1007 數學複習 第一章　班級　　　　　姓名　　　　　座號

一、單選題 (25 題 每題 4 分 共 100 分)

(　　) 1.下列何者角度為$-\dfrac{4\pi}{3}$的同界角？ (A)$\dfrac{10\pi}{3}$ (B)$\dfrac{4\pi}{3}$ (C)$-\dfrac{\pi}{3}$ (D)$-\dfrac{16\pi}{3}$

【隨堂講義補充題.】

解答　D

解析　$-\dfrac{4\pi}{3}=(-2\pi)+\dfrac{2\pi}{3}$

故正同界角有：$\dfrac{2\pi}{3}$，$\dfrac{2\pi}{3}+2\pi$，$\dfrac{2\pi}{3}+4\pi$，……

$\Rightarrow$ $\dfrac{2\pi}{3}$，$\dfrac{8\pi}{3}$，$\dfrac{14\pi}{3}$，……

負同界角有：$-\dfrac{4\pi}{3}$，$-\dfrac{4\pi}{3}-2\pi$，$-\dfrac{4\pi}{3}-4\pi$，……

$\Rightarrow$ $-\dfrac{4\pi}{3}$，$-\dfrac{10\pi}{3}$，$-\dfrac{16\pi}{3}$，……

(　　) 2.在鈍角三角形△ABC 中，設 a、b、c 分別為 $\angle A$、$\angle B$、$\angle C$ 的對邊長，若 $\angle A=30°$且 $a:b=1:\sqrt{3}$，則 $\angle C=$ (A)30° (B)60° (C)120° (D)150°

【094 年歷屆試題.】

解答　A

解析　$\because$ $a:b=\sin A:\sin B$

又知 $a:b=1:\sqrt{3}$ 且 $\angle A=30°$ $\Rightarrow$ $1:\sqrt{3}=\sin 30°:\sin B$

$\Rightarrow$ $\sin B=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\Rightarrow$ $\angle B=60°$或 $120°$

當 $\angle B=60°$時

$\angle C=180°-30°-60°=90°$（不合，已知△$ABC$ 為鈍角三角形）

當 $\angle B=120°$時

$\angle C=180°-30°-120°=30°$

(　　) 3.設函數 $f(x)=\begin{cases}x^2+2x-3，x\geq 0\\ x-3，x<0\end{cases}$，則 $f(2)+f(-2)=$ (A)-1 (B)-2 (C)0 (D)1

【龍騰自命題.】

解答　C

解析　$f(2)=2^2+2\times 2-3=5$，$f(-2)=-2-3=-5$

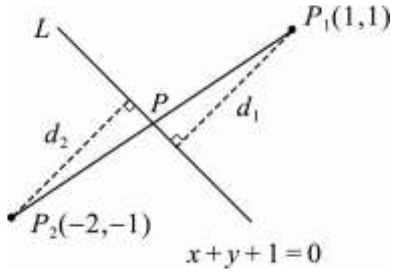
$\therefore$ $f(2)+f(-2)=5-5=0$

(　　) 4.設 $P_1(1,1)$、$P_2(-2,-1)$，且直線 L：$x+y+1=0$ 與 $\overline{P_1P_2}$ 交於點 P，則 $\overline{P_1P}:\overline{P_2P}=$ (A)1：1 (B)3：2 (C)2：1 (D)2：3

【龍騰自命題.】

解答　B

解析　$\overline{P_1P}:\overline{PP_2}=d_1:d_2=\dfrac{|1+1+1|}{\sqrt{2}}:\dfrac{|-2-1+1|}{\sqrt{2}}=3:2$



(　　) 5.設三角形的三邊為 a、b、c，其對角依次為 A、B、C，若$(a-2b+c)^2+(3a+b-2c)^2=0$，則 (A)a:b:$c=5$:3:7 (B)sin$A$:sin$B$:sin$C=3$:5:7 (C)$\cos A=\dfrac{3}{14}$ (D)$\sin A=\dfrac{\sqrt{3}}{14}$

【龍騰自命題.】

解答　B

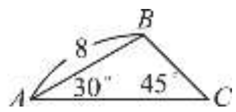
(　　) 6.△ABC 中，$\overline{AB}=8$，$\angle A=30°$，$\angle C=45°$，則$\overline{BC}$的邊長為 (A)$2\sqrt{2}$ (B)$4\sqrt{2}$ (C)$6\sqrt{2}$ (D)$8\sqrt{2}$ (E)8

