

一、單選題 (25 題 每題 4 分 共 100 分)

() 1. 設 $\frac{2x}{(x+1)(x-1)(x+2)} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x+2} + \frac{C}{x-1}$ ，則 $2A+3B-6C =$ (A) -1 (B) -2 (C) -3 (D) -4

【龍騰自命題.】

解答 D

() 2. 多項式 $T = -3x^2 + 5x^3 + x^4 - 3 - 7x$ ，則下列何者正確？ (A) T 為二次多項式 (B) 領導係數為 -3 (C) 一次項係數為 7 (D) 常數項為 -3

【隨堂測驗.】

解答 D

解析 $T = x^4 + 5x^3 - 3x^2 - 7x - 3$

T 為四次多項式，領導係數為 1，一次項係數為 -7，常數項為 -3

() 3. 設 $f(x) = (a+1)x^3 + 2bx - c + 3$ ， $g(x) = (d-2)x^2 - 4x$ ，若 $f(x) = g(x)$ ，則 $a+b+c+d =$ (A) 2 (B) 4 (C) 5 (D) 6

【隨堂講義補充題.】

解答 A

解析 $f(x) = (a+1)x^3 + 2bx - c + 3$ ， $g(x) = (d-2)x^2 - 4x$

$\therefore f(x) = g(x) \Rightarrow$ 次數相同，係數相等

$$\Rightarrow \begin{cases} a+1=0 \\ d-2=0 \\ 2b=-4 \\ -c+3=0 \end{cases} \text{ 得 } a=-1, b=-2, c=3, d=2$$

故 $a+b+c+d = (-1) + (-2) + 3 + 2 = 2$

() 4. 設 $x^2 - 3x + 5 = a(x-1)(x-2) + b(x-2)(x-3) + c(x-3)(x-1)$ ，求 $a+b+2c =$ (A) -3 (B) -2 (C) 2 (D) 3

【隨堂講義補充題.】

解答 B

解析 令 $x=1$ 代入得 $1-3+5 = b \times (1-2)(1-3) \Rightarrow b = \frac{3}{2}$

令 $x=2$ 代入得

$$4-3 \times 2+5 = c(2-3)(2-1) \Rightarrow c = -3$$

令 $x=3$ 代入得

$$9-3 \times 3+5 = a(3-1)(3-2) \Rightarrow a = \frac{5}{2}$$

故 $a+b+2c = \frac{5}{2} + \frac{3}{2} + 2 \times (-3) = -2$

() 5. 設 $x^4 + 3x^3 - 2x^2 - 3x + 6 = a(x+1)^4 + b(x+1)^3 + c(x+1)^2 + d(x+1) + e$ ，則 (A) $b+d=e$ (B) $b+c=d$ (C) $a+b+c+d+e=5$ (D) $b+d=a+e$

【龍騰自命題.】

解答 A

解析

$$\begin{array}{r|l} 1 & +3 & -2 & -3 & +6 & -1 \\ \hline & -1 & -2 & +4 & -1 & \\ \hline 1 & +2 & -4 & +1 & & 5 \\ \hline & -1 & -1 & +5 & & \\ \hline 1 & +1 & -5 & & & 6 \\ \hline & -1 & +0 & & & \\ \hline 1 & +0 & & & & -5 \\ \hline & -1 & & & & \\ \hline 1, & -1 & & & & \end{array}$$

故 $a=1, b=-1, c=-5, d=6, e=5$

- () 6. 設 $\sin\alpha, \sin\beta$ 為方程式 $3x^2+x-2=0$ 之兩根，則 $\sin^2\alpha+\sin^2\beta$ 之值為 (A)1 (B) $\frac{9}{13}$ (C) $\frac{13}{9}$ (D)2

【龍騰自命題.】

解答 C

解析
$$\begin{cases} \sin\alpha + \sin\beta = -\frac{1}{3} \\ \sin\alpha \times \sin\beta = -\frac{2}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \sin^2\alpha + \sin^2\beta = (\sin\alpha + \sin\beta)^2 - 2\sin\alpha \times \sin\beta = \frac{1}{9} + \frac{4}{3} = \frac{13}{9}$$

