1017 數學第一冊複習 姓名　　　　座號

一、單選題 (25 題 每題 4 分 共 100 分)

(　　)1.已知△ABC 三頂點為 $A(-1,3)$、$B(2,1)$、$C(-3,-1)$，若直線 $\overleftrightarrow{AD}$ 平分△ABC 的面積，則直線 $\overleftrightarrow{AD}$ 之方程式為何？ (A)$3x+y=0$ (B)$3x-y+6=0$ (C)$6x-y+9=0$ (D)$6x+y+3=0$

【091 年歷屆試題.】

解答 D

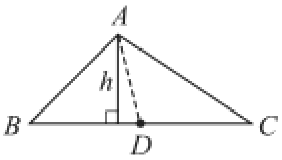
解析 由題目中，$\overleftrightarrow{AD}$ 平分△ABC 的面積

$\Rightarrow$ $\overleftrightarrow{AD}$ 通過 $B(2,1)$、$C(-3,-1)$的中點$(\frac{2+(-3)}{2},\frac{1+(-1)}{2})$，即$(-\frac{1}{2},0)$

再由 $A(-1,3)$得 $\overleftrightarrow{AD}$ ： $y-0=\dfrac{3-0}{-1-(-\frac{1}{2})}(x-(-\frac{1}{2}))$

$\Rightarrow$ $y=\dfrac{3}{-1+(\frac{1}{2})}(x+\frac{1}{2})$ $\Rightarrow$ $y=\dfrac{3}{-\frac{1}{2}}(x+\frac{1}{2})$ $\Rightarrow$ $y=-6(x+\frac{1}{2})$

$\Rightarrow$ $y=-6x-3$ $\Rightarrow$ $6x+y+3=0$



(　　) 2.已知 $\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$，若 $\tan\theta=\frac{3}{4}$，試求 $\cos2\theta=$ (A)$\frac{7}{25}$ (B)$\frac{7}{16}$ (C)$\frac{9}{16}$ (D)$\frac{24}{25}$

【091 年歷屆試題.】

解答 A

解析 由題目中 $\tan\theta=\frac{3}{4}=\frac{-3}{-4}$ $\Rightarrow$ $\begin{cases}x=4\\y=3\end{cases}$或$\begin{cases}x=-4\\y=-3\end{cases}$

$\Rightarrow$ $r=\sqrt{4^2+3^2}$ 或 $\sqrt{(-4)^2+(-3)^2}=\sqrt{25}=5$

$\Rightarrow$ $\sin\theta=\frac{y}{r}=\frac{\pm3}{5}$ ， $\cos\theta=\frac{x}{r}=\frac{\pm4}{5}$

所求 $\cos2\theta=\cos(\theta+\theta)=\cos\theta\cos\theta-\sin\theta\sin\theta=\cos^2\theta-\sin^2\theta$

$=(\pm\frac{4}{5})^2-(\pm\frac{3}{5})^2=\frac{16}{25}-\frac{9}{25}=\frac{7}{25}$

(　　) 3.設 $0\le x\le 2\pi$，試問函數 $f(x)=\sin^2x-2\cos x+2$ 之最大值為何？ (A)1 (B)2 (C)4 (D)5

【095 年歷屆試題.】

解答 C

解析 $f(x)=\sin^2x-2\cos x+2=1-\cos^2x-2\cos x+2=-(\cos^2x+2\cos x+1)+4$

$=-(\cos x+1)^2+4$

但 $0\le x\le 2\pi$ $\Rightarrow$ $|\cos x|\le 1$

$\therefore$ 當 $\cos x=-1$ 時 $f(x)$有最大值 $-(-1+1)^2+4=4$

(　　) 4.設 $A(3,-4)$與 $B(-1,0)$兩點的中點為 P，則 P 與原點(0,0)的距離為何？ (A)1 (B)$\sqrt{2}$ (C)$\sqrt{3}$ (D)$\sqrt{5}$

【093 年歷屆試題.】

解答 D

解析 $\because$ $A(3,-4)$、$B(-1,0)$ $\Rightarrow$ $\overline{AB}$ 中點 P 坐標為$(\frac{3+(-1)}{2},\frac{-4+0}{2})=(1,-2)$