【龍騰自命題.】

解答　B

解析　由圖得知

$\dfrac{\overline{BC}}{\sin 30°}=\dfrac{\overline{AB}}{\sin 45°}$ $\Rightarrow$ $\dfrac{\overline{BC}}{\frac{1}{2}}=\dfrac{8}{\frac{\sqrt{2}}{2}}$　故$\overline{BC}=\dfrac{8}{\sqrt{2}}=4\sqrt{2}$



(　　) 7.設$\dfrac{\pi}{6}\leq x\leq\dfrac{7\pi}{6}$，若 $f(x)=\cos^2x-\sin x+1$ 之最大、最小值分別為 M 及 m，則 $M+2m=$ (A)$\dfrac{9}{4}$ (B)$\dfrac{7}{4}$ (C)2 (D)1

【龍騰自命題.】

解答　A

解析　$f(x)=\cos^2x-\sin x+1=1-\sin^2x-\sin x+1=-(\sin x+\dfrac{1}{2})^2+\dfrac{9}{4}$

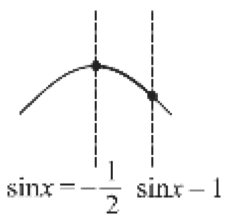
$\because$ $\dfrac{\pi}{6}\leq x\leq\dfrac{7}{6}\pi$ $\Rightarrow$ $-\dfrac{1}{2}\leq\sin x\leq 1$

（如圖所示）

(1)$\sin x=-\dfrac{1}{2}$時，$M=\dfrac{9}{4}$

(2)$\sin x=1$ 時，$m=0$

$\therefore$ $M+2m=\dfrac{9}{4}$



(　　) 8.設向量$\overrightarrow{a}=(3,4)$，向量$\overrightarrow{b}\,//\,\overrightarrow{a}$，且$\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=-50$，則$|2\overrightarrow{a}+3\overrightarrow{b}|=$ (A)20 (B)40 (C)60 (D)80

【102 年歷屆試題.】

解答 A

解析 $\because$ $\overrightarrow{a}$ 與 $\overrightarrow{b}$ 互相平行且 $\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=-50<0$

$\therefore$ $\overrightarrow{a}$ 與 $\overrightarrow{b}$ 互為反向，即夾角為 180°

$|\overrightarrow{a}|=\sqrt{3^2+4^2}=5$

$\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=|\overrightarrow{a}||\overrightarrow{b}|\cos180^\circ=5\times|\overrightarrow{b}|\times(-1)=-5|\overrightarrow{b}|=-50$

$\Rightarrow$ $|\overrightarrow{b}|=10$

$|2\overrightarrow{a}+3\overrightarrow{b}|^2=4|\overrightarrow{a}|^2+12\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}+9|\overrightarrow{b}|^2=4\times5^2+12\times(-50)+9\times10^2=400$

故 $|2\overrightarrow{a}+3\overrightarrow{b}|=\sqrt{400}=20$

〈另解〉

$\because$ $\overrightarrow{b}\,//\,\overrightarrow{a}$ $\therefore$ 可設 $\overrightarrow{b}=t\overrightarrow{a}$，其中 t 為實數

則 $\overrightarrow{b}=t(3,4)=(3t,4t)$

$\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=(3,4)\cdot(3t,4t)=3\times3t+4\times4t=25t$

$\because$ $\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=-50$ $\therefore$ $25t=-50$ $\Rightarrow$ $t=-2$

則 $\overrightarrow{b}=(3\times(-2),4\times(-2))=(-6,-8)$

而

$2\overrightarrow{a}+3\overrightarrow{b}=2(3,4)+3(-6,-8)=(6,8)+(-18,-24)=(-12,-16)$

故 $|2\overrightarrow{a}+3\overrightarrow{b}|=\sqrt{(-12)^2+(-16)^2}=\sqrt{400}=20$

(　　)9.一飛機在高度為 $600\sqrt{3}$ 公尺的水平面上等速東飛，地面上開始觀測飛機時仰角為 60°，6 秒後再觀測仰角只有 30°，則飛機的速度每秒為　(A)350 公尺　(B)300 公尺　(C)250 公尺　(D)200 公尺【龍騰自命題.】

