1006 數學第一冊複習 班級　　　姓名　　　　座號

一、單選題 (10 題 每題 4 分 共 40 分)

(　　) 1.若(a,b)在第二象限，則$(a-b,a^2b)$在哪一象限？ (A)一 (B)二 (C)三 (D)四

【龍騰自命題.】

解答　B

解析　(a,b)在第二象限　∴　$a<0$，$b>0$　$\Rightarrow$　$a-b<0$，$a^2b>0$，故$(a-b,a^2b)$在第二象限

(　　) 2.已知坐標平面上三點$A(3,4)$、$B(5,-2)$、$C(x,y)$共線，若B在線段$\overline{AC}$上，且$\overline{AB}=2\overline{BC}$，求$C$點到原點的距離為 (A)6 (B)5 (C)$\sqrt{61}$ (D)$\sqrt{65}$

【隨堂測驗.】

解答　C

解析　$\overline{AB}=2\overline{BC}$　$\Rightarrow$　$\overline{AB}:\overline{BC}=2:1$

2　:　1

$A(3,4)$　　$B(5,-2)$ $C(x,y)$

$$\Rightarrow \begin{cases}\dfrac{1\times3+2\times x}{2+1}=5\\[2mm] \dfrac{1\times4+2\times y}{2+1}=-2\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}3+2x=15\\ 4+2y=-6\end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases}x=6\\ y=-5\end{cases}$$

∴　$C(6,-5)$

C點到原點距離$=\overline{CO}=\sqrt{6^2+(-5)^2}=\sqrt{61}$

(　　) 3.設向量$\vec{a}=(3,4)$，向量$\vec{b}\,//\,\vec{a}$，且$\vec{a}\cdot\vec{b}=-50$，則$|2\vec{a}+3\vec{b}|=$ (A)20 (B)40 (C)60 (D)80

【102 年歷屆試題.】

解答　A

解析　∵　$\vec{a}$與$\vec{b}$互相平行且$\vec{a}\cdot\vec{b}=-50<0$

∴　$\vec{a}$與$\vec{b}$互為反向，即夾角為 180°

$|\vec{a}|=\sqrt{3^2+4^2}=5$

$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos180^\circ=5\times|\vec{b}|\times(-1)=-5|\vec{b}|=-50$

$\Rightarrow$　$|\vec{b}|=10$

$|2\vec{a}+3\vec{b}|^2=4|\vec{a}|^2+12\vec{a}\cdot\vec{b}+9|\vec{b}|^2=4\times5^2+12\times(-50)+9\times10^2=400$

故$|2\vec{a}+3\vec{b}|=\sqrt{400}=20$

〈另解〉

∵　$\vec{b}\,//\,\vec{a}$　∴　可設$\vec{b}=t\vec{a}$，其中t為實數

則$\vec{b}=t(3,4)=(3t,4t)$

$\vec{a}\cdot\vec{b}=(3,4)\cdot(3t,4t)=3\times3t+4\times4t=25t$

∵　$\vec{a}\cdot\vec{b}=-50$　∴　$25t=-50$　$\Rightarrow$　$t=-2$

則$\vec{b}=(3\times(-2),4\times(-2))=(-6,-8)$

而

$2\vec{a}+3\vec{b}=2(3,4)+3(-6,-8)=(6,8)+(-18,-24)=(-12,-16)$

故$|2\vec{a}+3\vec{b}|=\sqrt{(-12)^2+(-16)^2}=\sqrt{400}=20$

(　　) 4.兩平行線$2x-3y=3$與$-4x+6y=7$的距離為 (A)$\dfrac{\sqrt{13}}{2}$ (B)$\dfrac{\sqrt{13}}{3}$ (C)$2\sqrt{13}$ (D)$3\sqrt{13}$

【龍騰自命題.】

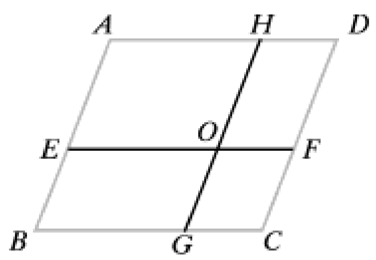
解答　A

解析　設$L_1{:}\,2x-3y=3$　$\Rightarrow$　$4x-6y=6$

$L_2{:}\,-4x+6y=7$　$\Rightarrow$　$4x-6y=-7$

∴　$d(L_1,L_2)=\dfrac{|6-(-7)|}{\sqrt{4^2+(-6)^2}}=\dfrac{13}{\sqrt{52}}=\dfrac{13}{2\sqrt{13}}=\dfrac{\sqrt{13}}{2}$