$\therefore$ P 與原點(0,0)的距離為 $\sqrt{(1-0)^2+(-2-0)^2}=\sqrt{5}$

(　　) 5.若 $\tan\alpha$、$\tan\beta$ 為 $x^2-3x-7=0$ 的兩根，則 $\tan(\alpha+\beta)=$　(A)$-\frac{1}{2}$　(B)$-\frac{3}{8}$　(C)$\frac{3}{8}$　(D)$\frac{3}{7}$

【092 年歷屆試題.】

解答　C

解析　$\because$ $\tan\alpha$、$\tan\beta$ 為 $x^2-3x-7=0$ 的兩根 $\Rightarrow$ $\begin{cases}\tan\alpha+\tan\beta=3\\ \tan\alpha\tan\beta=-7\end{cases}$

$\therefore$ $\tan(\alpha+\beta)=\dfrac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}=\dfrac{3}{1-(-7)}=\dfrac{3}{8}$

(　　) 6.設 $A(0,6)$、$B(-12,-24)$、$C(24,12)$為坐標平面上之三點，試問△ABC 之重心坐標為何？　(A)(2,2)　(B)(4, − 2)　(C)$(9,-\frac{3}{2})$　(D)(18, − 6)

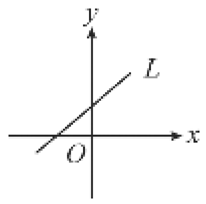
【095 年歷屆試題.】

解答　B

解析　$\because$ $A(0,6)$、$B(-12,-24)$、$C(24,12)$

$\therefore$ △ABC 之重心坐標為$\left(\dfrac{0+(-12)+24}{3},\dfrac{6+(-24)+12}{3}\right)=(4,-2)$

(　　) 7.若直線 $L:ax+by+c=0$ 的圖形如圖，則點 $P(ac,ab)$在第幾象限？



(A)一　(B)二　(C)三　(D)四

【093 年歷屆試題.】

解答　D

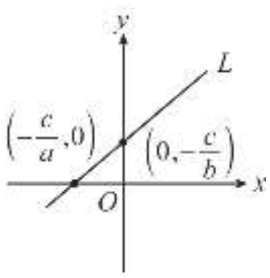
解析　$L:ax+by+c=0$

x 截距為$-\dfrac{c}{a}$，y 截距為$-\dfrac{c}{b}$

由圖示知$-\dfrac{c}{a}<0$ 且$-\dfrac{c}{b}>0$ $\Rightarrow$ $ac>0$ 且 $bc<0$

$\Rightarrow$ a、c 同號且 b、c 異號 $\Rightarrow$ a、b 異號，即 $ab<0$

$\therefore$ 點 $P(ac,ab)$為$(+,-)$在第四象限



(　　) 8.已知 $0\le\alpha$ 、 $\beta\le\pi$ 。下列各選項中，何者恆為正確？　(A)若 $\cos\alpha=\cos\beta$ ，則 $\alpha=\beta$　(B)若 $\cos(\alpha-\beta)=0$，則 $\alpha=\beta$　(C)若 $\sin\alpha=\sin\beta$ ，則 $\alpha=\beta$　(D)若 $\sin(\alpha-\beta)=0$，則 $\alpha=\beta$

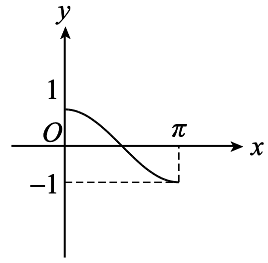
【100 年歷屆試題.】

解答　A

解析　(A)當 $0\le x\le\pi$ 時，$y=\cos x$ 的圖形如下 (　　) 9.在坐標平面上的平行四邊形 $ABCD$（按順序）中，若 $\overrightarrow{AB}=(4,8)$ 、 $\overrightarrow{AD}=(1,4)$ ，

則$|\overrightarrow{AC}|+|\overrightarrow{BD}|=$　(A)$4\sqrt{5}+\sqrt{17}$　(B)18　(C)$8\sqrt{5}+2\sqrt{17}$　(D)36

