3. 解方程組 $\begin{cases} x+2y+3z=13 \\ 2x-5y+2z=-2 \\ 3x+y-z=4 \end{cases}$ 得 $y =$ (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

【龍騰自命題.】

解答 B

解析

$$\begin{cases} x+2y+3z=13 \dots\dots ① \\ 2x-5y+2z=-2 \dots\dots ② \\ 3x+y-z=4 \dots\dots ③ \end{cases}$$

② - ① $\times 2$ $-9y-4z=-28 \dots\dots ④$

③ - ① $\times 3$ $y+2z=7 \dots\dots ⑤$

④ + ⑤ $\times 2$ $-7y=-14 \Rightarrow y=2$

- () 4. $\begin{cases} x+2y=6 \\ x-y=3 \end{cases}$ 的解 (x, y) 為 (A) (2, 3) (B) (-2, 3) (C) (1, 4) (D) (4, 1)

【龍騰自命題.】

解答 D

- () 5. 行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 10 & 20 \\ 5 & 50 & 1 \\ 10 & 1 & 5 \end{vmatrix} =$ (A) -99^2 (B) -100^2 (C) 99^2 (D) 100^2

【097 年歷屆試題.】

解答 A

解析

$$\begin{vmatrix} 1 & 10 & 20 \\ 5 & 50 & 1 \\ 10 & 1 & 5 \end{vmatrix} \begin{matrix} \leftarrow \times(-5) \\ \leftarrow \times(-10) \end{matrix} = \begin{vmatrix} 1 & 10 & 20 \\ 0 & 0 & -99 \\ 0 & -99 & -195 \end{vmatrix} \quad (\text{依第一行降階})$$

$$= 1 \times \begin{vmatrix} 0 & -99 \\ -99 & -195 \end{vmatrix} = -99^2$$

- () 6. 若三階行列式 $\begin{vmatrix} x & 13 & 16 \\ 11 & 14 & 17 \\ 12 & 15 & 18 \end{vmatrix}$ 之值為 3，則三階行列式

$$\begin{vmatrix} x+2 & 13 & 16 \\ 11 & 14 & 17 \\ 12 & 15 & 18 \end{vmatrix}$$
 之值為何？(A) -9 (B) -3 (C) 3 (D) 9

【102 年歷屆試題.】

解答 B

解析

$$\begin{aligned} \text{所求} &= \begin{vmatrix} x+2 & 13 & 16 \\ 11+0 & 14 & 17 \\ 12+0 & 15 & 18 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x & 13 & 16 \\ 11 & 14 & 17 \\ 12 & 15 & 18 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 2 & 13 & 16 \\ 0 & 14 & 17 \\ 0 & 15 & 18 \end{vmatrix} = 3 + 2 \times \begin{vmatrix} 14 & 17 \\ 15 & 18 \end{vmatrix} \\ &= 3 + 2 \times \begin{vmatrix} 14 & 17 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 3 + 2 \times (14 \times 1 - 1 \times 17) = 3 + 2 \times (-3) = -3 \end{aligned}$$

- () 7. 已知 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = 5$ ，求 $\begin{vmatrix} 3a+2b & 4a-b \\ 3c+2d & 4c-d \end{vmatrix}$ 之值 = (A) -15 (B) -20 (C) -35 (D) -55

【龍騰自命題.】

解答 D

解析

$$\begin{vmatrix} 3a+2b & 4a-b \\ 3c+2d & 4c-d \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 11a & 4a-b \\ 11c & 4c-d \end{vmatrix} = 11 \begin{vmatrix} a & 4a-b \\ c & 4c-d \end{vmatrix} = 11 \begin{vmatrix} a & -b \\ c & -d \end{vmatrix} = -11 \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = -55$$

- () 8. 三正數 x 、 y 、 z 滿足 $x-2y+z=0$ 且 $3x+y-2z=0$ ，試求

$$\frac{xy+yz+xz}{x^2+y^2+z^2} =$$
 (A) $\frac{71}{83}$ (B) $\frac{73}{81}$ (C) $\frac{73}{83}$ (D) $\frac{71}{81}$

