

一、單選題 (25 題 每題 4 分 共 100 分)

() 1. 解方程組 $\begin{cases} x+2y+3z=13 \\ 2x-5y+2z=-2 \\ 3x+y-z=4 \end{cases}$ 得 $y=(A)1(B)2(C)3(D)4$

【龍騰自命題。】

解答 B

解析 $\begin{cases} x+2y+3z=13 \dots ① \\ 2x-5y+2z=-2 \dots ② \\ 3x+y-z=4 \dots ③ \end{cases}$

② - ① × 2 $-9y-4z=-28 \dots ④$

③ - ① × 3 $y+2z=7 \dots ⑤$

④ + ⑤ × 2 $-7y=-14 \Rightarrow y=2$

() 2. 若 $\frac{3}{x} + \frac{2}{y} - \frac{1}{z} = 3$, $\frac{2}{x} + \frac{3}{y} - \frac{2}{z} = 3$, $\frac{4}{x} + \frac{1}{y} - \frac{3}{z} = 4$, 則 $x+y+z = (A)0 (B)\frac{3}{2} (C)4 (D)\frac{1}{4}$

【龍騰自命題。】

解答 B

解析 $\begin{cases} \frac{3}{x} + \frac{2}{y} - \frac{1}{z} = 3 \dots ① \\ \frac{2}{x} + \frac{3}{y} - \frac{2}{z} = 3 \dots ② \\ \frac{4}{x} + \frac{1}{y} - \frac{3}{z} = 4 \dots ③ \end{cases}$

① × 2 - ② $\frac{4}{x} + \frac{1}{y} = 3 \dots ④$

① × 3 - ③ $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 1 \dots ⑤$

④ - ⑤ $\frac{3}{x} = 2 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$ 代入 ④ $\therefore y = 3$

將 $x = \frac{3}{2}$, $y = 3$ 代入 ① 得 $z = -3$ 則

$x+y+z = \frac{3}{2} + 3 + (-3) = \frac{3}{2}$

() 3. 設 a, b, c, d, e, f 均為實數, 若行列式 $\begin{vmatrix} a & 1 & d \\ b & 1 & e \\ c & 1 & f \end{vmatrix} = 2$,

則 $\begin{vmatrix} 2a & -3 & 4d \\ 2b & -3 & 4e \\ -10c & 15 & -20f \end{vmatrix} = (A)120(B)-120(C)240(D)-240$

【096 年歷屆試題。】

解答 C

解析 $\begin{vmatrix} 2a & -3 & 4d \\ 2b & -3 & 4e \\ -10c & 15 & -20f \end{vmatrix} = 2 \times (-3) \times 4 \times \begin{vmatrix} a & 1 & d \\ b & 1 & e \\ -5c & -5 & -5f \end{vmatrix}$

$$= 2 \times (-3) \times 4 \times (-5) \times \begin{vmatrix} a & 1 & d \\ b & 1 & e \\ c & 1 & f \end{vmatrix} = 2 \times (-3) \times 4 \times (-5) \times 2 = 240$$

() 4. 若三階行列式 $\begin{vmatrix} x & 13 & 16 \\ 11 & 14 & 17 \\ 12 & 15 & 18 \end{vmatrix}$ 之值為 3, 則三階行列式

$\begin{vmatrix} x+2 & 13 & 16 \\ 11 & 14 & 17 \\ 12 & 15 & 18 \end{vmatrix}$ 之值為何? (A) -9 (B) -3 (C) 3 (D) 9

【102 年歷屆試題。】

解答 B

解析

所求 = $\begin{vmatrix} x+2 & 13 & 16 \\ 11+0 & 14 & 17 \\ 12+0 & 15 & 18 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x & 13 & 16 \\ 11 & 14 & 17 \\ 12 & 15 & 18 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 2 & 13 & 16 \\ 0 & 14 & 17 \\ 0 & 15 & 18 \end{vmatrix} = 3 + 2 \times \begin{vmatrix} 14 & 17 \\ 15 & 18 \end{vmatrix}$

