1012 汽勤甲 第一冊複習　　姓名　　　　　　座號

一、單選題（25 題 每題 4 分 共 100 分）

(　　　) 1. 斜率為 -2，且 x 截距為 2 的直線方程式為 (A)$x=2$ (B)$y=-2x+2$ (C)$y=-2x+4$ (D)$2x-y=0$ (E)$x+2y=2$

【課本練習題-自我評量.】

解答 C

解析 x 截距為 2，所以直線經過點$(2,0)$

利用直線的點斜式 $y-y_0=m(x-x_0)$

得 $y-0=-2(x-2)$ ⇒ $y=-2x+4$

(　　　) 2. 已知 $P(a^2b,a^3)$ 在第三象限，則下列何者必定不正確？ (A) $ab>0$ (B) $a<0$ (C) $b>0$ (D) $a>b$

【隨堂測驗.】

解答 C

解析 $P(a^2b,a^3)$ 在第三象限

$$\Rightarrow \begin{cases} a^2b<0 \Rightarrow b<0 \\ a^3<0 \Rightarrow a<0 \end{cases}$$

$\therefore ab>0$

而 a，b 之大小則不一定。

(　　　) 3. 設 $A(1,-3)$ 與 $B(2,-2)$ 為平面上兩點，若一向量 $\vec{a}$ 與 $\overrightarrow{AB}$ 的方向相反，且 $|\vec{a}|=1$，則 $\vec{a}=$ (A)$(1,1)$ (B)$(-1,-1)$ (C)$(\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{2}})$ (D)$(-\frac{1}{\sqrt{2}},-\frac{1}{\sqrt{2}})$

【龍騰自命題.】

解答 D

解析 $\overrightarrow{AB}=(2-1,-2+3)=(1,1)$

$\therefore |\overrightarrow{AB}|=\sqrt{2}$　　$\therefore \dfrac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|}=(\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{2}})$

又 $\overrightarrow{a}$ 與 $\overrightarrow{AB}$ 方向相反

∴ $\dfrac{\overrightarrow{a}}{|\overrightarrow{a}|}=(-\dfrac{1}{\sqrt{2}},-\dfrac{1}{\sqrt{2}})$

∵ $|\overrightarrow{a}|=1$ ∴ $\overrightarrow{a}=(-\dfrac{1}{\sqrt{2}},-\dfrac{1}{\sqrt{2}})$

(　　)4. 垂直於 $3x-y+1=0$，且經過點(2, 1)的直線方程式為 (A)$y=3x$ (B)$x+3y+1=0$ (C)$x+3y-5=0$ (D)$3x+y-7=0$ (E)$3x+y-5=0$

【課本練習題-自我評量.】

解答 C

解析 ∵ 兩直線互相垂直 ∴ 設所求直線為 $x+3y+k=0$

點(2, 1)代入 $x+3y+k=0$ ⇒ $2+3\times1+k=0$

⇒ $k=-5$，故所求直線為 $x+3y-5=0$

(　　)5. 在坐標平面上，若△ABC 之三頂點坐標分別為 $A(2,0)$、$B(4,0)$與 $C(4,3)$，則△ABC 之三邊上共有多少點與原點的距離恰為整數值？ (A)2 個 (B)4 個 (C)6 個 (D)8 個

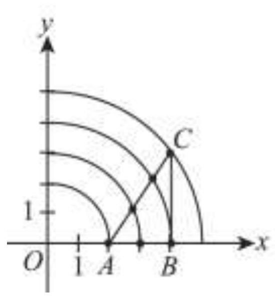
【099 年歷屆試題.】

解答 C

解析 以原點為圓心，作出半徑為 2、3、4、5 的圓

這些圓與△ABC 的邊長共有 6 個交點，

也就是△ABC 之三邊上共有 6 個點與原點的距離恰為整數值



故選(C)