【龍騰自命題.】

解答 A

解析

$$\begin{cases} x-2y+z=0 \dots\dots ① \\ 3x+y-2z=0 \dots\dots ② \end{cases}$$

② $\times 2 +$ ① $7x=3z \Rightarrow x = \frac{3}{7}z$ 代入 ① $\Rightarrow y = \frac{5}{7}z$

則 $x:y:z = \frac{3}{7}z : \frac{5}{7}z : z = 3:5:7$

令 $x=3t, y=5t, z=7t$, 其中 $t>0$

故所求 $= \frac{(3t)(5t) + (5t)(7t) + (3t)(7t)}{(3t)^2 + (5t)^2 + (7t)^2} = \frac{71t^2}{83t^2} = \frac{71}{83}$

() 9. 若 $\begin{cases} \frac{3}{x-y} + \frac{2}{x+y} = 5 \\ \frac{4}{x+y} - \frac{3}{x-y} = 1 \end{cases}$, 則 $(x, y) =$ (A)(1, 0) (B)(0, 1)

(C)(-1, 0) (D)(0, -1)

【龍騰自命題.】

解答 A

解析 $\begin{cases} \frac{3}{x-y} + \frac{2}{x+y} = 5 \dots \textcircled{1} \\ \frac{4}{x+y} - \frac{3}{x-y} = 1 \dots \textcircled{2} \end{cases}$

$\textcircled{1} + \textcircled{2} \quad \frac{6}{x+y} = 6 \Rightarrow x+y=1$ 代入 $\textcircled{1} \Rightarrow \frac{3}{x-y} = 3$

$\Rightarrow x-y=1$

解 $\begin{cases} x+y=1 \\ x-y=1 \end{cases} \Rightarrow (x, y) = (1, 0)$

() 10. 行列式 $\begin{vmatrix} a+b & c & 1 \\ b+c & a & 1 \\ c+a & b & 1 \end{vmatrix} =$ (A) $a+b+c$ (B) $a \times b \times c$ (C)0

(D)1

【龍騰自命題.】

解答 C

解析 原式 $= \begin{vmatrix} a+b+c & c & 1 \\ a+b+c & a & 1 \\ a+b+c & b & 1 \end{vmatrix} = (a+b+c) \begin{vmatrix} 1 & c & 1 \\ 1 & a & 1 \\ 1 & b & 1 \end{vmatrix} = 0$

() 11. $\begin{cases} 2x-y=8 \\ x+y=7 \end{cases}$ 的解 (x, y) 為 (A)(-5, 2) (B)(5, -1)

(C)(5, 2) (D)(3, 5) (E)(-3, 10)

【課本練習題-自我評量.】

解答 C

解析 $\begin{cases} 2x-y=8 \dots \textcircled{1} \\ x+y=7 \dots \textcircled{2} \end{cases}$

$\textcircled{1} + \textcircled{2}$ 得 $3x=15 \Rightarrow x=5$

以 $x=5$ 代入 $\textcircled{2}$ 得 $5+y=7 \Rightarrow y=2$

故 (x, y) 為 $(5, 2)$

() 12. 設方程組 $\begin{cases} x=1 \\ 3x+2y=-1 \end{cases}$, 則 $y =$ (A)1 (B)0 (C)-1 (D)-2

【隨堂測驗.】

解答 D

解析 $x=1$ 代入 $3x+2y=-1$ 中得

$3+2y=-1 \Rightarrow y=-2$

() 13. 利用行列式化簡性質, 得行列式 $\begin{vmatrix} 76 & 86 & 96 \\ 53 & 63 & 73 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$ 之值 =

(A)3876 (B)3 (C)0 (D)-1

【龍騰自命題.】

解答 C

解析

$$\begin{vmatrix} 76 & 86 & 96 \\ 53 & 63 & 73 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 76 & 10 & 20 \\ 53 & 10 & 20 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 76 & 10 & 0 \\ 53 & 10 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

