1004　數學第一冊 班級　　　姓名　　　座號

一、單選題 (10 題 每題 5 分 共 50 分)

(　　)1.直角坐標平面上 $(0,-4)$ 落在　(A)第二象限　(B)第三象限　(C) x 軸上　(D) y 軸上

【隨堂講義補充題.】

解答　D

解析　$(0,-4)$：為 $(0,-)$，故在 y 軸上

(　　)2.$\triangle ABC$ 中，$\overrightarrow{AB}=(x,-2)$，$\overrightarrow{AC}=(-2,4)$，$\overrightarrow{CB}=(3,y)$，試求 $x+y$ 之值為　(A)4　(B)2　(C)−3　(D)−5

【隨堂講義補充題.】

解答　D

解析　$\because$ $\triangle ABC$ 中，$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{AA}=\overrightarrow{0}$

$\Rightarrow$ $\overrightarrow{AB}+\left(-\overrightarrow{CB}\right)+\left(-\overrightarrow{AC}\right)=\overrightarrow{0}$

$\Rightarrow$ $(x,-2)-(3,y)-(-2,4)=(0,0)$

$\Rightarrow$ $\begin{cases} x-3+2=0 \\ -2-y-4=0 \end{cases}$　得 $x=1$，$y=-6$

故 $x+y=1+(-6)=-5$

(　　)3.α、β 均為銳角，且 $\sin\alpha=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$，$\sin\beta=\dfrac{\sqrt{10}}{10}$，則 $\alpha+\beta=$　(A)45°　(B)60°　(C)75°　(D)105°

【龍騰自命題.】

解答　A

解析　$\because$ α、β 均為銳角，且 $\sin\alpha=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$，$\sin\beta=\dfrac{\sqrt{10}}{10}$

$\therefore$ $\cos\alpha=\dfrac{\sqrt{20}}{5}=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$，$\cos\beta=\dfrac{\sqrt{90}}{10}=\dfrac{3\sqrt{10}}{10}$

由和角公式得 $\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$

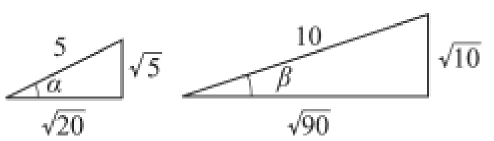
$$=\frac{\sqrt{5}}{5}\times\frac{3\sqrt{10}}{10}+\frac{2\sqrt{5}}{5}\times\frac{\sqrt{10}}{10}=\frac{5\sqrt{50}}{50}=\frac{\sqrt{2}}{2}>0$$

$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$

$$=\frac{2\sqrt{5}}{5}\times\frac{3\sqrt{10}}{10}-\frac{\sqrt{5}}{5}\times\frac{\sqrt{10}}{10}=\frac{5\sqrt{50}}{50}=\frac{\sqrt{2}}{2}>0$$

$\because$ $\sin(\alpha+\beta)>0$，$\cos(\alpha+\beta)>0$　$\therefore$ $0°<\alpha+\beta<90°$，又 $\sin(\alpha+\beta)=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$\therefore$ $\alpha+\beta=45°$



(　　)4.求 $\tan25°\tan20°+\tan20°+\tan25°=$　(A)0　(B)2　(C)1　(D) $\sqrt{3}$

【龍騰自命題.】

解答　C

(　　)5.設 $45°<\theta<90°$，則點 $P(\cos\theta-\tan\theta,\cos^2\theta-1)$ 在坐標平面上哪一個象限？　(A)一　(B)二　(C)三　(D)四

【龍騰自命題.】

解答　C

解析　$\because$ $45°<\theta<90°$

$\Rightarrow$ $\tan\theta>\tan45°=1>\cos\theta$　$\therefore$ $\cos\theta-\tan\theta<0$

又 $-1<\cos\theta<1$

$\Rightarrow$ $\cos^2\theta<1$　$\therefore$ $\cos^2\theta-1<0$，故點 P 在第三象限

(　　)6.設 $\overrightarrow{a}$，$\overrightarrow{b}$ 為平面上的二向量，$|\overrightarrow{a}|=3$，$|\overrightarrow{b}|=2$，若 $\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=-3\sqrt{3}$，$\overrightarrow{a}$ 與 $\overrightarrow{b}$ 的夾角為 θ，則 $\sin\theta=$　(A) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　(B) $\dfrac{1}{2}$　(C) $-\dfrac{1}{2}$　(D) $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