$= 3 + 2 \times \begin{vmatrix} 14 & 17 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 3 + 2 \times (14 \times 1 - 1 \times 17) = 3 + 2 \times (-3) = -3$

() 5. 行列式 $\begin{vmatrix} 5\sqrt{3} & -20\sqrt{3} \\ 3\sqrt{2} & 15\sqrt{2} \end{vmatrix}$ 之值 = (A) $135\sqrt{6}$ (B) -135

(C) 100 (D) -200

【龍騰自命題。】

解答 A

解析 原式 = $5\sqrt{3} \times 3\sqrt{2} \begin{vmatrix} 1 & -4 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} = 15\sqrt{6} \times 9 = 135\sqrt{6}$

() 6. 解 $\begin{cases} x+y=1 \\ y+z=6 \\ x+z=2 \end{cases}$, 則 $x+y-z = (A)-1 (B)-\frac{5}{2} (C)\frac{3}{2} (D)1$

【龍騰自命題。】

解答 B

解析 $\begin{cases} x+y=1 \dots ① \\ y+z=6 \dots ② \\ x+z=2 \dots ③ \end{cases} \Rightarrow \frac{①+②+③}{2} : x+y+z = \frac{9}{2} \dots ④$

④ - ① $\Rightarrow z = \frac{7}{2}$

④ - ② $\Rightarrow x = -\frac{3}{2}$

④ - ③ $\Rightarrow y = \frac{5}{2}$

$\therefore x+y-z = -\frac{3}{2} + \frac{5}{2} - \frac{7}{2} = -\frac{5}{2}$

() 7. 三正數 x, y, z 滿足 $x-2y+z=0$ 且 $3x+y-2z=0$, 試

求 $\frac{xy + yz + xz}{x^2 + y^2 + z^2} =$ (A) $\frac{71}{83}$ (B) $\frac{73}{81}$ (C) $\frac{73}{83}$ (D) $\frac{71}{81}$

【龍騰自命題】

解答 A

解析 $\begin{cases} x - 2y + z = 0 \dots \textcircled{1} \\ 3x + y - 2z = 0 \dots \textcircled{2} \end{cases}$

$\textcircled{2} \times 2 + \textcircled{1} \quad 7x = 3z \Rightarrow x = \frac{3}{7}z$ 代入 $\textcircled{1} \Rightarrow y = \frac{5}{7}z$

則 $x : y : z = \frac{3}{7}z : \frac{5}{7}z : z = 3 : 5 : 7$

令 $x = 3t, y = 5t, z = 7t$, 其中 $t > 0$

故所求 $= \frac{(3t)(5t) + (5t)(7t) + (3t)(7t)}{(3t)^2 + (5t)^2 + (7t)^2} = \frac{71t^2}{83t^2} = \frac{71}{83}$

() 8. 行列式 $\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 5 \end{vmatrix}$ 的值為 (A) 13 (B) 7 (C) -13 (D) -7

【龍騰自命題】

解答 A

() 9. 若 $\begin{vmatrix} 2 & a \\ 3 & 7 \end{vmatrix} = -1$, 則 $a =$ (A) 7 (B) 5 (C) 3 (D) 10

【龍騰自命題】

解答 B

() 10. 行列式 $\begin{vmatrix} \sin \theta & \cos \theta \\ \sec \theta & -\csc \theta \end{vmatrix}$ 的值等於 (A) -1 (B) 1 (C) -2 (D) 2

【龍騰自命題】

解答 C

解析 原式 $= \sin \theta \times \frac{-1}{\sin \theta} - \cos \theta \times \frac{1}{\cos \theta} = -2$

() 11. 若 $|x + 1| + |2x - y + 4| + |x + 3y + k| = 0$, 則 $k =$ (A) 5 (B) 4 (C) 3 (D) -1 (E) -5

