

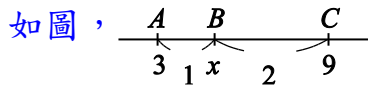
一、單選題 (25 題 每題 4 分 共 100 分)

- ( ) 1. 數線上有三點  $A(3)$ 、 $B(x)$ 、 $C(9)$ ，若  $B$  在  $A$ 、 $C$  之間，且  $\overline{AB} : \overline{BC} = 1 : 2$ ，求  $B$  點坐標？ (A) 4 (B) 5  
(C) 6 (D) 8

【隨堂測驗.】

**解答** B

**解析**



$$\overline{AB} = x - 3$$

$$\overline{BC} = 9 - x$$

$$\overline{AB} : \overline{BC} = 1 : 2$$

$$\Rightarrow (x - 3) : (9 - x) = 1 : 2$$

$$\Rightarrow 1 \cdot (9 - x) = 2(x - 3)$$

$$\Rightarrow 9 - x = 2x - 6$$

$$\Rightarrow 3x = 15$$

$$\Rightarrow x = 5$$

- ( ) 2. 已知  $\triangle ABC$  中， $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{BC} = 7$ ， $\overline{AC} = 8$ ，則下列各內積中，何者為最大？ (A)  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$  (B)  $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BA}$   
(C)  $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}$  (D)  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$

【093 年歷屆試題.】

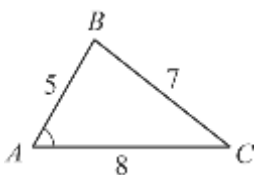
**解答** C

**解析**

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{\overline{AC}^2 + \overline{AB}^2 - \overline{BC}^2}{2\overline{AC} \times \overline{AB}}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = |\overrightarrow{AB}| |\overrightarrow{AC}| \cos A = \overline{AB} \times \overline{AC} \times \frac{\overline{AC}^2 + \overline{AB}^2 - \overline{BC}^2}{2\overline{AC} \times \overline{AB}}$$

$$= \frac{1}{2}(\overline{AC}^2 + \overline{AB}^2 - \overline{BC}^2) = \frac{1}{2}(8^2 + 5^2 - 7^2) = 20$$



$$\text{同理 } \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BA} = \frac{1}{2}(\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 - \overline{AC}^2) = \frac{1}{2}(5^2 + 7^2 - 8^2) = 5$$

$$\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = \frac{1}{2}(\overline{BC}^2 + \overline{AC}^2 - \overline{AB}^2) = \frac{1}{2}(7^2 + 8^2 - 5^2) = 44$$

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = (-\overrightarrow{BA}) \cdot \overrightarrow{BC} = -(\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BA}) = -5$$

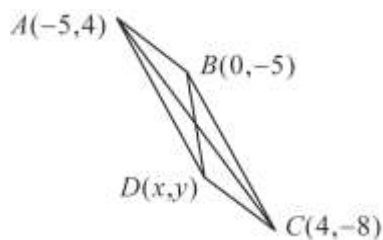
$\therefore \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}$  為最大

- ( ) 3. 在坐標平面上的平行四邊形  $ABCD$  中，若  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三點的坐標分別為  $(-5, 4)$ 、 $(0, -5)$ 、 $(4, -8)$ ，則  $D$  點應落在下列哪一個象限？ (A) 第一象限 (B) 第二象限 (C) 第三象限 (D) 第四象限

【097 年歷屆試題.】

**解答** B

**解析**



設  $D(x, y)$

由平行四邊形對角線互相平分的性質知： $\overline{AC}$  中點 =  $\overline{BD}$  中點

$$\Rightarrow \left(\frac{-5+4}{2}, \frac{4+(-8)}{2}\right) = \left(\frac{x+0}{2}, \frac{y+(-5)}{2}\right) \Rightarrow -5+4 = x \Rightarrow x = -1$$

$$4 + (-8) = y - 5 \Rightarrow y = 1$$

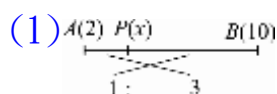
$\therefore D(-1, 1)$  落在第二象限

- ( ) 4. 已知  $A(2)$ 、 $B(10)$ ，在數線上滿足  $\overline{AP}:\overline{BP}=1:3$  的點  $P$  有 2 個，這 2 個點之間的距離為 (A)4 (B)5 (C)6 (D)7