解答 D

(　　)10.若 $|\overrightarrow{a}|=4$，$|\overrightarrow{b}|=3$，$\overrightarrow{a}$ 與 $\overrightarrow{b}$ 方向相反，則 $\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=$

(A)12　(B) − 12　(C)0　(D)6

【龍騰自命題.】

解答 B

解析 $\because$ $\overrightarrow{a}$ 與 $\overrightarrow{b}$ 方向相反，即 $\overrightarrow{a}$ 與 $\overrightarrow{b}$ 交角 $\theta=180^\circ$

$\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=|\overrightarrow{a}||\overrightarrow{b}|\cos\theta=4\times3\times\cos180^\circ=-12$

(　　)11.下列三角函數值何者最大？　(A)sec20°　(B)csc20°　(C)tan20°　(D)sin20°

【龍騰自命題.】

解答 B

解析 $\because$ $0<\sin20^\circ<\cos20^\circ<1$ $\therefore$ $\csc20^\circ>\sec20^\circ>1$

又 $0<\tan20^\circ<1$，因此 csc20°的值最大

(　　)12.點 $(\sec\theta,\tan\theta)$ 在第二象限內，則 θ 為第幾象限角？　(A)一　(B)二　(C)三　(D)四

【隨堂講義補充題.】

解答 C

解析 $\because$ $(\sec\theta,\tan\theta)$ 在第二象限

$\Rightarrow$ $\sec\theta<0$，$\tan\theta>0$

而 $\sec\theta<0$

$\Rightarrow$ 表 $\cos\theta<0$，則 θ 可能為第二、三象限

$\tan\theta>0$ $\Rightarrow$ 表 θ 可能為第一、三象限

故 θ 在第三象限

(　　)13.若標準位置角 θ 終邊上有一點 $P(-2,y)$，且 $\tan\theta=\sqrt{3}$，則 $\sin\theta+\cos\theta=$　(A) $\frac{1-\sqrt{3}}{2}$　(B) $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$　(C) $\frac{-1+\sqrt{3}}{2}$　(D) $\frac{-1-\sqrt{3}}{2}$

【隨堂講義補充題.】

解答 D

解析 P 點坐標 $(-2,y)$ 表 θ 可能在第二、三象限

又 $\tan\theta=\sqrt{3}>0$，故 θ 在第三象限

$\because$ $\tan\theta=\sqrt{3}=\frac{y}{-2}$ $\Rightarrow$ $y=-2\sqrt{3}$，

$r=\sqrt{(-2)^2+(-2\sqrt{3})^2}=4$

則 $\sin\theta+\cos\theta=\frac{-2\sqrt{3}}{4}+\frac{-2}{4}=\frac{-1-\sqrt{3}}{2}$

(　　)14.設△ABC 之三邊長 $\overline{BC}=5$，$\overline{AC}=3$，$\overline{AB}=4$，若 $\angle A$ 的內角平分線與 $\overline{BC}$ 邊的交點為 D，則線段 $\overline{AD}$ 之長為　(A) $\frac{9\sqrt{2}}{7}$　(B) $\frac{10\sqrt{2}}{7}$　(C) $\frac{11\sqrt{2}}{7}$　(D) $\frac{12\sqrt{2}}{7}$

【龍騰自命題.】

解答 D

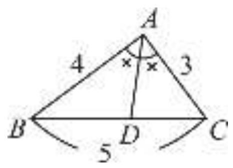
解析 $\because$ 三邊長為 3、4、5 $\therefore$ $\angle BAC=90^\circ$ $\Rightarrow$ $\angle BAD=\angle CAD=45^\circ$

利用△ABD 面積 ＋ △ACD 面積 ＝ △ABC 面積

$\Rightarrow$ $\frac{1}{2}\times4\times\overline{AD}\sin45^\circ+\frac{1}{2}\times3\times\overline{AD}\sin45^\circ=\frac{1}{2}\times4\times3\times\sin90^\circ$