- () 7. $(x+1)^2$ 為 x^5+3ax^2+ax+b 之因式，則 $b=$ (A)1 (B)2 (C)-1 (D)-2

【龍騰自命題.】

解答 C

解析 $(x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$

$$\begin{array}{r} 1 \quad +2 \quad +1 \overline{) 1 \quad +0 \quad +0 \quad + \quad 3a \quad + \quad a \quad +b} \\ \underline{1 \quad +2 \quad +1} \\ -2 \quad -1 \quad + \quad 3a \\ \underline{-2 \quad -4 \quad - \quad 2} \\ 3 \quad +(3a+2) \quad + \quad a \\ \underline{3 \quad + \quad 6 \quad + \quad 3} \\ (3a-4) \quad +(a-3) \quad +b \\ \underline{ \quad b \quad +2b \quad +b} \\ 0 \end{array}$$

$$\therefore \begin{cases} 3a-4=b \\ a-3=2b \end{cases} \text{ 得 } a=1, b=-1$$

- () 8. 下列何者不為 $6x^3-7x^2-9x-2$ 的因式？ (A) $x+1$ (B) $x-2$ (C) $2x+1$ (D) $3x+1$

【課本練習題-自我評量.】

解答 A

解析 由綜合除法：

$$\begin{array}{r} 6 \quad - \quad 7 \quad - \quad 9 \quad - \quad 2 \quad | \quad 2 \\ \underline{+ \quad 12 \quad + \quad 10 \quad + \quad 2} \\ 6 \quad + \quad 5 \quad + \quad 1 \quad | \quad + \quad 0 \end{array}$$

$$\therefore 6x^3-7x^2-9x-2 = (x-2)(6x^2+5x+1) = (x-2)(2x+1)(3x+1)$$

故 $x+1$ 不為 $6x^3-7x^2-9x-2$ 之因式

- () 9. 設 $f(x) = x^5 - 42x^3 - 51x^2 + 74$ ，則 $x-7$ 除 $f(x)$ 之餘式為 (A)-22 (B)-23 (C)-24 (D)-25

【龍騰自命題.】

解答 C

解析 $x-7$ 除 $f(x)$ 之餘式為 $f(7)$

$$\begin{array}{r} 1 \quad +0 \quad -42 \quad -51 \quad +0 \quad +74 \quad | \quad 7 \\ \underline{+7 \quad +49 \quad +49 \quad -14 \quad -98} \\ 1 \quad +7 \quad +7 \quad -2 \quad -14 \quad -24 \end{array}$$

$$\therefore f(7) = -24$$

- () 10. 已知 $\cos 60^\circ = 4\cos^3 20^\circ - 3\cos 20^\circ$ ，則多項式 $4x^3 - 3x$ 除以 $x - \cos 20^\circ$ 的餘式為何？ (A)0 (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (D)1

【096 年歷屆試題.】

解答 B

解析 令 $f(x) = 4x^3 - 3x$

由餘式定理知 $f(x)$ 除以 $x - \cos 20^\circ$ 的餘式為

$$f(\cos 20^\circ) = 4\cos^3 20^\circ - 3\cos 20^\circ = \cos 60^\circ = \frac{1}{2} \quad (\quad)$$

(C) $\sqrt{2} - 2$ (D) $\sqrt{2}$

【隨堂講義補充題.】

解答 D

解析 令 $x = \sqrt{2} + 1$

$$\Rightarrow x - 1 = \sqrt{2} \Rightarrow (x - 1)^2 = (\sqrt{2})^2$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x + 1 = 2 \Rightarrow x^2 - 2x - 1 = 0$$

由除法原理：

$$f(x) = x^3 - 4x^2 + 4x + 1 = (x^2 - 2x - 1)(x - 2) + x - 1$$

$$\therefore \text{當 } x = \sqrt{2} + 1 \text{ 時, } f(\sqrt{2} + 1) = 0 + \sqrt{2} + 1 - 1 = \sqrt{2}$$

() 12. 設 k 為實數，若一次方程式 $(k^2 - 4)x = 2k - 4$ 有無限多組解，則 $k =$ (A) -2 (B) 0 (C) 1 (D) 2