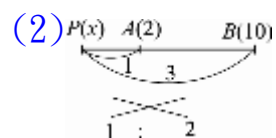
【隨堂講義補充題。】

解答 C

解析



$$x = \frac{1 \times 10 + 3 \times 2}{1 + 3} = 4$$



$$2 = \frac{1 \times 10 + 2 \times x}{1 + 2} = \frac{10 + 2x}{3} \Rightarrow x = -2$$

$\therefore$  所求為  $4 - (-2) = 6$

- ( ) 5. 在坐標平面上，若  $\triangle ABC$  之三頂點坐標分別為  $A(2, 0)$ 、 $B(4, 0)$  與  $C(4, 3)$ ，則  $\triangle ABC$  之三邊上共有多少點與原點的距離恰為整數值？ (A)2 個 (B)4 個 (C)6 個 (D)8 個

【099 年歷屆試題。】

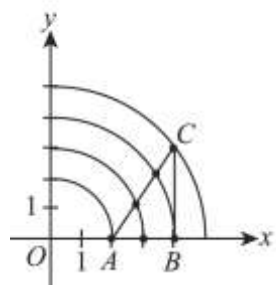
解答 C

解析

以原點為圓心，作出半徑為 2、3、4、5 的圓

這些圓與  $\triangle ABC$  的邊長共有 6 個交點，

也就是  $\triangle ABC$  之三邊上共有 6 個點與原點的距離恰為整數值



故選(C)

- ( ) 6. 若直線  $24x - 7y = 53$  與二直線  $x = 0$ 、 $x = 7$  分別交於  $A$ 、 $B$  二點，則線段  $\overline{AB}$  的長度為何？ (A)  $\frac{24}{7}$  (B)  $\frac{53}{7}$  (C)25 (D)53

【100 年歷屆試題。】

解答 C

解析

對於直線  $24x - 7y = 53$ ，

(1) 令  $x = 0$  代入  $0 - 7y = 53$

$\Rightarrow y = -\frac{53}{7}$ ，則  $A(0, -\frac{53}{7})$

(2) 令  $x = 7$  代入  $24 \times 7 - 7y = 53$

$\Rightarrow y = \frac{115}{7}$ ，則  $B(7, \frac{115}{7})$

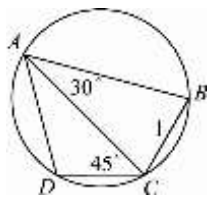
因此  $\overline{AB} = \sqrt{(0-7)^2 + (-\frac{53}{7} - \frac{115}{7})^2} = \sqrt{(-7)^2 + (-24)^2} = 25$

( ) 7. 圓內接四邊形  $ABCD$  中， $\angle BAC = 30^\circ$ ， $\angle ACD = 45^\circ$ ， $\overline{BC} = 1$ ，則  $\overline{AD} =$  (A) 1 (B)  $\sqrt{2}$  (C)  $\sqrt{3}$  (D) 2

【隨堂講義補充題.】

解答 B

解析



$\triangle ABC$  及  $\triangle ACD$  的外接圓半徑均為  $R$

$\triangle ABC$  中， $\frac{1}{\sin 30^\circ} = 2R$

$\triangle ACD$  中， $\frac{\overline{AD}}{\sin 45^\circ} = 2R$

$\therefore \frac{\overline{AD}}{\sin 45^\circ} = \frac{1}{\sin 30^\circ}$

$\Rightarrow \frac{\overline{AD}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} \Rightarrow \overline{AD} = \sqrt{2}$