(　　) 5.$ABCD$為平行四邊形，如圖，



$\overline{EF}\,//\,\overline{BC}$，$\overline{GH}\,//\,\overline{AB}$，下列何者<u>不為真</u>？

(A)$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ (B)$\overrightarrow{FD}=-\overrightarrow{AE}$ (C)$\overrightarrow{EA}=\overrightarrow{EB}$ (D)$\overrightarrow{CF}=-\overrightarrow{OG}$ (E)$\overrightarrow{HD}=\overrightarrow{GC}$

【課本練習題-自我評量.】

解答　C

解析　∵　$\overrightarrow{EA}$與$\overrightarrow{EB}$方向不同　∴　$\overrightarrow{EA}$與$\overrightarrow{EB}$不可能相等

(　　) 6.已知單位向量$\vec{a}$與單位向量$\vec{b}$的夾角為$\dfrac{\pi}{3}$且$\vec{a}+3\vec{b}$與$m\vec{a}+\vec{b}$互相垂直，則m的值等於 (A)$-\dfrac{7}{5}$ (B)$\dfrac{7}{5}$ (C)1 (D)$-\dfrac{5}{3}$

【龍騰自命題.】

解答　A

解析 $\vec{a}\cdot\vec{b}=1\cdot 1\cdot\cos\frac{\pi}{3}=\frac{1}{2}$

$(\vec{a}+3\vec{b})\cdot(m\vec{a}+\vec{b})=0 \quad \Rightarrow$

$m|\vec{a}|^2+(1+3m)\vec{a}\cdot\vec{b}+3|\vec{b}|^2=0$

$\Rightarrow \quad m+(1+3m)\frac{1}{2}+3=0 \quad \Rightarrow \quad m=-\frac{7}{5}$

(　　　)7.△ABC 中，$a=\sqrt{21}$，$b=4$，$c=5$，則 $\sin A=$　(A)$\frac{\sqrt{3}}{2}$

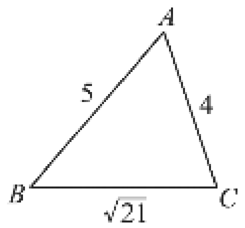
(B)$\frac{\sqrt{2}}{2}$　(C)$\frac{1}{2}$　(D)$-\frac{1}{2}$

【龍騰自命題.】

解答 A

解析 $\cos A=\frac{4^2+5^2-(\sqrt{21})^2}{2\times 4\times 5}=\frac{1}{2}$　　$\therefore \quad \angle A=60°$

故 $\sin A=\frac{\sqrt{3}}{2}$



(　　　)8.在△ABC 中，若 $\angle B=60°$，$a=6$，$c=9$，則 $b=$　(A)$3\sqrt{7}$

(B)$3\sqrt{10}$　(C)$\sqrt{65}$　(D)$\sqrt{101}$

【龍騰自命題.】

解答 A

(　　　) 9.直線 L 的 x 截距為 -1，y 截距為 2，則 L 的方程式為

(A)$x+2y+1=0$　(B)$2x+y+2=0$　(C)$x-2y-1=0$

(D)$2x-y+2=0$

【龍騰自命題.】

解答 D

(　　　) 10.設 α 為第二象限角，β 為第一象限角，且 $\sin\alpha=\frac{8}{17}$，

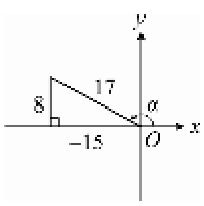
$\cos\beta=\frac{5}{13}$，則 $\sin(\alpha-\beta)=$　(A)$\frac{220}{221}$　(B)$\frac{21}{221}$

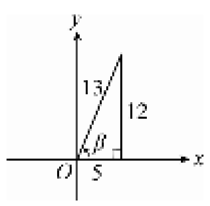
(C)$-\frac{140}{221}$　(D)$-\frac{171}{221}$

【隨堂講義補充題.】

解答 A

解析





$\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$

$=\frac{8}{17}\times\frac{5}{13}-\left(\frac{-15}{17}\right)\times\frac{12}{13}=\frac{220}{221}$

二、填充題 (8 格 每格 4 分 共 32 分)

