

一、單選題 (25 題 每題 4 分 共 100 分)

() 1. 設 a, b, c 為實數，多項式 $f(x) = ax^2 + 3$ ， $g(x) = 4x^2 + b + 1 + (c + 2)x$ ，若 $f(x) = g(x)$ ，則下列何者錯誤？ (A) $a = 4$ (B) $b = 2$
(C) $c = -2$ (D) $a + b + c = 8$

【隨堂測驗】 解答 B

解析 $\because f(x) = g(x)$

$$\therefore \begin{cases} a = 4 \\ 3 = b + 1 \\ 0 = c + 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 2 \\ c = -2 \end{cases}$$

$\therefore a + b + c = 4$

() 2. 下列何者為多項式？ (A) $\frac{1}{x} + 4$ (B) $\sqrt{2x} + 8$ (C) $\frac{13}{5x - 4}$ (D) $6\sqrt{x} + 2$

【094 年歷屆試題】

解答 D

解析 $\frac{1}{x} + 4$ 及 $\frac{13}{5x - 4}$ 的 x 在分母中出現，故不為 x 的多項式

又 $6\sqrt{x} + 2$ 的 x 出現在根號內，故不為 x 的多項式

\therefore 只有 $\sqrt{2x} + 8$ 為 x 的多項式

() 3. 設 $f(x) = x^3 + 2x^2 - x + 1$ ， $g(x) = -x^2 + 6x - 2$ ，則 $f(x) - 2g(x) =$ (A) $x^3 + 4x^2 - 12x + 5$ (B) $x^3 + 4x^2 - 13x + 5$
(C) $x^3 + 5x^2 - 12x + 5$ (D) $x^3 + 5x^2 - 13x + 6$

【隨堂講義補充題】

解答 B

解析 $f(x) - 2g(x) = x^3 + 2x^2 - x + 1 - 2(-x^2 + 6x - 2)$

$$= x^3 + 2x^2 - x + 1 + 2x^2 - 12x + 4 = x^3 + 4x^2 - 13x + 5$$

() 4. 若 $2x^2 + x + 1$ 整除 $2x^4 - x^3 + ax^2 + bx + 2$ ，則數對 (a, b) 為 (A) $(-4, 1)$ (B) $(-3, 1)$ (C) $(4, 1)$ (D) $(3, 1)$

【隨堂講義補充題】

解答 C

解析	$2x^2 + x + 1$	$\begin{array}{r} x^2 \quad -x \quad +2 \\ 2x^4 \quad -x^3 \quad +ax^2 \quad +bx \quad +2 \\ \underline{2x^4 \quad +x^3 \quad +x^2} \\ -2x^3 \quad +(a-1)x^2 \quad +bx \\ \underline{-2x^3 \quad -x^2 \quad -x} \\ ax^2 \quad +(b+1)x \quad +2 \\ \underline{4x^2 \quad +2x \quad +2} \\ 0 \end{array}$
----	----------------	---

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b + 1 = 2 \end{cases}$$

解得 $a = 4, b = 1$

$\therefore (a, b) = (4, 1)$

() 5. 設 $\sin\alpha, \sin\beta$ 為方程式 $3x^2 + x - 2 = 0$ 之兩根，則 $\sin^2\alpha + \sin^2\beta$ 之值為 (A) 1 (B) $\frac{9}{13}$ (C) $\frac{13}{9}$ (D) 2

【龍騰自命題】

解答 C

解析

$$\begin{cases} \sin \alpha + \sin \beta = -\frac{1}{3} \\ \sin \alpha \times \sin \beta = -\frac{2}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \sin^2 \alpha + \sin^2 \beta = (\sin \alpha + \sin \beta)^2 - 2 \sin \alpha \times \sin \beta = \frac{1}{9} + \frac{4}{3} = \frac{13}{9}$$