$\begin{matrix} \uparrow & \uparrow \\ \times(-1) & \times(-2) \end{matrix}$

() 14. 若 $\begin{vmatrix} a & 4 \\ 5 & 3 \end{vmatrix} = 1$, 則 $a =$ (A)-1 (B)1 (C)2 (D)3 (E)7

【課本練習題-自我評量.】

解答 E

解析 $\begin{vmatrix} a & 4 \\ 5 & 3 \end{vmatrix} = 1 \Rightarrow 3 \times a - 5 \times 4 = 1 \Rightarrow a = 7$

() 15. 行列式 $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 4 & 5 \\ 1 & 3 & 1 \end{vmatrix}$ 的值为 (A)7 (B)-18 (C)12 (D)-24 (E)6

【課本練習題-自我評量.】

解答 D

解析 原式 $= 2 \times 4 \times 1 + 1 \times 5 \times (-1) + 3 \times 3 \times 0 - 1 \times 4 \times 0 - 3 \times 5 \times 2 - 1 \times (-1) \times 3 = 8 - 5 + 0 - 0 - 30 + 3 = -24$

() 16. 設 a, b 為實數, 若

$$\begin{vmatrix} -4 & 7 & 6 \\ 3 & 1 & -2 \\ 1 & -9 & 5 \end{vmatrix} = -4 \times \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ -9 & 5 \end{vmatrix} + a \times \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} + 6 \times \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & -9 \end{vmatrix}$$

$$= -4 \times \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ -9 & 5 \end{vmatrix} + b \times \begin{vmatrix} 7 & 6 \\ -9 & 5 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 7 & 6 \\ 1 & -2 \end{vmatrix}, \text{ 則 } a+b = \text{ (A)10}$$

(B)4 (C)-4 (D)-10

【隨堂測驗.】

解答 D

解析 原式為第一列降階展開

與第一行降階展開

$\therefore a = -7, b = -3$

故 $a+b = -10$

() 17. x 為整數, 若 $\begin{vmatrix} x & -1 & 3 \\ 4 & 0 & 5 \\ 3 & -x & 1 \end{vmatrix} = -15$, 則 $x =$ (A) $\frac{2}{5}$ (B)2

(C) $\frac{2}{5}$ 或 2 (D) $\frac{5}{2}$ 或 -2 (E)-2

【課本練習題-自我評量.】

解答 B

解析 $\begin{vmatrix} x & -1 & 3 \\ 4 & 0 & 5 \\ 3 & -x & 1 \end{vmatrix} = -15$

$\Rightarrow 0 - 15 - 12x - 0 + 5x^2 + 4 = -15 \Rightarrow 5x^2 - 12x + 4 = 0$

$\Rightarrow (5x-2)(x-2) = 0 \Rightarrow x = \frac{2}{5} \text{ 或 } x = 2$

但是 x 為整數，故取 $x = 2$

- () 18. 二階行列式 $\begin{vmatrix} 6 & 8 \\ -7 & -9 \end{vmatrix} =$ (A) -110 (B) -2 (C) 2
(D) 110

【隨堂測驗.】

解答 C

解析 原式 $= 6 \times (-9) - (-7) \times 8 = 2$

- () 19. 若 $\begin{vmatrix} 8 & -3 \\ 7 & x \end{vmatrix} = 3x + 1$ ，則 $x =$ (A) -2 (B) -3 (C) -4
(D) -5

【隨堂測驗.】

解答 C

解析 原式 $\Rightarrow 8x + 21 = 3x + 1$
 $\Rightarrow 5x = -20$
 $\Rightarrow x = -4$

- () 20. 求三階行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & x & x^2 \\ 1 & 10 & 121 \end{vmatrix} = 0$ 所有解的和為何? (A) 11
(B) $\frac{34}{3}$ (C) 12 (D) $\frac{40}{3}$