1.若 α 在第四象限，β 在第二象限，且已知 $\cos\alpha=\frac{3}{5}$，$\sin\beta=\frac{5}{13}$，

則 $\tan(\alpha+\beta)=$____________。

【龍騰自命題】

解答 $-\frac{63}{16}$

解析 $\because$　α 為第四象限角，β 為第二象限角且 $\cos\alpha=\frac{3}{5}$，

$\sin\beta=\frac{5}{13}$

$\therefore$　$\tan\alpha=-\frac{4}{3}$，$\tan\beta=-\frac{5}{12}$

故 $\tan(\alpha+\beta)=\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}=\frac{(-\frac{4}{3})+(-\frac{5}{12})}{1-(-\frac{4}{3})(-\frac{5}{12})}=-\frac{63}{16}$

2.已知 θ 為銳角，若 $\sin\theta+\cos\theta=\sqrt{2}$，則

(1)$\tan\theta+\cot\theta=$____________

(2)$\sin^3\theta+\cos^3\theta=$____________

(3)$\sin\theta-\cos\theta=$____________。

【龍騰自命題】

解答 (1)2;(2)$\frac{\sqrt{2}}{2}$;(3)0

解析

(1)

$(\sin\theta+\cos\theta)^2=1+2\sin\theta\cos\theta \quad \Rightarrow \quad (\sqrt{2})^2=1+2\sin\theta\cos\theta$

$\Rightarrow \quad 1=2\sin\theta\cos\theta \quad \Rightarrow \quad \sin\theta\cos\theta=\frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad \tan\theta+\cot\theta=$ — si

(2)$\sin^3\theta+\cos^3\theta=(\sin\theta+\cos\theta)(\sin^2\theta-\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta)$

$=\sqrt{2}\times(1-\frac{1}{2})$ ($\because$　$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$) $=\sqrt{2}\times\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

(3)

$(\sin\theta-\cos\theta)^2=(\sin\theta+\cos\theta)^2-4\sin\theta\cos\theta=(\sqrt{2})^2-4\times\frac{1}{2}=2$

$\therefore$　$\sin\theta-\cos\theta=0$

3.設二點 $A(-1,2)$、$B(2,5)$，且 $\overline{AP}:\overline{BP}=3:2$

(1)若 P 點在 $\overline{AB}$ 上，則 P 點坐標為____________，

(2)若 P 點在 $\overline{AB}$ 的延長線上，則 P 點坐標為____________。

【隨堂講義-綜合練習】

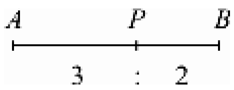
解答 (1) $\left(\dfrac{4}{5},\dfrac{19}{5}\right)$;(2) $(8,11)$

解析 (1)如圖，設 P 點坐標為 (x,y) $\because$ $\left|\overrightarrow{AP}\right|=\dfrac{3}{5}\left|\overrightarrow{AB}\right|$

且 $\overrightarrow{AP}$ 和 $\overrightarrow{AB}$ 同向 $\therefore$ $\overrightarrow{AP}=\dfrac{3}{5}\overrightarrow{AB}$

$\Rightarrow$ $(x+1,y-2)=\dfrac{3}{5}(3,3)=\left(\dfrac{9}{5},\dfrac{9}{5}\right)$

$\Rightarrow$ $\begin{cases} x+1=\dfrac{9}{5} \\ y-2=\dfrac{9}{5} \end{cases}$ $\Rightarrow$ $(x,y)=\left(\dfrac{4}{5},\dfrac{19}{5}\right)$



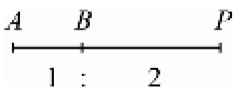
(2)如圖，設 $P(x,y)$

$\because$ $\left|\overrightarrow{AP}\right|=3\left|\overrightarrow{AB}\right|$ 且 $\overrightarrow{AP}$ 和 $\overrightarrow{AB}$ 同向 $\therefore$

$\overrightarrow{AP}=3\overrightarrow{AB}$

$\Rightarrow$ $(x+1,y-2)=3(3,3)=(9,9)$

$\Rightarrow$ $\begin{cases} x+1=9 \\ y-2=9 \end{cases}$ $\Rightarrow$ $(x,y)=(8,11)$



4. $(1+2\sin\dfrac{\pi}{6}+\sin\dfrac{\pi}{4})(1-\cos\dfrac{\pi}{4}+2\cos\dfrac{\pi}{3})=$ ________。

