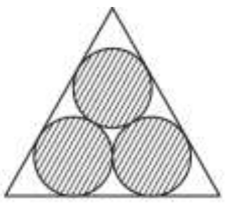
1014 汽勤甲　複習　姓名　　　　　座號

一、單選題 (20 題 每題 5 分 共 100 分)

(　　) 1.三個半徑為 2 的圓，兩兩外切且內切於正三角形，

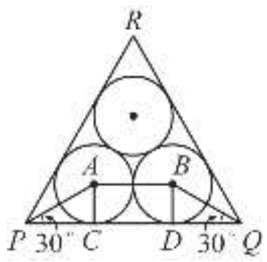


如圖，則此正三角形之邊長為何？ (A)6 (B) $4+2\sqrt{3}$ (C)8 (D) $4+4\sqrt{3}$

【092 年歷屆試題.】

解答 D

解析 如圖所示



$\because$ $\triangle PQR$ 為正三角形 $\Rightarrow$ $\angle RPQ=\angle RQP=60°$ $\Rightarrow$ $\angle APC=30°$，$\angle BQD=30°$

已知圓半徑 $r=2$，則 $\overline{CD}=\overline{AB}=2\times r=4$

$\overline{PC}=\overline{AC}\times\cot 30°=r\times\sqrt{3}=2\sqrt{3}$

$\overline{DQ}=\overline{BD}\times\cot 30°=r\times\sqrt{3}=2\sqrt{3}$

$\Rightarrow$ $\overline{PQ}=\overline{PC}+\overline{CD}+\overline{DQ}=2\sqrt{3}+4+2\sqrt{3}=4+4\sqrt{3}$

$\therefore$ 此正三角形的邊長為 $4+4\sqrt{3}$

(　　) 2.若 $f(x)=4|x+1|+3|2x-1|$，則 $f(x)$的最小值為何？ (A)3 (B)4 (C)6 (D)9

【096 年歷屆試題.】

解答 C

解析 $f(x)=4|x+1|+3|2x-1|$

$\because$ $f(-1)=4\times 0+3\times 3=9$，$f(\frac{1}{2})=4\times\frac{3}{2}+3\times 0=6$

$\therefore$ $f(x)$的最小值為 6

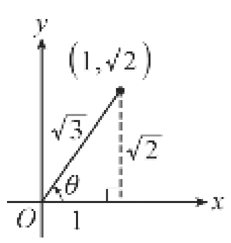
(　　) 3.設 θ 為銳角，若 $\tan\theta=\sqrt{2}$，試求 $\sqrt{3}\sin\theta+\sqrt{6}\cos\theta=$？ (A) $\sqrt{2}$ (B) $\sqrt{3}$ (C) $2\sqrt{2}$ (D) $2\sqrt{3}$

【097 年歷屆試題.】

解答 C

解析 $\because$ θ 為銳角，且 $\tan\theta=\sqrt{2}=\frac{\sqrt{2}}{1}$

如圖所示：



$\therefore$ $\sqrt{3}\sin\theta+\sqrt{6}\cos\theta=\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}+\sqrt{6}\times\frac{1}{\sqrt{3}}=\sqrt{2}+\sqrt{2}=2\sqrt{2}$

(　　) 4.若兩點 $A(0,0)$、$B(a,b)$對稱於直線 $x-2y=5$，則 $a-b=$ (A)2 (B)4 (C)6 (D)8

【092 年歷屆試題.】

解答 C

解析 ∵ $A(0,0)$、$B(a,b)$ $\Rightarrow$ $\overline{AB}$中點$M(\frac{a}{2},\frac{b}{2})$且$\overline{AB}$的斜率$m_1=\frac{b}{a}$

又$L:x-2y=5$的斜率$m_2=\frac{1}{2}$

∵ A、B對稱於直線L

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{a}{2}-2\times\frac{b}{2}=5\text{（∵ } M(\frac{a}{2},\frac{b}{2})\text{ 在 } L \text{ 上）} \\ \frac{b}{a}\times\frac{1}{2}=-1\text{（∵ } m_1\times m_2=-1\text{）} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a-2b=10\cdots① \\ 2a+b=0\cdots② \end{cases}$$