(　　)6. 在 xy 平面上，P 和 Q 為拋物線 $y=x^2$ 上的兩點，若 P 和 Q 的 x 坐標分別是 -1 和 2，則 P 和 Q 的距離為何？ (A)1 (B)2 (C)4 (D)$3\sqrt{2}$

【101 年歷屆試題.】

解答 D

解析 令 $x=-1$ 代入 $y=x^2$ 得 $y=(-1)^2=1$，則 $P(-1,1)$

令 $x=2$ 代入 $y=x^2$ 得 $y=2^2=4$，則 $Q(2,4)$

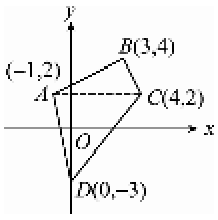
故 P 和 Q 的距離 $\overline{PQ}=\sqrt{(-1-2)^2+(1-4)^2}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$

(　　)7. 平面坐標上四點 $A(-1,2)$、$B(3,4)$、$C(4,2)$、$D(0,-3)$，則四邊形 $ABCD$ 之面積為 (A)$\frac{31}{2}$ (B)$\frac{33}{2}$ (C)$\frac{35}{2}$ (D)$\frac{37}{2}$

【隨堂講義補充題.】

解答 C

解析



所求 $=\triangle ABC$ 面積 $+\triangle ACD$ 面積 $=\frac{1}{2}\times5\times2+\frac{1}{2}\times5\times5=\frac{35}{2}$

(　　) 8. 若 $x+4y=a-1$ 與 $ax-8y=b$ 的圖形表示同一直線，則 $a+b=$ (A)8 (B)-8 (C)-2 (D)6 (E)4

【課本練習題-自我評量.】

解答 E

解析 $\because$ $\begin{cases}x+4y=a-1\\ax-8y=b\end{cases}$ 的圖形表示同一直線

$\therefore$ $\frac{1}{a}=\frac{4}{-8}=\frac{a-1}{b}$ 解之，得 $a=-2$、$b=6$

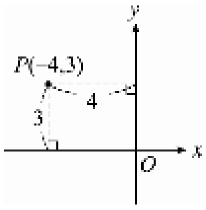
故 $a+b=-2+6=4$

(　　)9. 平面坐標中，$P(-4,3)$ 到 x 軸的距離為 a，到 y 軸的距離為 b，則 $a-b=$ (A)7 (B)-7 (C)1 (D)-1

【隨堂講義補充題.】

解答 D

解析



$\therefore$ $a-b=3-4=-1$

( ) 10. 下列哪一組聯立方程組<u>無解</u>？ (A)$\begin{cases}x=1\\y=3\end{cases}$ (B)$\begin{cases}x-y=0\\x+y=0\end{cases}$ (C)$\begin{cases}x+y=1\\y+x+3=0\end{cases}$ (D)$\begin{cases}2x-y=7\\y-2x+7=0\end{cases}$ (E)$\begin{cases}3x+2y=1\\\frac{x}{3}+\frac{y}{2}=1\end{cases}$

【課本練習題-自我評量.】

解答 C

解析 $\because$ (C)$\begin{cases}x+y=1\\y+x+3=0\end{cases}$ 的係數關係為$\frac{1}{1}=\frac{1}{1}\neq\frac{-1}{3}$ $\therefore$ 聯立方程組無解

( )11. 若點$(ab, a+b)$在第四象限內，則點$(a^3,-\frac{a}{b})$在第幾象限？ (A)一 (B)二 (C)三 (D)四

【龍騰自命題.】

解答 C

解析 $(ab, a+b)\in$IV $\Rightarrow$ $ab>0$ 且 $a+b<0$，即 a，b 同號且相加為負

$\Rightarrow$ $a<0$ 且 $b<0$ $\Rightarrow$ $a^3<0$，$-\frac{a}{b}<0$ $\Rightarrow$ $(a^3,-\frac{a}{b})\in$ III

