1005 數學第一冊 班級　　姓名　　　　座號

一、單選題 (15 題 每題 4 分 共 60 分)

(　　) 1.設兩向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 的夾角為 θ，且 $|\vec{a}|=|\vec{b}|$，

$|\vec{a}+\vec{b}|=4$，$|\vec{a}-\vec{b}|=3$，則 $\cos\theta=$ (A)$\frac{7}{25}$

(B)$\frac{5}{13}$ (C)$\frac{3}{5}$ (D)$\frac{4}{5}$

【092 年歷屆試題.】

解答 A

解析 $\because$ $|\vec{a}+\vec{b}|^2=|\vec{a}|^2+|\vec{b}|^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}=16\cdots$①

又 $|\vec{a}-\vec{b}|^2=|\vec{a}|^2+|\vec{b}|^2-2\vec{a}\cdot\vec{b}=9\cdots$②

由①+②得 $2(|\vec{a}|^2+|\vec{b}|^2)=25$

已知 $|\vec{a}|=|\vec{b}|$ $\Rightarrow$ $4|\vec{a}|^2=25$ $\Rightarrow$ $|\vec{a}|^2=\frac{25}{4}$

由①−②得 $4\vec{a}\cdot\vec{b}=7$ $\Rightarrow$ $\vec{a}\cdot\vec{b}=\frac{7}{4}$

$\therefore$ $\cos\theta=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|^2}$ ($\because$ $|\vec{a}|=|\vec{b}|$)

$=\frac{\frac{7}{4}}{\frac{25}{4}}=\frac{7}{25}$

(　　) 2.設直線 L 的斜率為 2 且在 x 軸之截距為 3，請問下列哪一點在直線 L 上？ (A)(5,5) (B)(6,6) (C)(7,7) (D)(8,8)

【095 年歷屆試題.】

解答 B

解析 $\because$ 直線 L 之 x 截距為 3 $\Rightarrow$ L 過點(3,0)

又 L 的斜率 $m=2$

由點斜式知直線 L 方程式為 $y-0=2(x-3)$ 即 $2x-y-6=0$

又(6,6)滿足方程式 $2x-y-6=0$ $\therefore$ 點(6,6)在直線 L 上

(　　) 3.設 a 為實數，且直線 $(3a-1)x-2y=a+1$ 沒有通過第一象限，則 a 的可能範圍為何？ (A)$a<-1$

(B)$-1\le a\le\frac{1}{3}$ (C)$\frac{1}{3}<a<1$ (D)$a\ge 1$

【096 年歷屆試題.】

解答 B

解析 $(3a-1)x-2y=a+1$ $\Rightarrow$ $y=\frac{3a-1}{2}x-\frac{a+1}{2}$

即直線的 y 截距為 $-\frac{a+1}{2}$，斜率 $m=\frac{3a-1}{2}$

$\because$ 直線沒有通過第一象限

$\Rightarrow$ y 截距 ≤ 0 且斜率 $m\le 0$ $\Rightarrow$ $-\frac{a+1}{2}\le 0$ 且 $\frac{3a-1}{2}\le 0$

$\Rightarrow$ $a\ge -1$ 且 $a\le\frac{1}{3}$

$\therefore$ a 的可能範圍為 $-1\le a\le\frac{1}{3}$

(　　) 4.設 $A-P-B$ 且 $\overline{AP}:\overline{PB}=2:3$，$O$、$A$、$B$ 為△的三頂點，若 $\overrightarrow{OP}=x\overrightarrow{OA}+y\overrightarrow{OB}$，則 $x+y=$ (A)$\frac{2}{5}$ (B)1

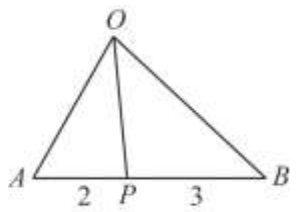
(C)$\frac{3}{5}$ (D)$\frac{6}{5}$

【龍騰自命題.】

解答 B

解析 $\overrightarrow{OP}=\frac{3}{2+3}\overrightarrow{OA}+\frac{2}{2+3}\overrightarrow{OB}=\frac{3}{5}\overrightarrow{OA}+\frac{2}{5}\overrightarrow{OB}$