( ) 8. 設  $f(x) = x^2 - 2x + 3$ ，則  $f(3) = ?$  (A) 6 (B) 9 (C) 15 (D) 18

【隨堂測驗.】

解答 A

解析  $f(3) = 3^2 - 2 \times 3 + 3 = 9 - 6 + 3 = 6$

( ) 9. 在  $\triangle ABC$  中，設  $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$  之對應邊長分別為  $a$ 、 $b$ 、 $c$ ，若  $\angle B = 120^\circ$ ， $a = 5$ ， $c = 3$ ，則  $\triangle ABC$  的外接圓面積為何？ (A)  $\frac{7}{\sqrt{3}}\pi$  (B)  $\frac{49}{\sqrt{3}}\pi$  (C)  $\frac{7}{3}\pi$  (D)  $\frac{49}{3}\pi$

【095 年歷屆試題.】

解答 D

解析  $b^2 = c^2 + a^2 - 2cacosB = 3^2 + 5^2 - 2 \times 3 \times 5 \times \cos 120^\circ = 9 + 25 - (-15) = 49$

$\Rightarrow b = \sqrt{49} = 7$

又  $\frac{b}{\sin B} = 2R \Rightarrow \frac{7}{\sin 120^\circ} = 2R \Rightarrow \frac{7}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 2R \Rightarrow R = \frac{7}{\sqrt{3}}$

$\therefore \triangle ABC$  的外接圓面積為  $\pi R^2 = \pi \times (\frac{7}{\sqrt{3}})^2 = \frac{49}{3}\pi$

( ) 10. 設  $f(\theta) = 2\sin^2\theta - 3\cos\theta + 1$  的極大值為  $M$ ，極小值為  $m$ ，則  $M + m =$  (A)  $\frac{33}{8}$  (B)  $\frac{27}{8}$  (C)  $\frac{17}{8}$   
(D)  $\frac{13}{8}$

解答 C

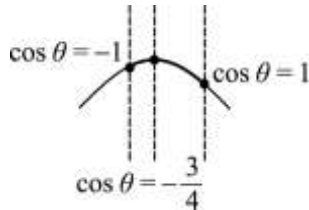
解析  $f(\theta) = 2\sin^2\theta - 3\cos\theta + 1 = 2(1 - \cos^2\theta) - 3\cos\theta + 1$   
 $= -2\cos^2\theta - 3\cos\theta + 3 = -2(\cos\theta + \frac{3}{4})^2 + \frac{33}{8}$

$-1 \leq \cos\theta \leq 1$

當  $\cos\theta = -\frac{3}{4}$  時，有極大值  $M = \frac{33}{8}$

當  $\cos\theta = 1$  時，有極小值  $m = -2$

故  $M + m = \frac{33}{8} + (-2) = \frac{17}{8}$



( ) 11.  $f(x) = 3x + 8$ ,  $g(x) = f(x - 4)$ , 則  $g(2) =$  (A)14 (B) - 8 (C)0 (D)2

【龍騰自命題.】

解答 D

解析  $\because f(x) = 3x + 8$  且  $g(x) = f(x - 4) \therefore g(2) = f(2 - 4) = f(-2) = 3(-2) + 8 = 2$

( ) 12. 設  $\alpha + \beta = \frac{3\pi}{4}$ , 則  $(1 - \tan\alpha)(1 - \tan\beta) =$  (A)1 (B)2 (C) - 1 (D) - 2

【龍騰自命題.】

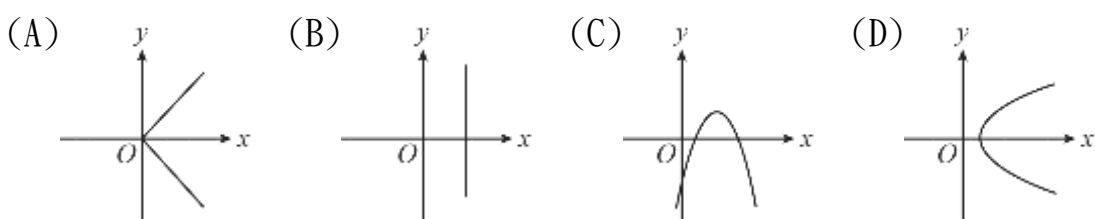
解答 B

解析  $\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha \tan\beta} = \tan(\frac{3}{4}\pi) = -1$