【龍騰自命題.】

解答 D

解析 $(k^2 - 4)x = 2k - 4$ 有無限多解

$$\Rightarrow \begin{cases} k^2 - 4 = 0 \\ 2k - 4 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (k+2)(k-2) = 0 \\ 2(k-2) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = 2 \text{ 或 } k = -2 \\ k = 2 \end{cases} \Rightarrow k = 2$$

() 13. 化簡 $\sqrt{5 - \sqrt{24}}$ = (A) $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ (B) $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ (C) $\sqrt{6} - 2$ (D) $2\sqrt{2} - \sqrt{3}$

【龍騰自命題.】

解答 B

$$\text{解析 原式} = \sqrt{3 - 2\sqrt{6} + 2} = \sqrt{(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$$

() 14. 試求 $(x^5 - 3x^4 + x^3 - 2x + 5)(3x^4 - 4x^2 - 2x + 2)$ 展開式中 x^4 項係數為 (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8

【龍騰自命題.】

解答 C

解析 $(x^5 - 3x^4 + x^3 - 2x + 5)(3x^4 - 4x^2 - 2x + 2)$

$$x^4 \text{ 項的係數為 } (-3) \times 2 + 1 \times (-2) + 5 \times 3 = -6 - 2 + 15 = 7$$

() 15. 已知 $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ 可分解為 $(x+a)(x+b)(x+c)$ ，則 $a+b+c =$ (A) -1 (B) -6 (C) -3 (D) 6

【龍騰自命題.】

解答 B

解析 $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = (x-1)(x-2)(x-3)$

$$\text{故 } a+b+c = (-1) + (-2) + (-3) = -6$$

() 16. 設 $f(x) = 2x^3 + 3x^2 + 4x + 2$ ， $g(x) = (ax+b)(x^2+x+1)$ ，若 $f(x)$ 除以 $g(x)$ 得商為 1 ，餘式為 $x+1$ ，則 $a^2 + b^2 =$ (A) 5 (B) -3 (C) 1 (D) 7

【龍騰自命題.】

解答 A

解析 由題意知 $f(x) = g(x) \times 1 + (x+1)$

$$2x^3 + 3x^2 + 4x + 2 = ax^3 + (a+b)x^2 + (a+b+1)x + (b+1)$$

$$\text{比較係數得 } a=2, b=1, \text{ 故 } a^2 + b^2 = 2^2 + 1^2 = 5$$

() 17. 若以 $x - \frac{1}{2}$ 除多項式 $f(x)$ 得商式 $8x + 6$ ，餘式 1，若改以 $2x - 1$ 除 $f(x)$ 時，其餘式為 (A)1 (B)2 (C)4 (D) $\frac{1}{2}$

【龍騰自命題】

解答 A

解析 $f(x) = (x - \frac{1}{2})(8x + 6) + 1 = (2x - 1)(4x + 3) + 1$

() 18. 解方程式 $\frac{x+7}{x+6} - \frac{x+9}{x+8} = \frac{x+10}{x+9} - \frac{x+6}{x+5}$ ，則 x 為 (A) $-7 \pm \sqrt{2}$ (B) $\frac{5}{3}$ (C) $6 \pm \sqrt{3}$ (D) -7

【隨堂測驗】

解答 A

解析 原式 $\Rightarrow x + \frac{1}{x+6} - x - \frac{1}{x+8} = x + \frac{1}{x+9} - x - \frac{1}{x+5}$
 $\Rightarrow \frac{2}{(x+6)(x+8)} = \frac{-4}{(x+9)(x+5)}$
 $\Rightarrow -2(x^2 + 14x + 48) = x^2 + 14x + 45$
 $\Rightarrow 3x^2 + 42x + 141 = 0$
 $\Rightarrow x^2 + 14x + 47 = 0$
 $\Rightarrow x = \frac{-14 \pm \sqrt{14^2 - 4 \times 47}}{2} = \frac{-14 \pm 2\sqrt{2}}{2} = -7 \pm \sqrt{2}$