【106 年歷屆試題.】

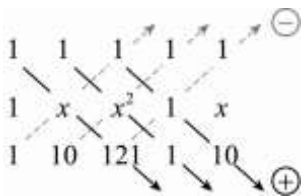
解答 D

解析 $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & x & x^2 \\ 1 & 10 & 121 \end{vmatrix} = 1 \times x \times 121 + 1 \times x^2 \times 1 + 1 \times 1 \times 10 - 1 \times x \times 1 - 10 \times x^2 \times 1 - 121 \times 1 \times 1$

$= 121x + x^2 + 10 - x - 10x^2 - 121 = -9x^2 + 120x - 111$

則方程式 $-9x^2 + 120x - 111 = 0$

所有解的和 (兩根和) 為 $-\frac{120}{-9} = \frac{40}{3}$



- () 21. 若 $\begin{cases} \frac{1}{2x} - \frac{4}{3y} = 5 \\ \frac{4}{x} + \frac{1}{y} = 5 \end{cases}$ ，則 $x + y =$ (A) $\frac{1}{12}$ (B) $\frac{1}{6}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{2}$

解答 B

解析 $\begin{cases} \frac{1}{2x} - \frac{4}{3y} = 5 \dots \textcircled{1} \\ \frac{4}{x} + \frac{1}{y} = 5 \dots \textcircled{2} \end{cases}$

$\textcircled{2} - 8 \times \textcircled{1}$ 得 $\frac{35}{3y} = -35 \Rightarrow y = -\frac{1}{3}$

代入 $\textcircled{2}$ 得 $\frac{4}{x} - 3 = 5 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$

$\therefore x + y = \frac{1}{6}$

- () 22. 已知 a 、 b 為正整數且行列式 $\begin{vmatrix} 5 & a \\ b & 7 \end{vmatrix} = 4$ ，則 $a + b =$
(A) 32 (B) 33 (C) 34 (D) 35

【隨堂講義補充題.】

解答 A

解析 $\begin{vmatrix} 5 & a \\ b & 7 \end{vmatrix} = 4 \Rightarrow 35 - ab = 4 \Rightarrow ab = 31$

a	1	31
b	31	1

$\therefore a + b = 32$

- () 23. 已知 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = 2$ ，則 $\begin{vmatrix} 5a-7b & 3b \\ 5c-7d & 3d \end{vmatrix} =$ (A) 20 (B) 30
(C) 50 (D) 60

【隨堂講義補充題.】

解答 B

解析 $\begin{vmatrix} 5a-7b & 3b \\ 5c-7d & 3d \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 5a & 3b \\ 5c & 3d \end{vmatrix} = 15 \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = 15 \times 2 = 30$

- () 24. 行列式 $\begin{vmatrix} 4 & 1 & 6 \\ 0 & 2 & -1 \\ -3 & 7 & 0 \end{vmatrix} =$ (A) 65 (B) 66 (C) 67 (D) 68

【隨堂講義補充題.】

解答 C

解析 所求 $= 4 \times \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 7 & 0 \end{vmatrix} - 3 \times \begin{vmatrix} 1 & 6 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = 4 \times 7 - 3 \times (-13) = 67$

- () 25. 若方程組 $\begin{cases} (a-4)x - 2y = 2a - 2 \\ 3x + (2a-1)y = -2a - 1 \end{cases}$ 無限多解，則 a 之值
為 (A) 1 (B) $\frac{3}{2}$ (C) 2 (D) $\frac{5}{2}$

【隨堂講義補充題.】

解答 D

解析 $\Delta = \begin{vmatrix} a-4 & -2 \\ 3 & 2a-1 \end{vmatrix} = 2a^2 - 9a + 10$

$$\Delta = 0 \Rightarrow a = 2 \text{ 或 } \frac{5}{2}$$

$$(1) a = 2 \text{ 時, } \begin{cases} -2x - 2y = 2 \\ 3x + 3y = -5 \end{cases}$$

$$\text{但 } \Delta_x \neq 0 \Rightarrow \text{無解}$$

$$(2) a = \frac{5}{2} \text{ 時, } \begin{cases} -\frac{3}{2}x - 2y = 3 \\ 3x + 4y = -6 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta_x = \Delta_y = 0 \Rightarrow \text{無限多解}$$

故選(D)