( ) 12. $A(-4)$、$B(x)$為數線上兩點，且 A 點在 B 點的左側，若$\overline{AB}=8$，則 $x=$ (A)-12 (B)-8 (C)4 (D)12

【龍騰自命題.】

解答 C

( ) 13. 設 A，B，C 為平面上共線之三點，且 C 介於 A、B 兩點之間，已知 A 點的坐標為$(-3,5)$，B 點的坐標為$(4,-2)$，且$3\overline{AC}=4\overline{BC}$，則 C 點之坐標為 (A)$(-2,0)$ (B)$(0,2)$

(C)(1, 1)　(D)(3, 1)

【龍騰自命題.】

解答　C

解析　$\overline{AC}:\overline{BC}=4:3$，$C(\frac{3\times(-3)+4\times4}{7},\frac{3\times5+4\times(-2)}{7})=(1,1)$

(　　　) 14. 設 $A(1, 1)$，$B(4, 5)$，$C(8, 2)$為△ABC三頂點，求∠B =　(A)0°　(B)45°　(C)90°　(D)60°

【龍騰自命題.】

解答　C

解析　$\overline{AB}$、$\overline{BC}$為∠B的兩鄰邊

已知$\overrightarrow{BA}=(-3,-4)$，$\overrightarrow{BC}=(4,-3)$，則$\cos B=\frac{\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}}{|\overrightarrow{BA}||\overrightarrow{BC}|}=0$　∴　∠B = 90°

(　　　) 15. 設$g(x)=\cos(x-\frac{\pi}{4})$，若 $0 \le x \le \pi$，則 $g(x)$的最小值為　(A)$-\frac{\sqrt{2}}{2}$　(B) − 1　(C)$-\frac{1}{2}$　(D)$-\frac{\sqrt{3}}{2}$

【龍騰自命題.】

解答　A

解析　∵　$0 \le x \le \pi$　∴　$-\frac{\pi}{4}\le x-\frac{\pi}{4}\le\frac{3}{4}\pi$

則$-\frac{\sqrt{2}}{2}\le\cos(x-\frac{\pi}{4})\le1$，

∴　$g(x)$的最小值為$-\frac{\sqrt{2}}{2}$

(　　　) 16. 設$\overrightarrow{a}$、$\overrightarrow{b}$為非零向量，若$|\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b}|=|\overrightarrow{a}|-|\overrightarrow{b}|$，則$\overrightarrow{a}$與$\overrightarrow{b}$的夾角為何？　(A)0°　(B)30°　(C)60°　(D)90°

【龍騰自命題.】

解答　A

解析　$|\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b}|=|\overrightarrow{a}|-|\overrightarrow{b}|$，兩邊同時平方，則$|\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b}|^2=(|\overrightarrow{a}|-|\overrightarrow{b}|)^2$

又$|\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b}|^2=(\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b})\cdot(\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b})=|\overrightarrow{a}|^2-2\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}+|\overrightarrow{b}|^2$

$(|\vec{a}|-|\vec{b}|)^2=|\vec{a}|^2-2|\vec{a}||\vec{b}|+|\vec{b}|^2$

$\therefore\quad \vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|$

若 $\vec{a}\cdot\vec{b}$ 夾角 θ ，則 $\cos\theta=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}=1$

$\therefore$ 可知 $\cos\theta=1$，即 $\theta=0°$

( ) 17. 設 $\vec{a}=(2,-4)$，$\vec{b}=(3,5)$，則 $4\vec{a}-5\vec{b}=$ (A)$(-3,8)$ (B)$(-7,-41)$ (C)$(10,-37)$ (D)$(-10,-28)$

【龍騰自命題.】

解答 B

( ) 18. 設 $A(-6,8)$、$B(9,-13)$，若 $P(x,y)$在 $\overline{AB}$ 的延長線上，且 $\overline{AP}:\overline{BP}=2:5$，則外分點 P 的坐標為 (A)$(\frac{11}{7},-\frac{4}{7})$ (B)$(-\frac{11}{7},\frac{4}{7})$ (C)$(-\frac{4}{3},-\frac{7}{3})$ (D)$(-16,-20)$ (E)$(-16,22)$