由① + ② × 2 得 $5a=10$ $\Rightarrow$ $a=2$

$a=2$ 代入②得 $b=-4$

∴ $a-b=2-(-4)=6$

(　　)5.設$A(-4,4)$與$B(1,-1)$為坐標平面上之兩點，若點C在$\overline{AB}$上且$2\overline{AC}=3\overline{BC}$，則點$C$的坐標為何？ (A)$(-3,3)$ (B)$(-2,2)$ (C)$(-1,1)$ (D)$(0,0)$

【094 年歷屆試題.】

解答 C

解析 ∵ C在$\overline{AB}$上且$2\overline{AC}=3\overline{BC}$ $\Rightarrow$ $\overline{AC}:\overline{BC}=3:2$

設點C坐標為(x,y)

則$x=\frac{2(-4)+3\times1}{3+2}=-1$，$y=\frac{2\times4+3(-1)}{3+2}=1$

∴ 點C的坐標為$(-1,1)$

(　　)6.設兩向量$\overrightarrow{a}$、$\overrightarrow{b}$的夾角為θ，且$|\overrightarrow{a}|=|\overrightarrow{b}|$，$|\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}|=4$，$|\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b}|=3$，則$\cos\theta=$ (A)$\frac{7}{25}$ (B)$\frac{5}{13}$ (C)$\frac{3}{5}$ (D)$\frac{4}{5}$

【092 年歷屆試題.】

解答 A

解析 ∵ $|\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}|^2=|\overrightarrow{a}|^2+|\overrightarrow{b}|^2+2\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=16\cdots①$

又$|\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b}|^2=|\overrightarrow{a}|^2+|\overrightarrow{b}|^2-2\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=9\cdots②$

由①+②得$2(|\overrightarrow{a}|^2+|\overrightarrow{b}|^2)=25$

已知$|\overrightarrow{a}|=|\overrightarrow{b}|$ $\Rightarrow$ $4|\overrightarrow{a}|^2=25$ $\Rightarrow$ $|\overrightarrow{a}|^2=\frac{25}{4}$

由①−②得$4\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=7$ $\Rightarrow$ $\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=\frac{7}{4}$

∴ $\cos\theta=\frac{\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}}{|\overrightarrow{a}||\overrightarrow{b}|}=\frac{\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}}{|\overrightarrow{a}|^2}$（∵ $|\overrightarrow{a}|=|\overrightarrow{b}|$）$=\frac{\frac{7}{4}}{\frac{25}{4}}=\frac{7}{25}$

(　　)7.已知L_1、L_2為與直線$3x+4y=0$平行的二直線。若L_1過點$(-29,23)$，L_2過點$(31,23)$，則此二平行線間的距離為何？ (A)23 (B)36 (C)48 (D)60

【102 年歷屆試題.】

解答 B

解析 設L_1：$3x+4y+k_1=0$，L_2：$3x+4y+k_2=0$

∵ L_1過點$(-29,23)$ ∴ $3\times(-29)+4\times23+k_1=0$ $\Rightarrow$ $k_1=-5$

∵ L_2過點$(31,23)$ ∴ $3\times31+4\times23+k_2=0$ $\Rightarrow$ $k_2=-185$

則L_1：$3x+4y-5=0$，L_2：$3x+4y-185=0$

因此二平行線 L_1、L_2 間的距離 $d(L_1,L_2)=\dfrac{|-5-(-185)|}{\sqrt{3^2+4^2}}=\dfrac{180}{5}=36$

(　　　)8.已知△ABC 中，$\overline{AB}=5$，$\overline{BC}=7$，$\overline{AC}=8$，則下列各內積中，何者為最大？ (A) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ (B) $\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{BA}$ (C) $\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}$ (D) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}$

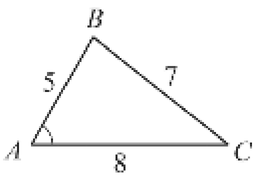
【093 年歷屆試題.】

解答 C

解析 $\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\dfrac{\overline{AC}^2+\overline{AB}^2-\overline{BC}^2}{2\overline{AC}\times\overline{AB}}$

$\Rightarrow\ \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AC}|\cos A=\overline{AB}\times\overline{AC}\times\dfrac{\overline{AC}^2+\overline{AB}^2-\overline{BC}^2}{2\overline{AC}\times\overline{AB}}$

$=\dfrac{1}{2}(\overline{AC}^2+\overline{AB}^2-\overline{BC}^2)=\dfrac{1}{2}(8^2+5^2-7^2)=20$