【課本練習題-自我評量】

解答 E

解析 根據絕對值的性質, 可得 $\begin{cases} x + 1 = 0 \dots \textcircled{1} \\ 2x - y + 4 = 0 \dots \textcircled{2} \\ x + 3y + k = 0 \dots \textcircled{3} \end{cases}$

由 $\textcircled{1}$ 得 $x = -1$ 代入 $\textcircled{2}$ 得 $2 \times (-1) - y + 4 = 0 \Rightarrow y = 2$

以 $x = -1, y = 2$ 代入 $\textcircled{3}$ 得 $-1 + 3 \times 2 + k = 0 \Rightarrow k = -5$

() 12. 行列式 $\begin{vmatrix} 899 & 1 \\ 5 & 0 \end{vmatrix}$ 之值 $=$ (A) 5 (B) -5 (C) 894 (D) -894

【龍騰自命題】

解答 B

解析 原式 $= 899 \times 0 - 5 \times 1 = 0 - 5 = -5$

() 13. 設 x, y, z 為整數, 且

$2|x + y| + 3|x - y - 4| + 5|2x + 3y - z| = 4$, 則 z 可為下列何者? (A) 0 (B) 3 (C) 5 (D) 11

解答 B

解析 $\because x, y, z$ 為整數

$\therefore x + y, x - y - 4, 2x + 3y - z$ 也是整數

$2|x + y| + 3|x - y - 4| + 5|2x + 3y - z| = 4$

而 $2 \times 2 + 3 \times 0 + 5 \times 0 = 4$

$\Rightarrow \begin{cases} |x + y| = 2 \\ |x - y - 4| = 0 \\ |2x + 3y - z| = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = \pm 2 \\ x - y - 4 = 0 \\ 2x + 3y - z = 0 \end{cases}$

(1) $\begin{cases} x + y = 2 \dots \textcircled{1} \\ x - y - 4 = 0 \dots \textcircled{2} \\ 2x + 3y - z = 0 \dots \textcircled{3} \end{cases}$

$\textcircled{1} + \textcircled{2} : 2x - 4 = 2 \Rightarrow x = 3$

$x = 3$ 代入 $\textcircled{1} : 3 + y = 2 \Rightarrow y = -1$

$x = 3, y = -1$ 代入 $\textcircled{3} :$

$2 \times 3 + 3 \times (-1) - z = 0 \Rightarrow z = 3$

(2) $\begin{cases} x + y = -2 \dots \textcircled{4} \\ x - y - 4 = 0 \dots \textcircled{5} \\ 2x + 3y - z = 0 \dots \textcircled{6} \end{cases}$

$\textcircled{4} + \textcircled{5} : 2x - 4 = -2 \Rightarrow 2x = 2 \Rightarrow x = 1$

$x = 1$ 代入 $\textcircled{4} : 1 + y = -2 \Rightarrow y = -3$

$x = 1, y = -3$ 代入 $\textcircled{6} : 2 \times 1 + 3 \times (-3) - z = 0 \Rightarrow z = -7$

由(1)和(2)可知: $z = 3$ 或 -7

故選(B)

() 14. 若 $\begin{vmatrix} 5x+3 & x \\ 5x-1 & x \end{vmatrix} = 16$, 則 $x =$ (A) 5 (B) 4 (C) 3 (D) 2

【龍騰自命題】

解答 B

解析 原式 $\Rightarrow \begin{vmatrix} 5x & x \\ 5x & x \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 3 & x \\ -1 & x \end{vmatrix} = 16 \Rightarrow 0 + 4x = 16$

$\therefore x = 4$

() 15. 利用行列式化簡性質, 得行列式 $\begin{vmatrix} 76 & 86 & 96 \\ 53 & 63 & 73 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$ 之值 $=$

(A) 3876 (B) 3 (C) 0 (D) -1

【龍騰自命題】

解答 C

解析

$\begin{vmatrix} 76 & 86 & 96 \\ 53 & 63 & 73 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 76 & 10 & 20 \\ 53 & 10 & 20 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 76 & 10 & 0 \\ 53 & 10 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0$