【課本練習題-自我評量.】

解答 E

解析 $\because\quad \overline{AP}:\overline{BP}=2:5 \Rightarrow \overline{PA}:\overline{AB}=2:3$

設 $P(x,y)$

$-6=\dfrac{3\times x+2\times 9}{2+3} \Rightarrow x=-16$

$8=\dfrac{3\times y+2\times(-13)}{2+3} \Rightarrow y=22$

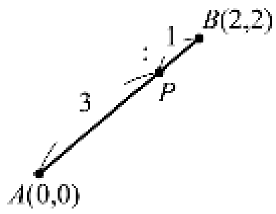
$\therefore\quad P(-16,22)$

( ) 19. 設 $A(0,0)$、$B(2,2)$為平面上二點，若點 $P(m,n)$在線段 $\overline{AB}$ 上，且 $\overline{AP}:\overline{PB}=3:1$，則 $m+n$ 之值為何？ (A)2 (B)2.5 (C)3 (D)3.5

【103 年歷屆試題.】

解答 C

解析



$\because$ 點 $P(m,n)$ 在 $\overline{AB}$ 上且 $\overline{AP}:\overline{PB}=3:1$

$\therefore$ $P=\dfrac{3B+1A}{3+1}=\dfrac{3(2,2)+(0,0)}{4}=\dfrac{(6,6)}{4}=\left(\dfrac{3}{2},\dfrac{3}{2}\right)$

故 $m=\dfrac{3}{2}$，$n=\dfrac{3}{2}$，則 $m+n=\dfrac{3}{2}+\dfrac{3}{2}=3$

(　　　)20. 設 $\overrightarrow{a}=(2,1)$、$\overrightarrow{b}=(3,-4)$，則 $\overrightarrow{a}-2\overrightarrow{b}=$ (A)(6,8) (B)(－7,5) (C)(6,0) (D)(－1,5) (E)(－4,9)

【課本練習題-自我評量.】

解答 E

解析 $\overrightarrow{a}-2\overrightarrow{b}=(2,1)-2(3,-4)=(2-6,1+8)=(-4,9)$

(　　　) 21. 設 $\overrightarrow{a}=(2,6)$，$\overrightarrow{b}=(1,1)$，$\left|\overrightarrow{a}+t\,\overrightarrow{b}\right|$ 的最小值為 (A) 2 (B) $2\sqrt{2}$ (C) 4 (D) $4\sqrt{2}$

【隨堂講義補充題.】

解答 B

解析 $\overrightarrow{a}+t\,\overrightarrow{b}=(2,6)+(t,t)=(t+2,t+6)$

$\left|\overrightarrow{a}+t\,\overrightarrow{b}\right|=\sqrt{(t+2)^2+(t+6)^2}=\sqrt{2t^2+16t+40}=\sqrt{2(t+4)^2+8}\geq\sqrt{8}=2\sqrt{2}$

$\therefore$ $\left|\overrightarrow{a}+t\,\overrightarrow{b}\right|$ 的最小值 $=2\sqrt{2}$

(　　　) 22. 一直線 $L:ax+by+1=0$ 過點 $A(3,1)$，且與點 $B(-3,4)$ 之距離為 3，則 $a+b=$
(A) $\dfrac{7}{15}$ 或 1 (B) $-\dfrac{7}{15}$ 或 1 (C) $\dfrac{7}{15}$ 或 -1 (D) $-\dfrac{7}{15}$ 或 -1