【龍騰自命題.】

解答　B

解析　$\because$ $\cos\theta=\dfrac{\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}}{|\overrightarrow{a}||\overrightarrow{b}|}=\dfrac{-3\sqrt{3}}{3\times2}=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore$ $\sin\theta=\dfrac{\sqrt{2^2-(\sqrt{3})^2}}{2}=\dfrac{1}{2}$　($\because$ $0°\le\theta\le180°$

$\therefore$ $\sin\theta\ge0$)

(　　)7.設 $a=\sin50°$、$b=\cos50°$、$c=\tan50°$、$d=\sec50°$，則 a、b、c、d 的大小順序為　(A) $d>c>b>a$　(B) $d>c>a>b$　(C) $c>d>b>a$　(D) $c>d>a>b$

【龍騰自命題.】

解答　B

解析　如圖，$r>p>q$

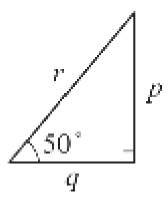
$a=\sin50°=\dfrac{p}{r}$，$b=\cos50°=\dfrac{q}{r}$

$\because$ $p>q$　$\therefore$ $1>a>b\cdots①$

$c=\tan50°=\dfrac{p}{q}$，$d=\sec50°=\dfrac{r}{q}$

$\because$ $r>p$　$\therefore$ $d>c>1\cdots②$

由①②可得 $d>c>a>b$



(　　)8.$\triangle ABC$ 中，三邊長為 4、5、6，若最大內角為 θ，則 $\cos\theta=$　(A) $\dfrac{1}{5}$　(B) $\dfrac{1}{6}$　(C) $\dfrac{1}{7}$　(D) $\dfrac{1}{8}$

【龍騰自命題.】

解答　D

(　　)9.若 $\triangle ABC$ 外接圓的半徑為 10，且 $\angle B=120°$，則 $\overline{AC}=$

(A)$\frac{10\sqrt{3}}{3}$　(B)10　(C)$10\sqrt{3}$　(D)15

【龍騰自命題.】

解答　C

(　　)10.在$\triangle ABC$中，若$\angle A:\angle B:\angle C=1:2:3$，則$a:b:c=$　(A)$1:\sqrt{3}:2$　(B)$1:2:\sqrt{3}$　(C)$1:2:3$　(D)$\sqrt{3}:1:2$

【龍騰自命題.】

解答　A

二、填充題 (5 題 每題 5 分 共 25 分)

1.$\triangle ABC$中，a、b、c為三邊長，已知$a-2b+c=0$，$3a+b-2c=0$，則$\frac{\sin A}{\sin B+\sin C}=$__________。

【龍騰自命題】

解答　$\frac{1}{4}$

解析　$\begin{cases} a-2b+c=0\cdots① \\ 3a+b-2c=0\cdots② \end{cases}$　①×2＋②　$5a-3b=0$

$\Rightarrow\ b=\frac{5}{3}a$　代入①　$c=\frac{7}{3}a$

則$\sin A:\sin B:\sin C=a:b:c=3:5:7$

令$\sin A=3k$，$\sin B=5k$，$\sin C=7k$，$k\neq 0$　則

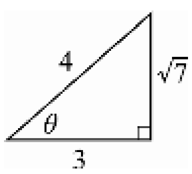
$\frac{\sin A}{\sin B+\sin C}=\frac{3k}{5k+7k}=\frac{1}{4}$

2.設θ為銳角，若其餘弦函數值為0.75，則其正弦函數值為__________。

【隨堂講義-綜合練習】

解答　$\frac{\sqrt{7}}{4}$

解析　$\cos\theta=0.75=\frac{3}{4}$，如圖：



則θ的正弦函數$\sin\theta=\frac{\sqrt{7}}{4}$

3.在一塔底測得某山頂仰角為$\frac{\pi}{3}$，再由塔頂測得山頂之仰角為$\frac{\pi}{4}$，若塔高 20 公尺，則山高為__________公尺。