$\therefore$ $x=\frac{3}{5}$，$y=\frac{2}{5}$ $x+y=\frac{3}{5}+\frac{2}{5}=1$



(　　) 5.化簡 $\sin100°\sin(-160°)+\cos200°\cos(-280°)$得

(A)$\frac{\sqrt{3}}{2}$ (B)$-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (C)$\frac{1}{2}$ (D)$-\frac{1}{2}$

【龍騰自命題.】

解答 D

解析 $\sin100°\sin(-160°)+\cos200°\cos(-280°)=$

$\sin100°\sin200°+\cos200°\cos80°$

$=\sin80°(-\sin20°)+(-\cos20°)\cos80°=-(\sin80°\sin20°+\cos20°\cos80°)$

$=-\cos(80°-20°)=-\cos60°=-\frac{1}{2}$

(　　) 6.△ABC 中，$\angle B=105°$，$\angle C=60°$，$a=\sqrt{3}-1$，下列何者為真？ (A)$c=\sqrt{3}$ (B)$c=2\sqrt{2}$

(C)$b=\sqrt{2}+1$ (D)$b=\sqrt{3}+1$

【隨堂講義補充題.】

解答 D

解析 $\because$ 已知二角與一邊利用正弦定理

$\angle A=180°-105°-60°=15°$

$\frac{\sqrt{3}-1}{\sin15°}=\frac{b}{\sin105°}=\frac{c}{\sin60°}$ ($\sin15°=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$，

$\sin 105° = \dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$)

$\therefore\ b = \dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4} \times \dfrac{\sqrt{3}-1}{\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}} = \sqrt{3}+1$

$c = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times \dfrac{4\left(\sqrt{3}-1\right)}{\sqrt{6}-\sqrt{2}} = \sqrt{6}$

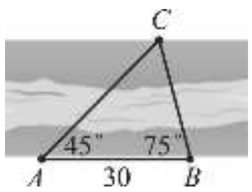
(　　　)7.求 $\dfrac{\sin 120° \times \cot 210°}{\tan 315° + \cos 240°} =$ 　(A)1　(B)-1　(C)3　(D)-3

【隨堂講義補充題.】

解答　B

解析　$\dfrac{\sin 120° \times \cot 210°}{\tan 315° + \cos 240°} = \dfrac{\frac{\sqrt{3}}{2} \times \sqrt{3}}{-1+\left(-\frac{1}{2}\right)} = \dfrac{\frac{3}{2}}{-\frac{3}{2}} = -1$

(　　　)8.如圖，河的一邊有 A、B 兩點，且 $\overline{AB} = 30$ 公尺，河的另一邊有一點 C，測得 $\angle BAC = 45°$，$\angle ABC = 75°$，則 $\overline{BC} =$



(A)$15\sqrt{2}+5\sqrt{6}$ 公尺　(B)$10\sqrt{2}$ 公尺　(C)$10\sqrt{6}$ 公尺　(D)$10\sqrt{3}$ 公尺

【課本練習題-自我評量.】

解答　C

解析　$\angle C = 180° - 45° - 75° = 60°$

由正弦定理：

$\dfrac{c}{\sin C} = \dfrac{a}{\sin A} \Rightarrow \dfrac{30}{\sin 60°} = \dfrac{a}{\sin 45°}$

$\Rightarrow \dfrac{30}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \dfrac{a}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \Rightarrow a = 10\sqrt{6}$

$\therefore\ \overline{BC} = a = 10\sqrt{6}$（公尺）

(　　　)9.比較 $y = \sin x$ 與 $y = \cos x$ 的圖形，則下列敘述何者錯誤？　(A)$-1 \le y \le 1$　(B)$y = \sin x$ 與 $y = \cos x$ 的週期相同　(C)將 $y = \cos x$ 的圖形平行右移 $\dfrac{\pi}{2}$ 即得 $y = \sin x$ 的圖形　(D)二者均過點(1,0)

【龍騰自命題.】

解答　D

解析　$y = \sin x$ 與 $y = \cos x$ 均不過點(1,0)