$\Rightarrow \tan\alpha + \tan\beta = -1 + \tan\alpha \tan\beta$

故  $(1 - \tan\alpha)(1 - \tan\beta) = 1 - (\tan\alpha + \tan\beta) + \tan\alpha \tan\beta$   
 $= 1 - (-1 + \tan\alpha \tan\beta) + \tan\alpha \tan\beta = 2$

( ) 13. 下列何者為  $y$  是  $x$  的函數圖形？

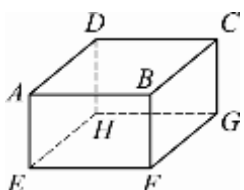


【龍騰自命題.】

解答 C

解析 在有圖形的範圍作一直線垂直  $x$  軸，若直線和圖形只有一個交點，表示此圖形為  $y$  是  $x$  的函數圖形  
 (A)2 個點 (B)無限多個點 (C)1 個點 (D)2 個點

( ) 14. 如圖， $ABCD-EFGH$  是一個長方體，則下列選項何者錯誤？



(A)  $\vec{AB} = \vec{DC}$  (B)  $\vec{FB} = \vec{HD}$  (C)  $\vec{EC} = \vec{HB}$  (D)  $\vec{DE} = \vec{CF}$

【隨堂講義補充題.】

解答 C

**解析** (C)  $\vec{EC} \neq \vec{HB}$

- ( ) 15. 設  $A(5, 5)$ ,  $B(3, 4)$ ,  $C(4, 3)$  為  $\triangle ABC$  之三頂點, 若四邊形  $ABCD$  為一平行四邊形, 則  $D$  點坐標為何? (A)(6, 4) (B)(4, 6) (C)(2, 2) (D)(4, 4)

【龍騰自命題.】

**解答** A

- ( ) 16. 若  $A(2, -\sqrt{3})$ ,  $B(-1, 2\sqrt{3})$ , 則  $\vec{AB}$  的方向角為 (A)  $45^\circ$  (B)  $60^\circ$  (C)  $90^\circ$  (D)  $120^\circ$

【隨堂講義補充題.】

**解答** D

**解析** 令  $\vec{AB}$  的方向角為  $\theta$

$$\vec{AB} = (-1 - 2, 2\sqrt{3} - (-\sqrt{3})) = (-3, 3\sqrt{3})$$

$$|\vec{AB}| = \sqrt{(-3)^2 + (3\sqrt{3})^2} = 6$$

$$\because \cos \theta = \frac{-3}{6} = -\frac{1}{2}, \quad \sin \theta = \frac{3\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore \theta = 120^\circ$$

- ( ) 17. 設  $\vec{a} = (3, 4)$ ,  $\vec{b} = (-5, 8)$ ,  $\vec{c} = (5, 6)$ , 則  $\vec{a} - \vec{b} - \vec{c} =$  (A)(3, -10) (B)(3, 4) (C)(3, 18) (D)(8, -10)

【龍騰自命題.】

**解答** A

- ( ) 18.  $\cos 20^\circ \cos 40^\circ \cos 80^\circ$  之值為 (A)  $\frac{1}{2}$  (B)  $\frac{1}{3}$  (C)  $\frac{1}{8}$  (D)  $\frac{\sqrt{3}}{8}$  (E)  $\sqrt{3}$

【龍騰自命題.】

**解答** C

**解析** 原式 =  $\frac{8 \sin 20^\circ \cos 20^\circ \cos 40^\circ \cos 80^\circ}{8 \sin 20^\circ} = \frac{4 \sin 40^\circ \cos 40^\circ \cos 80^\circ}{8 \sin 20^\circ}$

$$= \frac{2 \sin 80^\circ \cos 80^\circ}{8 \sin 20^\circ} = \frac{\sin 160^\circ}{8 \sin 20^\circ} = \frac{\sin 20^\circ}{8 \sin 20^\circ} = \frac{1}{8}$$