【099 年歷屆試題.】



為 1 對 1 函數，即 $\cos\alpha=\cos\beta \Rightarrow \alpha=\beta$

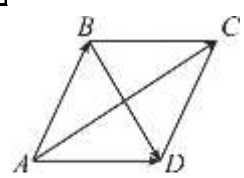
(B)反例：$\cos(\frac{5}{6}\pi-\frac{2}{6}\pi)=\cos\frac{1}{2}\pi=0$，但$\frac{5}{6}\pi\neq\frac{2}{6}\pi$

(C)反例：$\sin\frac{\pi}{3}=\sin\frac{2}{3}\pi$，但$\frac{\pi}{3}\neq\frac{2}{3}\pi$

(D)反例：$\sin(\pi-0)=\sin\pi=0$，但 $\pi\neq 0$

解答 B

解析



$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=(4,8)+(1,4)=(5,12)$

$\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{AD}+(-\overrightarrow{AB})=\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}=(1,4)-(4,8)=(-3,-4)$

而$|\overrightarrow{AC}|=\sqrt{5^2+12^2}=13$，$|\overrightarrow{BD}|=\sqrt{(-3)^2+(-4)^2}=5$

故$|\overrightarrow{AC}|+|\overrightarrow{BD}|=13+5=18$

故選(B)

(　　　) 10.設兩向量$\overrightarrow{a}$、$\overrightarrow{b}$的夾角為 θ，且$|\overrightarrow{a}|=|\overrightarrow{b}|$，$|\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}|=4$，$|\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b}|=3$，則 $\cos\theta=$ (A)$\frac{7}{25}$ (B)$\frac{5}{13}$ (C)$\frac{3}{5}$ (D)$\frac{4}{5}$

【092 年歷屆試題.】

解答 A

解析 $\because$ $|\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}|^2=|\overrightarrow{a}|^2+|\overrightarrow{b}|^2+2\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=16\cdots$①

又$|\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b}|^2=|\overrightarrow{a}|^2+|\overrightarrow{b}|^2-2\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=9\cdots$②

由①+②得$2(|\overrightarrow{a}|^2+|\overrightarrow{b}|^2)=25$

已知$|\overrightarrow{a}|=|\overrightarrow{b}| \Rightarrow 4|\overrightarrow{a}|^2=25 \Rightarrow |\overrightarrow{a}|^2=\frac{25}{4}$

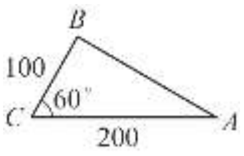
由①−②得$4\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=7 \Rightarrow \overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=\frac{7}{4}$

$\therefore$ $\cos\theta=\frac{\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}}{|\overrightarrow{a}||\overrightarrow{b}|}=\frac{\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}}{|\overrightarrow{a}|^2}$ ($\because$ $|\overrightarrow{a}|=|\overrightarrow{b}|$) $=\frac{\frac{7}{4}}{\frac{25}{4}}=\frac{7}{25}$

(　　　)11.某湖邊上有三點 A、B 和 C，若從 C 點處測出 $\angle ACB=60°$、$\overline{AC}$ 長為 200 公尺及 $\overline{BC}$ 長為 100 公尺，則 $\overline{AB}$ 長為多少公尺？ (A)$100\sqrt{3}$ (B)$200\sqrt{3}$ (C)100 (D)200

解答 A

解析 如圖所示



由餘弦定理知

$\overline{AB}^2=\overline{AC}^2+\overline{BC}^2-2\overline{AC}\times\overline{BC}\times\cos C=200^2+100^2-2\times200\times100\times\cos 60°$

$=40000+10000-40000\times\frac{1}{2}=30000$

$\therefore$ $\overline{AB}=\sqrt{30000}=100\sqrt{3}$（公尺）

(　　)12.已知△ABC 中，$\overline{AB}=5$，$\overline{BC}=7$，$\overline{AC}=8$，則下列各內積中，何者為最大？ (A) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ (B) $\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{BA}$ (C) $\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}$ (D) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}$

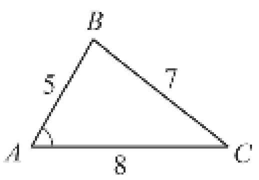
【093 年歷屆試題.】

解答 C

解析 $\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\frac{\overline{AC}^2+\overline{AB}^2-\overline{BC}^2}{2\overline{AC}\times\overline{AB}}$