() 19. 設 $f(x) = x^5 - 21x^4 + 41x^3 - 57x^2 + 13$ ，則 $f(19) =$ (A)10 (B)13 (C)20 (D)26

【龍騰自命題】

解答 B

解析 根據餘式定理

$f(19) = f(x) \div (x - 19)$ 的餘式 = 13

$$\begin{array}{r} 1 - 21 + 41 - 57 + 0 + 13 \mid 19 \\ + 19 - 38 + 57 + 0 + 0 \\ \hline 1 - 2 + 3 + 0 + 0 \mid +13 \end{array}$$

() 20. 設方程式 $\frac{x}{x+2} + \frac{2}{x-2} - \frac{x+6}{x^2-4} = 0$ ，則 x 有幾組解？ (A)0 (B)1 (C)2 (D)3

【課本練習題-自我評量】

解答 B

解析 將等式左右同乘以 $(x+2)(x-2)$ 得

$$\begin{aligned} x(x-2) + 2(x+2) - (x+6) &= 0 \\ \Rightarrow x^2 - 2x + 2x + 4 - x - 6 &= 0 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow (x-2)(x+1) = 0 \\ \therefore x &= 2 \text{ (不合) 或 } -1 \end{aligned}$$

() 21. 設 $f(x) = (a+1)x^3 - 2x^2 + (b-1)x - 5$ ， $g(x) = 3x^3 + cx^2 - 5x + d$ ，若 $f(x) = g(x)$ ，則下列何者為非？ (A) $a=2$ (B) $b=4$ (C) $c=-2$ (D) $d=-5$

【龍騰自命題】

解答 B

() 22. $2x^4 - 5x^3 + 9x^2 - 7x + 4$ 除以 $x^2 - x + 1$ 的商式為 (A) $2x^2 - x + 4$ (B) $2x^2 + 3x + 4$ (C) $2x^2 - 3x + 4$ (D) $2x^2 + 4$

【龍騰自命題】

解答 C

() 23. 解分式方程式 $\frac{x^2 - 6x - 7}{x+1} = 0$ ，得 $x =$ (A) $-1, 7$ (B) -1 (C)7 (D)無解

【龍騰自命題】

解答 C

解析 去分母，得 $x^2 - 6x - 7 = 0 \Rightarrow (x-7)(x+1) = 0 \Rightarrow x = 7, -1$
但是 $x = -1$ 代入原分式會使分母為 0，不合
故只能取 $x = 7$

() 24. 分式方程式 $\frac{1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1} = \frac{2}{x^2-1}$ 之解為 (A)1 (B)2 (C)-2 (D)3

【隨堂講義補充題】

解答 B

解析 左右兩邊同乘以分母最低公倍式 $(x+1)(x-1)$
 $\Rightarrow (x+1) - (x-1)(x-1) = 2$
 $\Rightarrow x+1 - x^2 + 2x - 1 - 2 = 0$
 $\Rightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Rightarrow (x-2)(x-1) = 0$
解 $x = 2$ 或 1 (不合，使分母為 0)

() 25. 設 $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{x-1}$ ，求 $\frac{1}{f(1)} + \frac{1}{f(2)} + \frac{1}{f(3)} + \cdots + \frac{1}{f(49)} =$ (A)7 (B)6 (C)5 (D)4

【隨堂講義補充題】

解答 A

解析 $\frac{1}{f(x)} = \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{x-1}} = \frac{\sqrt{x} - \sqrt{x-1}}{(\sqrt{x} + \sqrt{x-1})(\sqrt{x} - \sqrt{x-1})} = \frac{\sqrt{x} - \sqrt{x-1}}{x - x + 1} = \sqrt{x} - \sqrt{x-1}$
 $\frac{1}{f(1)} + \frac{1}{f(2)} + \frac{1}{f(3)} + \cdots + \frac{1}{f(49)}$
 $= (\sqrt{1} - \sqrt{0}) + (\sqrt{2} - \sqrt{1}) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) + \cdots + (\sqrt{48} - \sqrt{47}) + (\sqrt{49} - \sqrt{48})$
 $= \sqrt{49} - \sqrt{0} = 7$