$\Rightarrow$ $\sqrt{2}\,\overline{AD}+\frac{3}{4}\sqrt{2}\,\overline{AD}=6$

$\Rightarrow \quad \frac{7}{4}\sqrt{2}\ \overline{AD}=6 \quad \Rightarrow \quad \overline{AD}=\frac{12\sqrt{2}}{7}$



(　　　) 15.求 $\sin 90^\circ-\cos 180^\circ-\csc 270^\circ-\tan 0^\circ=$　(A)3　(B)2　(C)-1　(D)-2

【隨堂講義補充題.】

解答　A

解析　$\sin 90^\circ-\cos 180^\circ-\csc 270^\circ-\tan 0^\circ=1-(-1)-(-1)-0=3$

(　　　) 16.△ABC 中，$a=6$，$c=7$，$\angle B=60^\circ$，則 $\cos A=$　(A)$\frac{\sqrt{43}}{43}$　(B)$\frac{4\sqrt{43}}{43}$　(C)$\frac{7\sqrt{43}}{43}$　(D)$\frac{10\sqrt{43}}{43}$

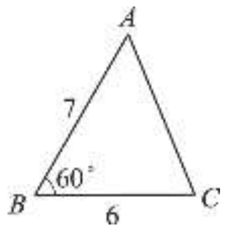
【龍騰自命題.】

解答　B

解析　$\overline{AC}^2=6^2+7^2-2\times 6\times 7\times\cos 60^\circ=36+49-42=43$

$\therefore \quad \overline{AC}=\sqrt{43}$

$\cos A=\frac{\overline{AC}^2+7^2-6^2}{2\times\overline{AC}\times 7}=\frac{43+49-36}{2\times\sqrt{43}\times 7}=\frac{4}{\sqrt{43}}=\frac{4\sqrt{43}}{43}$



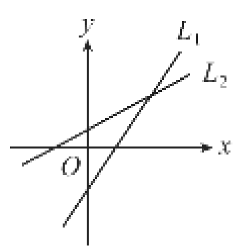
(　　　) 17.比較 $y=\sin x$ 與 $y=\cos x$ 的圖形，則下列敘述何者錯誤？　(A)$-1\le y\le 1$　(B)$y=\sin x$ 與 $y=\cos x$ 的週期相同　(C)將 $y=\cos x$ 的圖形平行右移 $\frac{\pi}{2}$ 即得 $y=\sin x$ 的圖形　(D)二者均過點(1,0)

【龍騰自命題.】

解答　D

解析　$y=\sin x$ 與 $y=\cos x$ 均不過點(1,0)

(　　　) 18.如圖，兩直線 L_1、L_2 之方程式分別為 $L_1:x+ay+b=0$、$L_2:x+cy+d=0$；試問下列哪個選項是正確的？



(A)$a>0$　(B)$b>0$　(C)$c>0$　(D)$d>0$

【龍騰自命題.】

解答　D

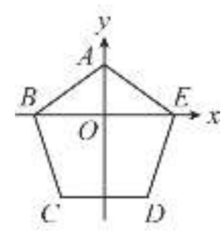
解析　直線 L_1 與 x、y 軸的交點為$(-b,0)$、$(0,-\frac{b}{a})$

直線 L_2 與 x、y 軸的交點為$(-d,0)$、$(0,-\frac{d}{c})$

由圖可知：$-b>0$、$-\frac{b}{a}<0$；$-d<0$、$-\frac{d}{c}>0$

因此 $a<0$、$b<0$、$c<0$、$d>0$

(　　　) 19.如下圖，設 $ABCDE$ 是坐標平面上的正五邊形，下列各線段中斜率最小者為何？



(A)$\overline{AB}$　(B)$\overline{BC}$　(C)$\overline{DE}$　(D)$\overline{AE}$

【龍騰自命題.】

解答　B

(　　　) 20.直線 L_1：$2x+y-2=0$、L_2：$x+ky+1=0$，若 L_1 與 L_2 之交角為 $\frac{\pi}{4}$，則 k 值為(A)$-\frac{1}{3}$或 3　(B)± 2　(C)± 3　(D)$\pm\frac{1}{2}$

【龍騰自命題.】

解答　A

解析　$m_{L_1}=-\frac{2}{1}=-2$，$m_{L_2}=-\frac{1}{k}$

$\therefore \quad \tan\frac{\pi}{4}=\frac{-2-(-\frac{1}{k})}{1+(-2)(-\frac{1}{k})} \Rightarrow 1=\frac{-2k+1}{k+2} \Rightarrow k=-\frac{1}{3}$