(　　　)10.若 θ 為第二象限角且 $\sin\theta = \dfrac{4}{5}$，則 $\sin 2\theta$ 的值為

(A)$\dfrac{24}{25}$　(B)$-\dfrac{24}{25}$　(C)$-\dfrac{4}{5}$　(D)$\dfrac{8}{5}$

【龍騰自命題.】

解答　B

解析　$\sin\theta = \dfrac{4}{5} \Rightarrow \cos\theta = -\sqrt{1-\left(\frac{4}{5}\right)^2} = -\dfrac{3}{5}$（$\because$ θ 為第二象限角）

$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta = 2 \times \dfrac{4}{5} \times \left(-\dfrac{3}{5}\right) = -\dfrac{24}{25}$

(　　　)11.設 $\overrightarrow{a} = (-4,5)$，$\overrightarrow{b} = (1,2)$，則 $2\overrightarrow{a} - 3\overrightarrow{b} =$ 　(A)18　(B)-20　(C)$(-11,4)$　(D)$(-5,4)$

【龍騰自命題.】

解答　C

(　　　)12.$\tan(-495°) =$ 　(A)$-\sqrt{3}$　(B)$-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　(C)-1　(D)1

【龍騰自命題.】

解答　D

(　　　)13.設 $A(2,4)$、$B(2,-9)$，則 $\overline{AB}$ 的斜率為　(A)-13　(B)0　(C)1　(D)不存在

【龍騰自命題.】

解答　D

(　　　)14.若 $ax + by = 2$ 與 $5x - 4y + 1 = 0$ 表示同一直線，則 $a + b =$ 　(A)-2　(B)2　(C)10　(D)18

【龍騰自命題.】

解答　A

解析　$\dfrac{a}{5} = \dfrac{b}{-4} = \dfrac{-2}{1} \Rightarrow a = -10$、$b = 8$　故 $a + b = -2$

(　　　)15.$\triangle ABC$ 中，$c = \sqrt{3}+1$，$b = 2$，$\angle A = 60°$，則 $\angle B =$

(A)$\dfrac{\pi}{6}$　(B)$\dfrac{\pi}{4}$　(C)$\dfrac{\pi}{3}$　(D)$\dfrac{2\pi}{3}$

【課本練習題-自我評量.】

解答　B

解析　由餘弦定理：$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A = 6 \Rightarrow a = \sqrt{6}$

再由正弦定理：$\dfrac{a}{\sin A} = \dfrac{b}{\sin B} \Rightarrow \angle B = 45° = \dfrac{\pi}{4}$

二、填充題 (8 格　每格 4 分　共 32 分)

1.設二次函數 $f(x)$ 在 $x = -1$ 時有最小值 2，且 $f(0) = 3$，則 $f(x) =$ ＿＿＿＿＿＿＿＿。

【隨堂測驗】

解答　$x^2 + 2x + 3$

解析　設二次函數 $f(x) = a(x+1)^2 + 2$

（$\because$ $f(x)$ 有最小值　$\therefore$ 圖形開口向上，$a > 0$）

又 $f(0) = 3$

$\Rightarrow a(0+1)^2 + 2 = 3 \Rightarrow a = 1$

$\therefore\ f(x) = 1 \times (x+1)^2 + 2 = x^2 + 2x + 3$

2.設 $3\sin^2 x - 8\sin x - 3 = 0$，則 $\sin x =$ ＿＿＿＿＿＿＿＿。

【龍騰自命題】

解答 $-\dfrac{1}{3}$

解析 $3\sin^2 x-8\sin x-3=0 \Rightarrow (3\sin x+1)(\sin x-3)=0$

$\Rightarrow \sin x=-\dfrac{1}{3}$ 或 $\sin x=3$（不合）

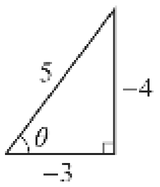
3.已知 $\tan\theta=\dfrac{4}{3}$，$\pi<\theta<\dfrac{3}{2}\pi$，則 $\sin 2\theta=$____________。

【龍騰自命題】

解答 $\dfrac{24}{25}$

解析 $\tan\theta=\dfrac{4}{3}$，$\theta\in$ Ⅲ $\Rightarrow \sin\theta=-\dfrac{4}{5}$，$\cos\theta=-\dfrac{3}{5}$

$\therefore \sin 2\theta=2\sin\theta\cos\theta=2\times(-\dfrac{4}{5})\times(-\dfrac{3}{5})=\dfrac{24}{25}$