$\Rightarrow$ $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AC}|\cos A=\overline{AB}\times\overline{AC}\times\frac{\overline{AC}^2+\overline{AB}^2-\overline{BC}^2}{2\overline{AC}\times\overline{AB}}$

$=\frac{1}{2}(\overline{AC}^2+\overline{AB}^2-\overline{BC}^2)=\frac{1}{2}(8^2+5^2-7^2)=20$



同理 $\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{BA}=\frac{1}{2}(\overline{AB}^2+\overline{BC}^2-\overline{AC}^2)=\frac{1}{2}(5^2+7^2-8^2)=5$

$\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}=\frac{1}{2}(\overline{BC}^2+\overline{AC}^2-\overline{AB}^2)=\frac{1}{2}(7^2+8^2-5^2)=44$

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}=(-\overrightarrow{BA})\cdot\overrightarrow{BC}=-(\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{BA})=-5$

$\therefore$ $\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}$ 為最大

(　　) 13.平面上兩點 $A(5,-1)$、$B(3,4)$。若 C 點在 y 軸上，且滿足 $\overline{AC}=\overline{BC}$，則 C 點坐標為何？ (A) $(0,-\frac{1}{10})$ (B) $(0,-\frac{1}{15})$ (C) $(0,\frac{1}{15})$ (D) $(0,\frac{1}{10})$

【098 年歷屆試題.】

解答 A

解析 C 點在 y 軸上，設 $C(0,t)$

$\because$ $\overline{AC}=\overline{BC}$ $\therefore$ $\sqrt{(5-0)^2+(-1-t)^2}=\sqrt{(3-0)^2+(4-t)^2}$

$\Rightarrow$ $(5-0)^2+(-1-t)^2=(3-0)^2+(4-t)^2$ $\Rightarrow$ $t=-\frac{1}{10}$

故 $C(0,-\frac{1}{10})$

(　　　) 14.在坐標平面上，若△ABC 之三頂點坐標分別為 $A(2,0)$、$B(4,0)$與 $C(4,3)$，則△ABC 之三邊上共有多少點與原點的距離恰為整數值？

(A)2 個　(B)4 個　(C)6 個　(D)8 個

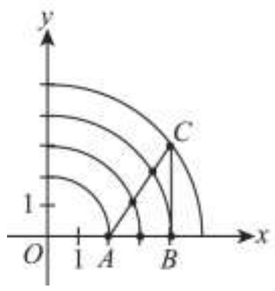
【099 年歷屆試題.】

解答　C

解析　以原點為圓心，作出半徑為 2、3、4、5 的圓

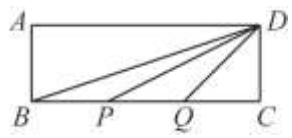
這些圓與△ABC 的邊長共有 6 個交點，

也就是△ABC 之三邊上共有 6 個點與原點的距離恰為整數值



故選(C)

(　　　) 15.設 $ABCD$ 為一矩形，且 $\overline{BC}=3\overline{AB}$。令 P 點與 Q 點為 $\overline{BC}$ 上之點，且 $\overline{BP}=\overline{PQ}=\overline{QC}$，如圖。



若 $\angle DBC=\alpha$，且 $\angle DPC=\beta$，則 $\tan(\alpha+\beta)$之值為何？　(A)$\dfrac{1}{\sqrt{3}}$　(B)$2-\sqrt{3}$　(C)1　(D)$2+\sqrt{3}$

【098 年歷屆試題.】

解答　C

解析　由於 $\overline{BC}=3\overline{AB}$，且 $\overline{BP}=\overline{PQ}=\overline{QC}$

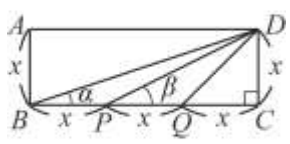
設 $\overline{AB}=x$，其中 $x>0$

則 $\overline{BP}=\overline{PQ}=\overline{QC}=\overline{CD}=x$

在△DBC 中，$\tan\alpha=\dfrac{x}{3x}=\dfrac{1}{3}$

在△DPC 中，$\tan\beta=\dfrac{x}{2x}=\dfrac{1}{2}$

故 $\tan(\alpha+\beta)=\dfrac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}=\dfrac{\frac{1}{3}+\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}}=1$