同理 $\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{BA}=\dfrac{1}{2}(\overline{AB}^2+\overline{BC}^2-\overline{AC}^2)=\dfrac{1}{2}(5^2+7^2-8^2)=5$

$\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}=\dfrac{1}{2}(\overline{BC}^2+\overline{AC}^2-\overline{AB}^2)=\dfrac{1}{2}(7^2+8^2-5^2)=44$

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}=(-\overrightarrow{BA})\cdot\overrightarrow{BC}=-(\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{BA})=-5$

$\therefore$ $\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}$ 為最大

(　　　)9.設 $\overrightarrow{a}$ 與 $\overrightarrow{b}$ 為平面上的兩個向量，若$|\overrightarrow{a}|=|\overrightarrow{b}|=2$ 且 $\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=2$，則 $\overrightarrow{a}$ 與 $\overrightarrow{b}$ 的夾角為何？ (A)15° (B)30° (C)45° (D)60°

【094 年歷屆試題.】

解答 D

解析 設 $\overrightarrow{a}$ 、$\overrightarrow{b}$ 夾角為 θ，則 $\cos\theta=\dfrac{\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}}{|\overrightarrow{a}||\overrightarrow{b}|}=\dfrac{2}{2\times 2}=\dfrac{1}{2}$

$\Rightarrow$ $\theta=60°$（$\because$ $0°\le\theta\le 180°$）

$\therefore$ $\overrightarrow{a}$ 與 $\overrightarrow{b}$ 的夾角為 60°

(　　　)10.試問在坐標平面上，過點(2, − 1)且與直線 $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{4}=1$ 垂直的直線方程式為何？ (A)$4x-3y=9$ (B)$4x-3y=10$ (C)$3x-4y=9$ (D)$3x-4y=10$

【095 年歷屆試題.】

解答 D

解析 $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{4}=1\ \Rightarrow\ 4x+3y=12$

$\because$ 所求直線 L 垂直 $4x+3y=12$

故設 $L:3x-4y=k$

又 L 過點$(2,-1)$ $\Rightarrow$ $3\times 2-4(-1)=k$ $\Rightarrow$ $k=10$

$\therefore$ 所求直線方程式為 $3x-4y=10$

(　　) 11.平面上兩點 $A(5,-1)$、$B(3,4)$。若 C 點在 y 軸上，且滿足 $\overline{AC}=\overline{BC}$，則 C 點坐標為何？ (A) $(0,-\frac{1}{10})$ (B) $(0,-\frac{1}{15})$ (C) $(0,\frac{1}{15})$ (D) $(0,\frac{1}{10})$

【098 年歷屆試題.】

解答 A

解析 C 點在 y 軸上，設 $C(0,t)$

$\because\ \overline{AC}=\overline{BC}$ $\therefore\ \sqrt{(5-0)^2+(-1-t)^2}=\sqrt{(3-0)^2+(4-t)^2}$

$\Rightarrow\ (5-0)^2+(-1-t)^2=(3-0)^2+(4-t)^2 \ \Rightarrow\ t=-\frac{1}{10}$

故 $C(0,-\frac{1}{10})$

(　　) 12.下列各三角函數值，何者數值最小？ (A)$\sin 885°$ (B)$\cos(-430°)$ (C)$\tan 131°$ (D)$\sin(-2010°)$

【099 年歷屆試題.】

解答 C

解析 $\sin 885°=\sin(2\times 360°+165°)=\sin 165°=\sin(180°-15°)=\sin 15°>0$

$\cos(-430°)=\cos 430°=\cos(360°+70°)=\cos 70°>0$

$\tan 131°=\tan(180°-49°)=-\tan 49°<0$

$\sin(-2010°)=\sin(-6\times 360°+150°)=\sin 150°=\sin(180°-30°)=\sin 30°>0$

由上可知 $\tan 131°$的值最小

故選(C)

(　　) 13.設 a 為實數，且直線$(3a-1)x-2y=a+1$ 沒有通過第一象限，則 a 的可能範圍為何？ (A)$a<-1$ (B)$-1\le a\le\frac{1}{3}$ (C)$\frac{1}{3}<a<1$ (D)$a\ge 1$