() 6. 設以 $x-1$ 除 $f(x) = 2x^3 - 3ax - 4$ 與 $g(x) = ax^6 + x - 1$ 所得餘式相等，則 a 之值為 (A) -1 (B) $-\frac{1}{2}$ (C) 0 (D) $\frac{1}{2}$

【龍騰自命題.】

解答 B

解析

$$\because f(1) = g(1) \quad \therefore 2 - 3a - 4 = a + 1 - 1 \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$$

() 7. 求方程式 $x^2 + 2|x| - 15 = 0$ 之兩根的平方和為 (A) 14 (B) 18 (C) 15 (D) 10

【龍騰自命題.】

解答 B

解析

$$\because x^2 = |x|^2 \quad \therefore x^2 + 2|x| - 15 = 0$$

$$\Rightarrow |x|^2 + 2|x| - 15 = 0 \Rightarrow (|x| + 5)(|x| - 3) = 0 \Rightarrow |x| = 3 \text{ 或 } -5 \text{ (不合)}$$

$$\text{即 } |x| = 3 \Rightarrow x = \pm 3, \text{ 兩根的平方和為 } 3^2 + (-3)^2 = 18$$

() 8. 若 $x^4 - 3x^2 + x - 1 = a(2x+3)^4 + b(2x+3)^3 + c(2x+3)^2 + d(2x+3) + e$ ，則 $a - b + c - d + e =$ (A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 2

【龍騰自命題.】

解答 C

解析

$$\text{用 } x = -2 \text{ 代入，得 } a - b + c - d + e = (-2)^4 - 3(-2)^2 + (-2) - 1 = 1$$

() 9. 下列方程式何者沒有實數解？ (A) $x^2 - 1 = 0$ (B) $x^2 - 4x + 1 = 0$ (C) $x^2 - 2x + 2 = 0$ (D) $2x^2 + 3x - 4 = 0$

【龍騰自命題.】

解答 C

解析

令 $\Delta =$ 判別式

$$(A) \Delta = 0 + 4 = 4 > 0 \quad \therefore \text{有實數解}$$

$$(B) \Delta = 16 - 4 = 12 > 0 \quad \therefore \text{有實數解}$$

$$(C) \Delta = 4 - 8 = -4 < 0 \quad \therefore \text{沒有實數解}$$

$$(D) \Delta = 9 + 32 = 41 > 0 \quad \therefore \text{有實數解}$$

() 10. $f(x)$ 為三次多項式，已知 $f(1) = f(2) = f(3) = 0$ ， $f(5) = 240$ ，則 $f(4) =$ (A) 60 (B) 30 (C) 12 (D) 6

【隨堂講義補充題.】

解答 A

解析

$$\because f(x) \text{ 為三次，且 } f(1) = f(2) = f(3) = 0$$

$$\therefore \text{可設 } f(x) = a(x-1)(x-2)(x-3)$$

$$f(5) = 240 \Rightarrow a \times 4 \times 3 \times 2 = 240 \Rightarrow a = 10$$

$$f(x) = 10(x-1)(x-2)(x-3)$$

$$\Rightarrow f(4) = 10 \times 3 \times 2 \times 1 = 60$$

() 11. 若 $A = x^2 + x - 2$ ， $B = x^2 - 4$ ，則 A 與 B 之 H.C.F. = (A) $x + 2$ (B) $x - 2$ (C) $x - 1$ (D) $x + 1$

【龍騰自命題.】

解答 A

() 12. 分式方程式： $\frac{x+4}{x-1} + \frac{x-1}{x-2} = 1$ ，其解為 (A) $\frac{-5 \pm 5\sqrt{3}}{2}$ (B) $\frac{5 \pm 5\sqrt{3}}{2}$ (C) $\frac{-3 \pm 3\sqrt{5}}{2}$ (D) $\frac{3 \pm 3\sqrt{5}}{2}$