(　　　) 16.設 $\vec{a}$ 與 $\vec{b}$ 為平面上的兩個向量，已知$|\vec{a}|=1$，$|\vec{b}|=3$，且$|3\vec{a}-2\vec{b}|=3$，求 $\vec{a}\cdot\vec{b}=$　(A)0　(B)1　(C)2　(D)3

【095 年歷屆試題.】

解答　D

解析　$\because\ |3\vec{a}-2\vec{b}|=3$

平方得$9|\vec{a}|^2-12\vec{a}\cdot\vec{b}+4|\vec{b}|^2=9$

又$|\vec{a}|=1$，$|\vec{b}|=3$

$\Rightarrow\ 9\times1^2-12\vec{a}\cdot\vec{b}+4\times3^2=9\quad\Rightarrow\ 12\vec{a}\cdot\vec{b}=36$

$\therefore\ \vec{a}\cdot\vec{b}=3$

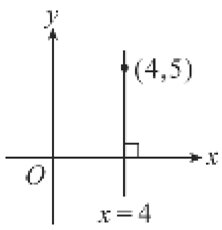
(　　　) 17.下列敘述何者錯誤？ (A)直線 L:$x+2y=4$ 的斜率為 $-\frac{1}{2}$ (B)方程式 $x=4$ 的圖形是一條通過點(4,5)，且平行 y 軸的直線 (C)通過點 $A(1,2)$、$B(-2,3)$的直線方程式為 $3x-y-1=0$ (D)當點 $A(-1,1)$、$B(2,x)$、$C(3,11)$為共線的三點時，則 $x=\frac{17}{2}$

【098 年歷屆試題.】

解答 C

解析 (A)L:$x+2y=4$ 的斜率為 $-\frac{1}{2}$

(B)$x=4$ 的圖形如下，



通過點(4,5)，且平行 y 軸的直線

(C)通過點 $A(1,2)$、$B(-2,3)$的直線： $y-2=\frac{3-2}{-2-1}(x-1)\ \Rightarrow\ x+3y-7=0$

(D) $m_{\overline{AB}}=\frac{x-1}{2-(-1)}=\frac{x-1}{3}$， $m_{\overline{AC}}=\frac{11-1}{3-(-1)}=\frac{5}{2}$

$\because$ A、B、C 三點共線 $\therefore$ $m_{\overline{AB}}=m_{\overline{AC}}$

即 $\frac{x-1}{3}=\frac{5}{2}\ \Rightarrow\ x=\frac{17}{2}$

(　　　) 18.關於直線 L：$x+4y=28$，下列敘述何者正確？ (A)斜率為 7 (B)y 截距為 7 (C)通過點(7,7) (D)x 截距為 7

【099 年歷屆試題.】

解答 B

解析 (A)斜率 $=-\frac{1}{4}$

(B)令 $x=0$ 代入直線 L 得：$0+4y=28\ \Rightarrow\ y=7$，故 y 截距為 7

(C)點(7,7)代入直線 L 得：$7+4\times7\neq28$，故直線 L 不會通過點(7,7)

(D)令 $y=0$ 代入直線 L 得：$x+0=28\ \Rightarrow\ x=28$，故 x 截距為 28

(　　　) 19.設 $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ 為平面上的三個向量且「$\cdot$」表向量的內積，若 $\vec{a}\cdot(3\vec{b}-\vec{c})=9$ 且 $\vec{a}\cdot\vec{b}=6$，則 $\vec{a}\cdot\vec{c}=$？ (A)6 (B)7 (C)8 (D)9

【097 年歷屆試題.】

解答 D

解析 $\vec{a}\cdot(3\vec{b}-\vec{c})=9$

$3\vec{a}\cdot\vec{b}-\vec{a}\cdot\vec{c}=9$

$3\times6-\vec{a}\cdot\vec{c}=9$

$\vec{a}\cdot\vec{c}=18-9=9$

(　　　) 20.設 $\vec{a}=(4,3)$，$\vec{b}=(x,y)$ 為平面上兩向量，且 $x^2+y^2=40$，則此二向量內積 $\vec{a}\cdot\vec{b}$ 的最大值為何？ (A)$10\sqrt{10}$ (B)$12\sqrt{10}$ (C)$14\sqrt{10}$ (D)$16\sqrt{10}$