$\begin{matrix} \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ \times(-1) & & \times(-2) \\ \times(-1) & & \end{matrix}$

() 16. 下列何者是 $\begin{cases} 3x - 2y = 12 \\ x + 2y = -4 \end{cases}$ 的解? (A) $\begin{cases} x = 2 \\ y = -3 \end{cases}$

(B) $\begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}$ (C) $\begin{cases} x=-2 \\ y=-3 \end{cases}$ (D) $\begin{cases} x=-2 \\ y=3 \end{cases}$

【隨堂測驗】

解答 A

解析 $\begin{cases} 3x-2y=12 \cdots \textcircled{1} \\ x+2y=-4 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$

$\textcircled{1} + \textcircled{2} : 4x=8 \Rightarrow x=2$

代入 $\textcircled{2} : 2+2y=-4 \Rightarrow y=-3$

() 17. 若 $\begin{vmatrix} a & 4 \\ 5 & 3 \end{vmatrix} = 1$, 則 $a =$ (A) -1 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 7

【課本練習題-自我評量】

解答 E

解析 $\begin{vmatrix} a & 4 \\ 5 & 3 \end{vmatrix} = 1 \Rightarrow 3 \times a - 5 \times 4 = 1 \Rightarrow a = 7$

() 18. 若 $\begin{vmatrix} x & -1 \\ 5 & 3 \end{vmatrix} = -7$, 則 $x =$ (A) -5 (B) -4 (C) -3 (D) -2

【隨堂測驗】

解答 B

解析 原式 $\Rightarrow 3x+5=-7 \Rightarrow x=-4$

() 19. 設 t 為實數, 且三元一次聯立方程式

$$\begin{cases} (t+1)x+(t-1)z=1 \\ (t+1)y+z=3 \\ (t+1)y+tz=5 \end{cases} \text{無解, 則 } t \text{ 可為下列何者?}$$

(A) -2 (B) 0 (C) 1 (D) 2

【106年歷屆試題】

解答 C

解析 原方程組： $\begin{cases} (t+1)x+0y+(t-1)z=1 \\ 0x+(t+1)y+z=3 \\ 0x+(t+1)y+tz=5 \end{cases}$

$$\Delta = \begin{vmatrix} t+1 & 0 & t-1 \\ 0 & t+1 & 1 \\ 0 & t+1 & t \end{vmatrix} \text{ (第一、二行提出}(t+1)\text{)}$$

$$= (t+1)^2 \times \begin{vmatrix} 1 & 0 & t-1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & t \end{vmatrix} \text{ (第一行降階展開)}$$

$$= (t+1)^2 \times 1 \times \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & t \end{vmatrix}$$

$$= (t+1)^2 \times 1 \times (1 \times t - 1 \times 1) = (t+1)^2 (t-1)$$

若 $\Delta = 0$, 則 $t = -1$ 或 1

(1) 當 $t = -1$ 時：原方程組： $\begin{cases} -2z=1 \\ z=3 \\ -z=5 \end{cases}$ 無解

(2) 當 $t = 1$ 時：原方程組： $\begin{cases} 2x=1 \\ 2y+z=3 \\ 2y+z=5 \end{cases}$ 無解

由(1)和(2)可知：

當方程組無解時, t 可為 -1 或 1

故選(C)

() 20. 若 $\begin{cases} \frac{1}{2x} - \frac{4}{3y} = 5 \\ \frac{4}{x} + \frac{1}{y} = 5 \end{cases}$, 則 $x+y =$ (A) $\frac{1}{12}$ (B) $\frac{1}{6}$ (C) $\frac{1}{3}$

(D) $\frac{1}{2}$

【隨堂講義補充題】

解答 B

解析 $\begin{cases} \frac{1}{2x} - \frac{4}{3y} = 5 \cdots \textcircled{1} \\ \frac{4}{x} + \frac{1}{y} = 5 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$