【龍騰自命題.】

解答 C

() 13. 方程式 $6x^2 - 13x + 6 = 0$ 的解為 $x =$ (A) $1, \frac{1}{6}$ (B) $-2, -3$ (C) $\frac{2}{3}, 2$ (D) $\frac{2}{3}, \frac{3}{2}$

【龍騰自命題.】

解答 D

() 14. 設 α, β 為 $2x^2 + 5x + 1 = 0$ 的兩根，且 $\alpha > \beta$ ，則 $\alpha - \beta =$ (A) $\frac{\sqrt{17}}{2}$ (B) $\frac{5}{2}$ (C) $\sqrt{17}$ (D) 5

【龍騰自命題.】

解答 A

解析 $2x^2 + 5x + 1 = 0$ 的解為 $x = \frac{-5 \pm \sqrt{25-8}}{2 \times 2} = \frac{-5 \pm \sqrt{17}}{4}$

$$\because \alpha > \beta \quad \therefore \alpha = \frac{-5 + \sqrt{17}}{4}, \beta = \frac{-5 - \sqrt{17}}{4}$$

$$\Rightarrow \alpha - \beta = \frac{-5 + \sqrt{17}}{4} - \frac{-5 - \sqrt{17}}{4} = \frac{\sqrt{17}}{2}$$

() 15. 若以 $x - \frac{1}{2}$ 除多項式 $f(x)$ 得商式 $8x + 6$ ，餘式 1，若改以 $2x - 1$ 除 $f(x)$ 時，其餘式為 (A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) $\frac{1}{2}$

【龍騰自命題.】

解答 A

解析 $f(x) = (x - \frac{1}{2})(8x + 6) + 1 = (2x - 1)(4x + 3) + 1$

() 16. 已知 $f(x) = (2x^3 + 4x^2 + x + 1)(3x^2 - 5x + 2)$ ，則下列敘述何者有誤？ (A) $\deg f(x) = 5$ (B) $f(0) = 2$ (C) 展開式中， x^2 項係數為 6 (D) 展開式中，各項係數和為 8

【龍騰自命題.】

解答 D

解析 $f(x) = (2x^3 + 4x^2 + x + 1)(3x^2 - 5x + 2)$

$$(A) \deg f(x) = 3 + 2 = 5$$

$$(B) f(0) = 1 \times 2 = 2$$

$$(C) x^2 \text{ 項係數} = 4 \times 2 + 1 \times (-5) + 1 \times 3 = 6$$

$$(D) \text{各項係數和} = f(1) = (2 + 4 + 1 + 1)(3 - 5 + 2) = 0$$

() 17. 已知 α, β 為方程式 $2x^2 + 4x - 1 = 0$ 的兩根，則 $\alpha^3 + \beta^3 =$ (A) -9 (B) -10 (C) -11 (D) -12

【隨堂講義補充題.】

解答 C

$$\text{解析 } \begin{cases} \alpha + \beta = -\frac{4}{2} = -2 \\ \alpha\beta = \frac{-1}{2} \end{cases}$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = (-2)^2 - 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = 5$$

$$\alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)(\alpha^2 - \alpha\beta + \beta^2) = (-2) \left[5 - \left(-\frac{1}{2}\right) \right] = -11$$

() 18. 解 $\frac{1}{\sqrt{x+1}-\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x}} = 4$ ，得 $x =$ (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

【龍騰自命題.】

解答 C

解析 $\frac{1}{\sqrt{x+1}-\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x}} = 4 \Rightarrow \frac{\sqrt{x+1}+\sqrt{x}+\sqrt{x+1}-\sqrt{x}}{(\sqrt{x+1}-\sqrt{x})(\sqrt{x+1}+\sqrt{x})} = 4$

$$\Rightarrow \frac{2\sqrt{x+1}}{(x+1)-x} = 4 \Rightarrow \sqrt{x+1} = 2 \Rightarrow x+1 = 4 \Rightarrow x = 3$$