【龍騰自命題】

解答 $\dfrac{7}{2}$

解析 原式

$$=(1+2\times\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2})\times(1-\frac{\sqrt{2}}{2}+2\times\frac{1}{2})=(2+\frac{\sqrt{2}}{2})\times(2-\frac{\sqrt{2}}{2})=4-\frac{1}{2}=\frac{7}{2}$$

5.通過點 $(-2,5)$，且與直線 $x-2y+1=0$ 垂直之直線方程式為 ________。

【隨堂測驗】

解答 $2x+y-1=0$

解析 設所求為 $2x+y+k=0$

過 $(-2,5)$ $\Rightarrow$ $-4+5+k=0$ $\Rightarrow$ $k=-1$

$\therefore$ 所求為 $2x+y-1=0$

三、計算題 (7 小題 每小題 4 分 共 28 分)

1.化簡

$$\frac{\cos(180^\circ-\theta)\cos(-\theta)}{\sin(90^\circ+\theta)}\times\frac{\sin(270^\circ+\theta)\sin(450^\circ+\theta)}{\cos(360^\circ-\theta)}+\cos(90^\circ-\theta)\times\sin(180^\circ-\theta)$$

。

【隨堂測驗】

解答 1

解析 原式

$$=(\frac{-\cos\theta\times\cos\theta}{\cos\theta})\times(\frac{-\cos\theta\times\cos\theta}{\cos\theta})+(\sin\theta)\times(\sin\theta)$$

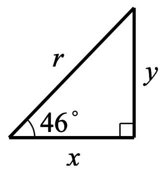
$$=\cos^2\theta+\sin^2\theta=1$$

2.設 $a=\sin 46^\circ$，$b=\cos 46^\circ$，$c=\tan 46^\circ$，比較其大小。

【隨堂測驗】

解答 $c>a>b$

解析



$x<y<r$

$a-b=\sin 46^\circ-\cos 46^\circ=\dfrac{y}{r}-\dfrac{x}{r}=\dfrac{y-x}{r}>0$

$\Rightarrow$ $1>a>b$ ……①

又 $c=\tan 46^\circ=\dfrac{y}{x}$ $\Rightarrow$ $c>1$ ……②

由①、②知 $c>a>b$

3.設 $A(2,3)$、$B(7,-9)$、$C(0,6)$、$D(-4,-3)$，求

(1) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}$ (2) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}$

【課本練習題-隨堂練習】

解答 (1)$(1,-21)$;(2)$(-6,-6)$

解析

(1)

$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=(5,-12)+(-4,-9)=(5-4,-12-9)=(1,-21)$

(2) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AD}=(-4-2,-3-3)=(-6,-6)$

4.試利用 $\dfrac{1}{2}\pi\pm\theta$ 或 $\dfrac{3}{2}\pi\pm\theta$，求下列三角函數值：

(1)$\cos 135^\circ$ (2)$\sin 210^\circ$

【基礎練習（仿課本例題）】

解答 (1)$-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$;(2)$-\dfrac{1}{2}$

解析 利用 $\dfrac{1}{2}\pi\pm\theta$ 或 $\dfrac{3}{2}\pi\pm\theta$ 時，要注意何時改變三角函數

(1)因為 135° 在第二象限，所以利用 $90^\circ+\theta$

$\cos 135° = \cos(90° + 45°) = -\sin 45°$（此時才需改變三角函數，同時加負號）

$$= -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

135°為第二象限角，「負號」由題目 cos 決定，而非由 sin 決定

(2)因為 210°在第三象限，所以利用 $270° - \theta$

$\sin 210° = \sin(270° - 60°)$

$= -\cos 60°$（此時才需改變三角函數，且同時加負號）

$$= -\frac{1}{2}$$

210°為第三象限角，「負號」由題目 sin 決定，而非由 cos 決定

5.試求 $5\sin x + 12\cos x$ 的最大值與最小值。

（提示：設 $\overrightarrow{u} = (\sin x, \cos x)$，試著寫出另一向量 $\overrightarrow{v}$，利用內積）

【高手挑戰（105 新命題）】

解答 最大值為 13，最小值為 -13

解析 令 $\overrightarrow{u} = (\sin x, \cos x)$，$\overrightarrow{v} = (5,12)$

$(5\sin x + 12\cos x)^2 \le (\sin^2 x + \cos^2 x) \times (25 + 144)$

$\Rightarrow\ -13 \le 5\sin x + 12\cos x \le 13$

$\therefore\ Max = 13$，$Min = -13$