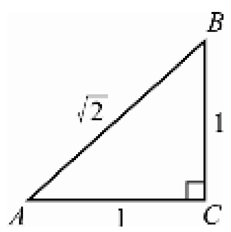
4.△ABC 中，$\angle C=90°$，$\cot A=1$，則 $\sin A+\cos A=$____________。

【隨堂測驗】

解答 $\sqrt{2}$

解析 $\because \sin A=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，$\cos A=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$\therefore \sin A+\cos A=\dfrac{\sqrt{2}}{2}+\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$



5.△ABC 中，三邊長分別為 $a=3$，$b=5$，$c=6$，則

(1)△ABC 面積 $=$____________

(2)△ABC 的內切圓半徑 $=$____________

(3)$\sec B=$____________

(4)△ABC 的外接圓半徑 $=$____________。

【龍騰自命題】

解答 (1) $2\sqrt{14}$；(2) $\dfrac{2\sqrt{14}}{7}$；(3) $\dfrac{9}{5}$；(4) $\dfrac{45\sqrt{14}}{56}$

解析 (1) $s=\dfrac{1}{2}(3+5+6)=7$

$\triangle=\sqrt{7(7-3)(7-5)(7-6)}=\sqrt{7\times4\times2\times1}=2\sqrt{14}$

(2) $\triangle=rs \Rightarrow r=\dfrac{\triangle}{s}=\dfrac{2\sqrt{14}}{7}$

(3) $\cos B=\dfrac{c^2+a^2-b^2}{2ca}=\dfrac{6^2+3^2-5^2}{2\times6\times3}=\dfrac{5}{9}$ $\therefore$

$\sec B=\dfrac{9}{5}$

(4) $\triangle=\dfrac{abc}{4R}$，$R=\dfrac{abc}{4\triangle}=\dfrac{3\times5\times6}{4\times2\sqrt{14}}=\dfrac{45}{4\sqrt{14}}=\dfrac{45\sqrt{14}}{56}$

三、計算題 (2 小題 每小題 4 分 共 8 分)

1.求 $\dfrac{1}{1+\sin\theta}+\dfrac{2}{1+\cos\theta}+\dfrac{2}{1+\sec\theta}+\dfrac{1}{1+\csc\theta}$ 之值。

【隨堂講義-進階題-老師講解】

解答 3

解析 原式 $=\dfrac{1}{1+\sin\theta}+\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{\sin\theta}}+\dfrac{2}{1+\cos\theta}+\dfrac{2}{1+\dfrac{1}{\cos\theta}}$

$=\left(\dfrac{1}{1+\sin\theta}+\dfrac{\sin\theta}{1+\sin\theta}\right)+2\left(\dfrac{1}{1+\cos\theta}+\dfrac{\cos\theta}{1+\cos\theta}\right)$

$=\left(\dfrac{1+\sin\theta}{1+\sin\theta}\right)+2\left(\dfrac{1+\cos\theta}{1+\cos\theta}\right)=1+2=3$

2.設 $\cot\theta=\dfrac{3}{4}$，且 $\sin\theta<0$，求 $\cos\theta$ 及 $\csc\theta$ 之值。

【隨堂講義-基本練習題-老師講解】

解答 $\cos\theta=-\dfrac{3}{5}$，$\csc\theta=-\dfrac{5}{4}$

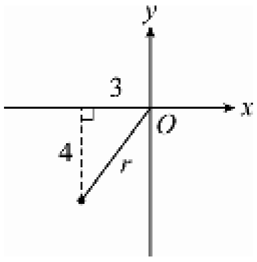
解析 $\cot\theta>0$，$\sin\theta<0$

則 θ 為第三象限角

而 $\cot\theta=\dfrac{3}{4}=\dfrac{-3}{-4}=\dfrac{x}{y}$

斜邊 $r=\sqrt{(-3)^2+(-4)^2}=5$

故 $\cos\theta=\dfrac{-3}{5}=-\dfrac{3}{5}$，$\csc\theta=\dfrac{1}{\sin\theta}=\dfrac{1}{\dfrac{-4}{5}}=-\dfrac{5}{4}$



y
3
x
O
4
r