() 19. 設 $f(x)$ 為一元二次多項式，若 $f(0) = -1$ ， $f(-1) = 0$ ， $f(2) = 1$ ，則下列何者為 $f(x)$ 的因式？ (A) x (B) $x+1$ (C) $x-1$ (D) $x-2$

【龍騰自命題.】

解答 B

解析 由因式定理得知

$$\because f(-1) = 0 \quad \therefore x+1 \text{ 為 } f(x) \text{ 的因式}$$

() 20. 設 $x^2 - 5x + 1 = 0$ ，則 $x^3 + \frac{1}{x^3} =$ (A) 110 (B) 120 (C) 130 (D) 140

【龍騰自命題.】

解答 A

解析 $x^2 - 5x + 1 = 0 \xrightarrow{\text{除以 } x} x - 5 + \frac{1}{x} = 0 \Rightarrow x + \frac{1}{x} = 5$

$$\begin{aligned} x^3 + \frac{1}{x^3} &= (x + \frac{1}{x})(x^2 - 1 + \frac{1}{x^2}) \\ &= (x + \frac{1}{x})[(x + \frac{1}{x})^2 - 2 - 1] \\ &= (x + \frac{1}{x})[(x + \frac{1}{x})^2 - 3] \\ &= 5(5^2 - 3) \\ &= 110 \end{aligned}$$

() 21. 若多項式 $ax^2 + x - 3$ 與多項式 $-2x^2 + bx + c$ 相等，則 $a + b + c =$ (A) -2 (B) -4 (C) 5 (D) 3 (E) 0

【課本練習題-自我評量.】

解答 B

解析 $\because ax^2 + x - 3 = -2x^2 + bx + c \quad \therefore a = -2, b = 1, c = -3$
 $\Rightarrow a + b + c = -2 + 1 - 3 = -4$

() 22. 若 $\frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)} = \frac{A}{x(x+3)}$ ，則 $A =$ (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

【隨堂講義補充題.】

解答 C

解析 左式 $= \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}\right) + \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2}\right) + \left(\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+3}\right) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+3} = \frac{3}{x(x+3)}$
 $\therefore A = 3$

() 23. 將 $(x^4 - 3x^3 + 2x - 5)(x^3 - 2)(x + 3)$ 乘開化簡後， x^3 項的係數為何？ (A) -5 (B) -3 (C) 3 (D) 5

【104 年歷屆試題.】

解答 C

解析

$$\begin{array}{c} \textcircled{1} \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ (x^4 - 3x^3 + 2x - 5)(x^3 - 2)(x + 3) \\ \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \\ \textcircled{2} \end{array}$$

$$x^3 \text{ 項} = \underbrace{-3x^3 \times (-2) \times 3}_{\textcircled{1}} + \underbrace{(-5) \times x^3 \times 3}_{\textcircled{2}} = 18x^3 - 15x^3 = 3x^3$$

故 x^3 項的係數為 3

() 24. 設 $x = \frac{1}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$ ， $y = \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}$ ，則 $x^2 + 6xy + y^2 =$ (A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10

解答 A

$$\text{解析 } x+y = \frac{(\sqrt{5}+\sqrt{3})+(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})} = \sqrt{5}$$

$$xy = \frac{1}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})} = \frac{1}{2}$$

$$x^2 + 6xy + y^2 = (x+y)^2 + 4xy = (\sqrt{5})^2 + 4 \times \frac{1}{2} = 7$$

() 25. 設 $x^2 - 5x + 1 = 0$ ，則 $x^2 + \frac{1}{x^2} =$ (A)19 (B)21 (C)23 (D)25

解答 C

$$\text{解析 } x^2 - 5x + 1 = 0$$

$$\Rightarrow x - 5 + \frac{1}{x} = 0$$

$$\Rightarrow x + \frac{1}{x} = 5$$

$$\Rightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 5^2$$

$$\Rightarrow x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} = 25 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 23$$