【龍騰自命題】

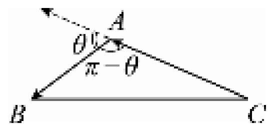
解答　$10(3+\sqrt{3})$

4.在$\triangle ABC$中，$\overline{AB}=3$，$\overline{CA}=4$，已知兩向量$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CA}=6$，則$\angle BAC=$__________。

【隨堂講義-綜合練習】

解答　120°

解析　如圖所示：



$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CA}=|\overrightarrow{AB}|\times|\overrightarrow{CA}|\times\cos\theta$

$\Rightarrow\ 6=3\times4\times\cos\theta\ \Rightarrow\ \cos\theta=\frac{1}{2}$

得知$\theta=60^\circ$，故$\angle BAC=180^\circ-60^\circ=120^\circ$

5.設$A(2,-5)$，$\overline{AB}$的中點$M(-2,2)$，則B點坐標為__________。

【龍騰自命題】

解答　$(-6,9)$

三、計算題 (5 小題 每小題 5 分 共 25 分)

1.設$|\vec{a}|=|\vec{b}|=\sqrt{3}$，$|\vec{c}|=3$，且$\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{0}$，求$\vec{a}$和$\vec{b}$的夾角。

【龍騰自命題】

解答　60°

解析　設$\vec{a}$和$\vec{b}$的夾角為θ

$\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{0}\ \Rightarrow\ \vec{a}+\vec{b}=-\vec{c}\ \Rightarrow\ |\vec{a}+\vec{b}|=|-\vec{c}$

$\Rightarrow\ |\vec{a}+\vec{b}|^2=|-\vec{c}|^2\ \Rightarrow\ |\vec{a}|^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}+|\vec{b}|^2=|\vec{c}|^2$

$\Rightarrow\ |\vec{a}|^2+2|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta+|\vec{b}|^2=|\vec{c}|^2$

$\Rightarrow\ (\sqrt{3})^2+2\times\sqrt{3}\times\sqrt{3}\times\cos\theta+(\sqrt{3})^2=3^2$

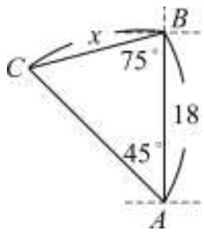
$\Rightarrow\ \cos\theta=\frac{1}{2}\ \Rightarrow\ \theta=60^\circ$

2.在高速公路上開車向北行駛，在A處發現高雄 85 大樓在西北方，繼續往北行駛 18 公里到B處，發現此大樓在南75°西，問此時車子和大樓相距多少公里？

【課本練習題-習題】

解答　$6\sqrt{6}$公里（約為 14.7 公里）

解析　設車子在B處距離大樓x公里



$\angle C=180°-75°-45°=60°$

由正弦定理：

$$\frac{x}{\sin 45°}=\frac{18}{\sin 60°} \Rightarrow \frac{x}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=\frac{18}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$$\Rightarrow x=\frac{18\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=6\sqrt{6} \fallingdotseq 14.7$$

$\therefore$ 車子和大樓相距 $6\sqrt{6}$ 公里，約為 14.7 公里

3.(1)試求過點(– 2 , 3)、(1 , 0)的直線方程式。

(2)試求過點(2 , 3)、(2 , – 1)的直線方程式。

【課本練習題-例題】

解答 (1)$x+y-1=0$;(2)$x=2$

解析 (1)因為$(x_1 , y_1)=(-2 , 3)$，$(x_2 , y_2)=(1 , 0)$

由兩點式得 L： $y-y_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)$

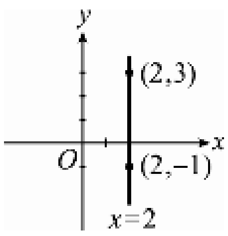
代入得 $y-3=\frac{0-3}{1-(-2)}[x-(-2)]$

整理得 $y-3=-x-2$　即 $x+y-1=0$

(2)因為 $m=\frac{3-(-1)}{2-2}$ 不存在

所以 L 為鉛直線

如圖所示：得 $x=2$



4.若一直線過點$(2,a)$與$(1-a,3)$，且其斜率為 2，求 a 之值。

【隨堂講義-基本練習題-學生練習】

解答 $a=-5$

解析 $m=\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}=\frac{a-3}{2-(1-a)}=2$

得 $a=-5$