$\textcircled{2} - 8 \times \textcircled{1}$ 得 $\frac{35}{3y} = -35 \Rightarrow y = -\frac{1}{3}$

代入 $\textcircled{2}$ 得 $\frac{4}{x} - 3 = 5 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$

$\therefore x+y = \frac{1}{6}$

() 21. 若 $\begin{cases} \frac{5}{x+y} + \frac{10}{x-y} = -1 \\ \frac{2}{x+y} - \frac{3}{x-y} = 1 \end{cases}$, 則 $3x+y =$ (A) 5 (B) 6 (C) 7

(D) 8

【隨堂講義補充題】

解答 A

解析 令 $x+y=A, x-y=B$

$$\begin{cases} \frac{5}{A} + \frac{10}{B} = -1 \\ \frac{2}{A} - \frac{3}{B} = 1 \end{cases} \Rightarrow A=5, B=-5$$

$\therefore \begin{cases} x+y=5 \\ x-y=-5 \end{cases} \Rightarrow x=0, y=5 \Rightarrow 3x+y=5$

() 22. 設 x, y 為實數, 若 $(2x-3y+8)^2 + |x+3y-5| = 0$, 則 $x+y =$ (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

【隨堂講義補充題】

解答 A

解析 $\begin{cases} 2x-3y+8=0 \\ x+3y-5=0 \end{cases} \Rightarrow x=-1, y=2$

$\therefore x+y = -1+2=1$

() 23. 行列式 $\begin{vmatrix} 31 & 58 \\ 63 & 117 \end{vmatrix} =$ (A) -9 (B) -18 (C) -27

【隨堂講義補充題.】

解答 C

解析

$$\begin{vmatrix} 31 & 58 \\ 63 & 117 \end{vmatrix} \times (-2) = \begin{vmatrix} 31 & 58 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 31 \times 1 - 58 \times 1 = -27$$

() 24. 行列式 $\begin{vmatrix} 3 & 27 & -41 \\ -1 & 11 & -23 \\ -5 & -32 & 65 \end{vmatrix} =$ (A)1200 (B)1210

(C)1220 (D)1230

【隨堂講義補充題.】

解答 D

解析

$$\begin{vmatrix} 3 & 27 & -41 \\ -1 & 11 & -23 \\ -5 & -32 & 65 \end{vmatrix} \begin{matrix} \times 3 \\ \times (-5) \end{matrix} = \begin{vmatrix} 0 & 60 & -110 \\ -1 & 11 & -23 \\ 0 & -87 & 180 \end{vmatrix} = -(-1) \times \begin{vmatrix} 60 & -110 \\ -87 & 180 \end{vmatrix} = 1230$$

() 25. 設 $\begin{vmatrix} a & d & g \\ b & e & h \\ c & f & k \end{vmatrix} = 6$, $\begin{vmatrix} a & d & l \\ b & e & m \\ c & f & n \end{vmatrix} = -5$, 則行列式

$$\begin{vmatrix} 3a & -2d & 4g+5l \\ 3b & -2e & 4h+5m \\ 3c & -2f & 4k+5n \end{vmatrix} \text{ 的值为 (A)3 (B)4 (C)5}$$

(D)6

【隨堂講義補充題.】

解答 D

解析 所求

$$= \begin{vmatrix} 3a & -2d & 4g \\ 3b & -2e & 4h \\ 3c & -2f & 4k \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 3a & -2d & 5l \\ 3b & -2e & 5m \\ 3c & -2f & 5n \end{vmatrix}$$

$$= -24 \begin{vmatrix} a & d & g \\ b & e & h \\ c & f & k \end{vmatrix} - 30 \begin{vmatrix} a & d & l \\ b & e & m \\ c & f & n \end{vmatrix}$$

$$= -24 \times 6 - 30 \times (-5) = 6$$