【096 年歷屆試題.】

解答 B

解析 $(3a-1)x-2y=a+1 \ \Rightarrow\ y=\frac{3a-1}{2}x-\frac{a+1}{2}$

即直線的 y 截距為$-\frac{a+1}{2}$，斜率 $m=\frac{3a-1}{2}$

$\because$ 直線沒有通過第一象限

$\Rightarrow$ y 截距≤ 0 且斜率 $m\le 0$ $\Rightarrow$ $-\frac{a+1}{2}\le 0$ 且 $\frac{3a-1}{2}\le 0$

$\Rightarrow\ a\ge -1$ 且 $a\le\frac{1}{3}$

$\therefore$ a 的可能範圍為$-1\le a\le\frac{1}{3}$

(　　) 14.$\sin^2 210°+\cos^2 570°+\sec^2 930°-\tan^2 1290°+\csc^2 1650°-\cot^2 2010°=$ (A)-1 (B)1 (C)$\frac{3}{2}$ (D)3

【101 年歷屆試題.】

解答 D

解析 $570°=360°+210°$，$930°=360°\times 2+210°$，$1290°=360°\times 3+210°$，

$1650°=360°\times 4+210°$，$2010°=360°\times 5+210°$

所求$=\sin^2 210°+\cos^2 210°+\sec^2 210°-\tan^2 210°+\csc^2 210°-\cot^2 210°$

$=1+1+1=3$

(　　　) 15.平面上四點 $A(1,1)$、$B(a,2)$、$C(b,-1)$、$D(0,-2)$，其中 b 為正數，若 $\overline{AB}$ 與 $\overline{CD}$ 互相平行，且 $\overline{BD}$ 與 $\overline{AC}$ 互相垂直，求 $a+2b$ 之值為何？　(A)7　(B)8　(C)9　(D)10

【101 年歷屆試題.】

解答　D

解析　直線 AB 的斜率 $m_{AB}=\dfrac{1-2}{1-a}=\dfrac{-1}{1-a}$，直線 CD 的斜率 $m_{CD}=\dfrac{-1-(-2)}{b-0}=\dfrac{1}{b}$，

直線 BD 的斜率 $m_{BD}=\dfrac{2-(-2)}{a-0}=\dfrac{4}{a}$，直線 AC 的斜率 $m_{AC}=\dfrac{1-(-1)}{1-b}=\dfrac{2}{1-b}$，

$\because\ \overline{AB}\,//\,\overline{CD}\quad\therefore\ m_{AB}=m_{CD}$

$\Rightarrow\ \dfrac{-1}{1-a}=\dfrac{1}{b}\ \Rightarrow\ a-b=1\cdots\cdots$①

$\because\ \overline{BD}\perp\overline{AC}\quad\therefore\ m_{BD}\times m_{AC}=-1$

$\Rightarrow\ \dfrac{4}{a}\times\dfrac{2}{1-b}=-1\ \Rightarrow\ a(1-b)=-8\cdots\cdots$②

由①，$a=1+b$ 代入②

則 $(1+b)(1-b)=-8\ \Rightarrow\ 1-b^2=-8\ \Rightarrow\ b^2=9$

$\Rightarrow\ b=\pm3$（負不合）$\Rightarrow\ a=1+3=4$

故 $a+2b=4+2\times3=10$

(　　　) 16.已知兩向量 $\overrightarrow{a}$、$\overrightarrow{b}$ 互相垂直。若 $|\overrightarrow{a}|=4\sqrt{5}$，$|\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}|=5\sqrt{5}$，則 $|\overrightarrow{b}|=$　(A) $\sqrt{5}$　(B) $2\sqrt{5}$　(C) $3\sqrt{5}$　(D) $4\sqrt{5}$

【100 年歷屆試題.】

解答　C

解析　$\because\ \overrightarrow{a}$、$\overrightarrow{b}$ 互相垂直

$\therefore\ \overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=0$

$|\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}|=5\sqrt{5}\ \Rightarrow\ |\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}|^2=125$

$\Rightarrow\ |\overrightarrow{a}|^2+2(\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b})+|\overrightarrow{b}|^2=125\ \Rightarrow\ (4\sqrt{5})^2+2\times0+|\overrightarrow{b}|^2=125$

$\Rightarrow\ |\overrightarrow{b}|^2=45\ \Rightarrow\ |\overrightarrow{b}|=3\sqrt{5}$