【098 年歷屆試題.】

解答 A

解析 $\overrightarrow{a}=(4,3) \Rightarrow |\overrightarrow{a}|=\sqrt{4^2+3^2}=5$

$\overrightarrow{b}=(x,y) \Rightarrow |\overrightarrow{b}|=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{40}=2\sqrt{10}$

設 $\overrightarrow{a}$ 與 $\overrightarrow{b}$ 的夾角為 θ

則 $\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=|\overrightarrow{a}||\overrightarrow{b}|\cos\theta=5\times2\sqrt{10}\times\cos\theta=10\sqrt{10}\cos\theta\le10\sqrt{10}$

（$\because\ -1\le\cos\theta\le1$）

故 $\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}$ 的最大值為 $10\sqrt{10}$

《另解》

$\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=(4,3)\cdot(x,y)=4x+3y$

由柯西不等式：

$(4^2+3^2)(x^2+y^2)\ge(4x+3y)^2 \Rightarrow 25\times40\ge(4x+3y)^2$

$\Rightarrow (4x+3y)^2-1000\le0$

$\Rightarrow [(4x+3y)+10\sqrt{10}][(4x+3y)-10\sqrt{10}]\le0$

$\Rightarrow -10\sqrt{10}\le4x+3y\le10\sqrt{10}$

故 $\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}$ 的最大值為 $10\sqrt{10}$

(　　)21.已知 $P(a,1)$、$Q(-1,b)$ 為平面上兩點。若 P 為直線 $L:3x-4y=2$ 上一點，且直線 $\overleftrightarrow{PQ}$ 與直線 L 垂直，則 $a+b=$ (A)7 (B)9 (C)11 (D)13

【104 年歷屆試題.】

解答 A

解析 $\because\ P(a,1)$ 為 $L:3x-4y=2$ 上一點

$\therefore\ 3\times a-4\times1=2$

$\Rightarrow a=2$，則 $P(2,1)$

直線 $\overleftrightarrow{PQ}$ 的斜率 $m_{PQ}=\dfrac{1-b}{2-(-1)}=\dfrac{1-b}{3}$

直線 L 的斜率 $m=-\dfrac{3}{-4}=\dfrac{3}{4}$

$\because\ \overleftrightarrow{PQ}\perp L$

$\therefore\ m_{PQ}\times m=-1$

$\Rightarrow \dfrac{1-b}{3}\times\dfrac{3}{4}=-1$

$\Rightarrow b=5$

故 $a+b=2+5=7$

(　　)22.已知 a、b 為實數。若直線 $2x+ay+b=0$ 通過 $10x-2y+5=0$ 與 $6x-y+7=0$ 之交點，且斜率為 2，則 $a+b=$ (A) -12 (B) -10 (C)10 (D)12

【102 年歷屆試題.】

解答 A

解析　直線 $2x+ay+b=0$ 的斜率為 $-\dfrac{2}{a}=2 \Rightarrow a=-1$

則此直線為 $2x-y+b=0$……①

解 $\begin{cases}10x-2y=-5……②\\6x-y=-7……③\end{cases}$

③ × 2 − ②　$2x=-9 \Rightarrow x=-\dfrac{9}{2}$

$x=-\dfrac{9}{2}$ 代入②　$10\times(-\dfrac{9}{2})-2y=-5 \Rightarrow y=-20$

則交點為 $(-\dfrac{9}{2},-20)$

交點 $(-\dfrac{9}{2},-20)$ 代回①　$2\times(-\dfrac{9}{2})-(-20)+b=0 \Rightarrow b=-11$