- ( ) 19. 設  $\vec{a} = (3, -4)$ , 若  $\vec{b}$  與  $\vec{a}$  同向, 且  $|\vec{b}| = 10$ , 則  $\vec{b} =$  (A)(-6, 8) (B)(6, -8) (C) $(-\frac{3}{2}, 2)$  (D) $(\frac{3}{2}, -2)$

【隨堂講義補充題.】

**解答** B

**解析**  $|\vec{a}| = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = 5$

$$\because |\vec{b}| = 2|\vec{a}| \text{ 且 } \vec{b} \text{ 與 } \vec{a} \text{ 同向}$$

$$\therefore \vec{b} = 2\vec{a} = (6, -8)$$

- ( ) 20. 設  $P(-1, -\sqrt{3})$  為  $\theta$  角終邊上一點, 則下列敘述何者錯誤? (A)  $\cos \theta = -\frac{1}{2}$  (B)  $\tan \theta = \sqrt{3}$

(C)  $\csc \theta = -\frac{\sqrt{3}}{3}$  (D)  $\theta$  是第三象限角

解答 C

- ( ) 21. 設  $r$  為實數,  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{c}$  不為零向量, 則下列何者錯誤? (A)  $\vec{a} \cdot \vec{a} = |\vec{a}|^2$  (B)  $(r\vec{a}) \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot (r\vec{b})$   
 (C)  $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$  (D)  $|\vec{a} + \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2$

【龍騰自命題.】

解答 D

解析  $|\vec{a} + \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} + |\vec{b}|^2 \neq |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2$  故選(D)

- ( ) 22.  $\sin 110^\circ \cos 20^\circ - \cos 110^\circ \sin 20^\circ =$  (A) 0 (B)  $\sin 130^\circ$  (C) 1 (D)  $\cos 130^\circ$  (E) -1

【課本練習題-自我評量.】

解答 C

解析 原式 =  $\sin(110^\circ - 20^\circ) = \sin 90^\circ = 1$

- ( ) 23. 兩直線  $L_1: 7x + y - 1 = 0$  與  $L_2: 3x + 4y - 5 = 0$  的交角為 (A)  $0^\circ$  (B)  $60^\circ$ 、 $120^\circ$  (C)  $90^\circ$  (D)  $45^\circ$ 、 $135^\circ$  (E)  $30^\circ$ 、 $150^\circ$

【課本練習題-自我評量.】

解答 D

解析  $L_1$  的斜率  $m = -7$ ,  $L_2$  的斜率  $m_2 = -\frac{3}{4}$

$$\Rightarrow \tan \theta = \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} = \frac{-7 - (-\frac{3}{4})}{1 + (-7) \times (-\frac{3}{4})} = \frac{-\frac{25}{4}}{\frac{25}{4}} = -1$$

$\Rightarrow \theta = 135^\circ$ , 故  $L_1$  與  $L_2$  的交角為  $135^\circ$  或  $45^\circ$

- ( ) 24. 設  $L: x = 2y - 3$ , 則  $L$  的斜率為 (A) 2 (B) -2 (C)  $\frac{1}{2}$  (D)  $-\frac{1}{2}$

【龍騰自命題.】

解答 C

- ( ) 25. 已知  $\sin \theta - \cos \theta = \frac{1}{3}$ , 則  $\sin 2\theta =$  (A)  $\frac{8}{9}$  (B)  $\frac{7}{9}$  (C)  $\frac{4}{9}$  (D)  $\frac{2}{9}$

【隨堂講義補充題.】

解答 A

解析  $(\sin \theta - \cos \theta)^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^2$

$$\Rightarrow \sin^2 \theta - 2\sin \theta \cos \theta + \cos^2 \theta = \frac{1}{9}$$

$$\Rightarrow 1 - \sin 2\theta = \frac{1}{9} \Rightarrow \sin 2\theta = \frac{8}{9}$$