(　　　) 17.若直線 $3x-2y+6=0$ 的斜率為 a，y 截距為 b，x 截距為 c，且此直線與兩坐標軸所圍成的封閉區域面積為 d，求 $ab-cd$ 之值為

(A) $\dfrac{3}{2}$　(B) $\dfrac{9}{2}$　(C) $\dfrac{15}{2}$　(D) $\dfrac{21}{2}$

【105 年歷屆試題.】

解答　D

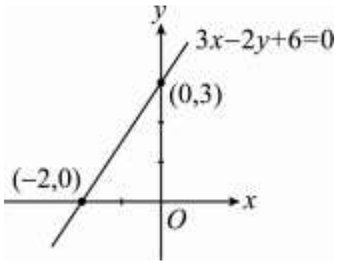
解析　(1)直線 $3x-2y+6=0$ 的斜率 $a=-\dfrac{3}{-2}=\dfrac{3}{2}$

(2)直線 $3x-2y+6=0$ 與兩軸的交點

x	0	-2
y	3	0

則 y 截距 $b=3$，x 截距 $c=-2$

(3)直線 $3x-2y+6=0$ 的圖形如下：



則直線與兩坐標軸所圍成的區域面積 $d=\frac{1}{2}\times 2\times 3=3$

由(1)、(2)和(3)，所求 $ab-cd=\frac{3}{2}\times 3-(-2)\times 3=\frac{9}{2}-(-6)=\frac{21}{2}$

(　　) 18.已知 $\sin\theta=\frac{\sqrt{3}-1}{2}$，則 $\frac{\sin\theta}{1+\cos\theta}+\frac{\sin\theta}{1-\cos\theta}=$　(A) $2(\sqrt{3}-1)$　(B) $4(\sqrt{3}-1)$　(C) $2(\sqrt{3}+1)$　(D) $4(\sqrt{3}+1)$

【104 年歷屆試題.】

解答　C

解析　所求 $=\sin\theta\times(\frac{1}{1+\cos\theta}+\frac{1}{1-\cos\theta})$

$$=\sin\theta\times\frac{(1-\cos\theta)+(1+\cos\theta)}{(1+\cos\theta)(1-\cos\theta)}$$

$$=\sin\theta\times\frac{2}{1-\cos^2\theta}$$

$$=\sin\theta\times\frac{2}{\sin^2\theta}=\frac{2}{\sin\theta}=\frac{2}{\frac{\sqrt{3}-1}{2}}$$

$$=\frac{4}{\sqrt{3}-1}=\frac{4(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}$$

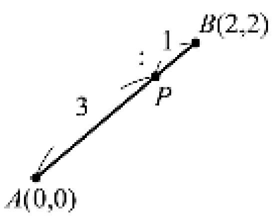
$$=\frac{4(\sqrt{3}+1)}{2}=2(\sqrt{3}+1)$$

(　　)19.設 $A(0,0)$、$B(2,2)$ 為平面上二點，若點 $P(m,n)$ 在線段 $\overline{AB}$ 上，且 $\overline{AP}:\overline{PB}=3:1$，則 $m+n$ 之值為何？(A) 2　(B) 2.5　(C) 3　(D) 3.5

【103 年歷屆試題.】

解答　C

解析



$\because$　點 $P(m,n)$ 在 $\overline{AB}$ 上且 $\overline{AP}:\overline{PB}=3:1$

$\therefore$　$P=\frac{3B+1A}{3+1}=\frac{3(2,2)+(0,0)}{4}=\frac{(6,6)}{4}=\left(\frac{3}{2},\frac{3}{2}\right)$

故 $m=\frac{3}{2}$，$n=\frac{3}{2}$，則 $m+n=\frac{3}{2}+\frac{3}{2}=3$

(　　) 20.下列方程式所對應的圖形中，何者恆在 x 軸的上方？　(A) $y=5x^2-3x+1$　(B) $y=3x^2+5x-1$　(C) $y=x^2-5x+3$　(D) $y=3x^2+x-5$【104 年歷屆試題.】

解答　A

解析　$\because$　四個選項的 x^2 項係數均為正數

$\therefore$　皆為開口向上的拋物線

(A) $(-3)^2-4\times5\times1=-11<0$→符合

(B) $5^2-4\times3\times(-1)=37>0$

(C) $(-5)^2-4\times1\times3=13>0$

(D) $1^2-4\times3\times(-5)=61>0$