但除了 $\frac{\pi}{4}$ 為交角外，另一交角為 $\frac{3}{4}\pi$

$\therefore$

$\tan\frac{3}{4}\pi=\frac{-2-(-\frac{1}{k})}{1+(-2)(-\frac{1}{k})} \Rightarrow -1=\frac{-2k+1}{k+2} \Rightarrow k=3$

因此 $k=3$ 或 $-\frac{1}{3}$

(　　　) 21.$\cos(-1500^\circ)=$　(A)$-\frac{\sqrt{3}}{2}$　(B)$-\frac{1}{2}$　(C)$\frac{1}{2}$　(D)1

【龍騰自命題.】

解答　C

解析　$\cos(-1500^\circ)=\cos 1500^\circ=\cos(4\times 360^\circ+60^\circ)=\cos 60^\circ=\frac{1}{2}$

(　　　) 22.設 $A(2,-3)$、$B(4,-5)$、$C(1,3)$、$D(k,7)$，若 $\overrightarrow{AB}\,/\!/\,\overrightarrow{CD}$，則 $k=$　(A)3　(B)-3　(C)5　(D)-5

【課本練習題-自我評量.】

解答　B

解析　$\overrightarrow{AB}=(4-2,-5-(-3))=(2,-2)$

$\overrightarrow{CD}=(k-1,7-3)=(k-1,4)$

$\because \quad \overrightarrow{AB}\,/\!/\,\overrightarrow{CD}$

$\therefore \quad \frac{2}{k-1}=\frac{-2}{4} \quad \Rightarrow \quad -2k+2=8 \quad \Rightarrow \quad k=-3$

(　　)23.設平面二向量 $\overrightarrow{u}=(2\cos\theta,\sin\theta)$，$\overrightarrow{v}=(\sin\theta,2\cos\theta)$ 且

其內積 $\overrightarrow{u}\cdot\overrightarrow{v}=1$，若 $0\le\theta\le\frac{\pi}{2}$，則 θ 之值可能為何？

(A) $\frac{\pi}{12}$　(B) $\frac{\pi}{6}$　(C) $\frac{\pi}{4}$　(D) $\frac{\pi}{3}$

【103 年歷屆試題.】

解答 A

解析

$\overrightarrow{u}\cdot\overrightarrow{v}=(2\cos\theta,\sin\theta)\cdot(\sin\theta,2\cos\theta)$

$=2\cos\theta\sin\theta+\sin\theta\times2\cos\theta$

$=2\times\underline{2\sin\theta\cos\theta}=2\ \underline{\sin2\theta}$

$\because \quad \overrightarrow{u}\cdot\overrightarrow{v}=1 \qquad \therefore \quad 2\sin2\theta=1 \quad \Rightarrow \quad \sin2\theta=\frac{1}{2}$

又 $0\le\theta\le\frac{\pi}{2} \quad \overset{\times2}{\Rightarrow} \quad 0\le2\theta\le\pi$

而 $\sin\frac{\pi}{6}=\sin\frac{5}{6}\pi=\frac{1}{2}$

則 $2\theta=\frac{\pi}{6}$ 或 $\frac{5}{6}\pi \quad \Rightarrow \quad \theta=\frac{\pi}{12}$ 或 $\frac{5}{12}\pi$

故選(A)

(　　)24.在△ABC 中，若 $\angle B=60^\circ$，$a=6$，$c=9$，則 $b=$　(A) $3\sqrt{7}$

(B) $3\sqrt{10}$　(C) $\sqrt{65}$　(D) $\sqrt{101}$

【龍騰自命題.】

解答 A

(　　)25.△ABC 之三邊分別為 4、7、9，則其面積為　(A) $6\sqrt{7}$

(B) $3\sqrt{5}$　(C) $6\sqrt{5}$　(D) $\sqrt{5}$ 【課本練習題-自我評量.】

解答 C

解析 $s=\frac{a+b+c}{2}=\frac{4+7+9}{2}=10$

面積

$=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}=\sqrt{10(10-4)(10-7)(10-9)}=\sqrt{180}=6\sqrt{5}$