【隨堂講義補充題.】

解答 D

解析 設 $L:y-1=m(x-3)$ $\Rightarrow$ $mx-y-3m+1=0$

$d(B,L)=3$ $\Rightarrow$ $\dfrac{|-3m-4-3m+1|}{\sqrt{m^2+(-1)^2}}=3$

$\Rightarrow$ $|-6m-3|=3\sqrt{m^2+1}$ $\Rightarrow$ $|-2m-1|=\sqrt{m^2+1}$

兩邊平方得 $4m^2+4m+1=m^2+1 \quad \Rightarrow \quad 3m^2+4m=0$

$\Rightarrow \quad m=0$ 或 $-\frac{4}{3}$

(1) $m=0$ 時，$L:-y+1=0$

$\therefore \quad a=0$，$b=-1 \quad \Rightarrow \quad a+b=-1$

(2) $m=-\frac{4}{3}$ 時，$L:-\frac{4}{3}x-y+5=0$

$\Rightarrow \quad -\frac{4}{15}x-\frac{1}{5}y+1=0$

$\therefore \quad a=-\frac{4}{15}$，$b=-\frac{1}{5} \quad \Rightarrow \quad a+b=-\frac{7}{15}$

由(1)(2)得所求為 $-\frac{7}{15}$ 或 -1

(　　　)23. 設 $A(2,-1)$、$B(0,4)$、$C(5,6)$，則 $\triangle ABC$ 面積為 (A)6 (B)$\frac{7}{2}$ (C)8 (D)$\frac{29}{2}$ (E)10

【課本練習題-自我評量.】

解答 D

解析 $\overrightarrow{AB}=(-2,5)$，$\overrightarrow{AC}=(3,7)$

$\triangle ABC$ 面積 $=\frac{1}{2}|-2\times7-5\times3|=\frac{29}{2}$

(　　　)24. 若點 $P(3,-2)$ 到直線 L：$5x+12y+k=0$ 的距離為 1，則下列何者可為 k 之值？ (A) 22 (B) 10 (C) 8 (D) 6

【隨堂測驗.】

解答 A

解析 $d(P,L)=1$

$\Rightarrow \quad \frac{|5\times3+12\times(-2)+k|}{\sqrt{5^2+12^2}}=1$

$\Rightarrow \quad |k-9|=13 \quad \Rightarrow \quad k-9=13$ 或 -13

$\Rightarrow \quad k=22$ 或 -4

(　　　)25. 已知 $\left|\overrightarrow{a}\right|=1$，$\left|\overrightarrow{b}\right|=\sqrt{5}$，$\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=-2$。若 $t\overrightarrow{a}+(1-t)\overrightarrow{b}$ 和 $\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b}$ 垂直，其中 t 為實數，則 $t=$

(A)$\frac{7}{10}$ (B)$\frac{\sqrt{5}}{3}$ (C)$\frac{3}{4}$ (D)$\frac{\sqrt{5}}{2}$

解答 A

解析 $\because$ $t\overrightarrow{a}+(1-t)\overrightarrow{b}$ 和 $\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b}$ 垂直

$\therefore$ $\left(t\overrightarrow{a}+(1-t)\overrightarrow{b}\right)\cdot\left(\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b}\right)=0$

$\Rightarrow$ $t\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{a}-t\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}+(1-t)\overrightarrow{b}\cdot\overrightarrow{a}-(1-t)\overrightarrow{b}\cdot\overrightarrow{b}=0$

$\Rightarrow$ $t\left|\overrightarrow{a}\right|^2-t\left(\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}\right)+(1-t)\left(\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}\right)-(1-t)\left|\overrightarrow{b}\right|^2=0$

$\Rightarrow$ $t\left|\overrightarrow{a}\right|^2+(1-2t)\left(\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}\right)-(1-t)\left|\overrightarrow{b}\right|^2=0$

$\Rightarrow$ $t\times1^2+(1-2t)\times(-2)-(1-t)\times\left(\sqrt{5}\right)^2=0$

$\Rightarrow$ $10t-7=0$ $\Rightarrow$ $t=\frac{7}{10}$