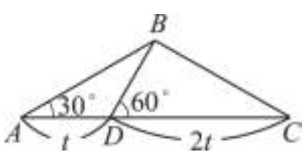
故 $a+b=-1+(-11)=-12$

(　　) 23.在△ABC 中，若 D 點在線段 $\overline{AC}$ 上且 $\overline{AD}$ ：$\overline{DC}=1$：2，又∠$BAD=30°$，∠$BDC=60°$，則∠DCB 的角度為何？　(A)30°　(B)45°　(C)60°　(D)75°

【099 年歷屆試題.】

解答　A

解析



令 $\overline{AD}=t$ 、 $\overline{DC}=2t$ ，其中 $t>0$

∵　∠$BDC=60° \Rightarrow$ ∠$BDA=120° \Rightarrow$ ∠$ABD=30°$

∴　△DAB 為等腰三角形 $\Rightarrow \overline{DB}=t$

由餘弦定理知，在△BCD 中，

$\overline{BC}^2=\overline{DB}^2+\overline{DC}^2-2\overline{DB}\times\overline{DC}\times\cos(\angle BDC)$

$=t^2+(2t)^2-2\times t\times 2t\times\cos60°=3t^2 \Rightarrow \overline{BC}=\sqrt{3}t$

由正弦定理，在△BCD 中

$\dfrac{\sqrt{3}t}{\sin60°}=\dfrac{t}{\sin C} \Rightarrow \sin C=\dfrac{1}{2} \Rightarrow$ ∠$C=30°$或 150°（不合）

故∠$DCB=30°$

故選(A)

(　　) 24.已知平面上四點坐標為 $A(57,23)$ 、 $B(7,-2)$ 、 $C(5,12)$ 、 $D(x,y)$ 。若向量 $\overrightarrow{AD}=\dfrac{7}{4}\overrightarrow{AB}-\dfrac{3}{4}\overrightarrow{AC}$ ，則 $x+y=$　(A) -4　(B) -2　(C) 2　(D) 4

【104 年歷屆試題.】

解答　A

解析　$\overrightarrow{AD}=(x-57,y-23)$……①

$\overrightarrow{AB}=(7-57,-2-23)=(-50,-25)$

$\overrightarrow{AC}=(5-57,12-23)=(-52,-11)$

$\overrightarrow{AD}=\dfrac{7}{4}\overrightarrow{AB}-\dfrac{3}{4}\overrightarrow{AC}=\dfrac{7}{4}(-50,-25)-\dfrac{3}{4}(-52,-11)$

$=(\frac{-350}{4},\frac{-175}{4})-(\frac{-156}{4},\frac{-33}{4})=(-\frac{97}{2},-\frac{71}{2})$……②

由①與②：

則 $x-57=-\frac{97}{2} \Rightarrow x=\frac{17}{2}$

$y-23=-\frac{71}{2} \Rightarrow y=-\frac{25}{2}$

故 $x+y=\frac{17}{2}+(-\frac{25}{2})=-4$

〈另解〉

$\overrightarrow{AD}=\frac{7}{4}\overrightarrow{AB}-\frac{3}{4}\overrightarrow{AC} \overset{\times 4}{\Rightarrow} 4\overrightarrow{AD}=7\overrightarrow{AB}-3\overrightarrow{AC}$

$\Rightarrow 4(D-A)=7(B-A)-3(C-A)$

$\Rightarrow 4D=7B-3C=7(7,-2)-3(5,12)=(49,-14)-(15,36)=(34,-50)$

$\overset{\div 4}{\Rightarrow} D=(\frac{17}{2},-\frac{25}{2}) \Rightarrow x=\frac{17}{2}$，$y=-\frac{25}{2}$

故 $x+y=\frac{17}{2}+(-\frac{25}{2})=-4$

(　　) 25.設 $\sin(-45°)\sin 15°=k-\cos 45°\cos(-15°)$，則 k 之值為何？ (A) 0　(B) $\frac{1}{2}$　(C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$　(D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

【103 年歷屆試題.】

解答 B

解析 $\because$ $\sin(-45°)=-\sin 45°$，$\cos(-15°)=\cos 15°$

$\therefore$ 原式可化簡如下

$\Rightarrow -\sin 45°\sin 15°=k-\cos 45°\cos 15°$

$\Rightarrow k=\cos 45°\cos 15°-\sin 45°\sin 15°=\cos(45°+15°)=\cos 60°=\frac{1}{2}$