班級　　　　姓名　　　　　　座號

一、單選題 (25 題 每題 4 分 共 100 分)

(　　　) 1.△ABC 三內角 $\angle A$、$\angle B$、$\angle C$ 之對應邊長分別為 a、b、c，若 $a=2\sqrt{3}$，$b=2$，$\angle A=120°$，則 $c=$　(A)$\sqrt{3}$　(B)2　(C)3　(D)$2\sqrt{3}$

【091 年歷屆試題.】

解答　B

解析　題目中，$a=2\sqrt{3}$，$b=2$，$\angle A=120°$

由此三條件只能先求 $\angle B$

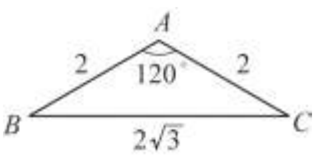
利用正弦定理　$\Rightarrow$　$\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}$

$\Rightarrow$　$\dfrac{\cancel{2}\sqrt{3}}{\sin 120°}=\dfrac{\cancel{2}1}{\sin B}$

$\Rightarrow$　$\cancel{\sqrt{3}}\sin B=\sin 120°=\dfrac{\cancel{\sqrt{3}}^{1}}{2}$　$\Rightarrow$　$\sin B=\dfrac{1}{2}$

$\Rightarrow$　$\angle B=30°$或 $150°$（不合）　$\Rightarrow$　$\angle B=30°$

再推得 $\angle C=30°$　$\because$　$\angle B=\angle C=30°$　$\Rightarrow$　$b=c=2$（等腰）



另解：利用餘弦定理

$\cos 120°=\dfrac{4+C^2-(2\sqrt{3})^2}{2\times 2\times C}$

$-\dfrac{1}{2}=\dfrac{C^2-8}{4C}$

$C^2+2C-8=0$

$C=-4$（不合）、2

(　　　) 2.設△ABC 之三頂點 A，B，C 坐標分別為(100,101)，(99,99)，(98,98)，則△ABC 之面積為(A)$\sqrt{3}$ (B)$\dfrac{1}{2}$　(C)3　(D)$\dfrac{3}{2}$

【龍騰自命題.】

解答　B

解析　$\overrightarrow{CA}=(2,3)$，$\overrightarrow{CB}=(1,1)$

則△ABC 面積 $=\dfrac{1}{2}\sqrt{|\overrightarrow{CA}|^2|\overrightarrow{CB}|^2-(\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB})^2}$

$=\dfrac{1}{2}\sqrt{(2^2+3^2)(1^2+1^2)-(2\cdot 1+3\cdot 1)^2}=\dfrac{1}{2}\sqrt{26-25}=\dfrac{1}{2}$

(　　　) 3.若△ABC 中，$\overline{AB}=5$，$\overline{BC}=9$，$\overline{CA}=10$，則 $\cos(\angle A+\angle B)=$　(A)$-\dfrac{13}{15}$　(B)$-\dfrac{7}{15}$　(C)$\dfrac{7}{15}$　(D)$\dfrac{13}{15}$

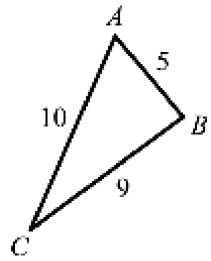
【102 年歷屆試題.】

解答　A

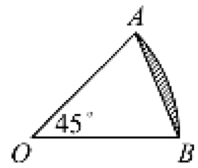
解析　$\because$　$\angle A+\angle B+\angle C=180°$

$\therefore$　$\cos(\angle A+\angle B)=\cos(180°-\angle C)=-$

$\cos\angle C=-\dfrac{9^2+10^2-5^2}{2\times 9\times 10}=-\dfrac{13}{15}$



(　　　) 4.老師請全班同學吃披薩。結果小誠分到的扇形披薩半徑為 $6\sqrt{2}$ 公分，圓心角為 $45°$，如圖所示。則小誠的披薩斜線部分的餅皮所占的面積為多少平方公分？



(A)$9\pi-18\sqrt{2}$　(B)$9\pi-6\sqrt{2}$　(C)$12\pi-18\sqrt{2}$　(D)$12\pi-4\sqrt{2}$

【隨堂講義補充題.】

解答　A

解析　作△OAB 之 $\overline{OB}$ 上的高 $\overline{AD}$

則△OAD 為等腰直角三角形

得 $\overline{OD}=\overline{AD}$

由商高定理：

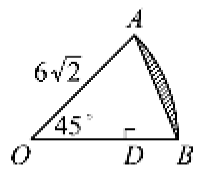
$\overline{OA}^2=\overline{OD}^2+\overline{AD}^2$　$\Rightarrow$　$2\overline{AD}^2=\left(6\sqrt{2}\right)^2$

得 $\overline{AD}=6$

則斜線部分（餅皮）

＝扇形 OAB 面積－△AOB 面積

$=\dfrac{1}{2}\times\left(6\sqrt{2}\right)^2\times\left(\dfrac{\pi}{4}\right)-\dfrac{1}{2}\times 6\sqrt{2}\times 6=9\pi-18\sqrt{2}$（平方公分）



(　　　) 5.$f(x-1)=-4x^3+5x^2+12x-30$，則 $f(f(-3))$之值為　(A)-3　(B)-13　(C)-23　(D)-33

【龍騰自命題.】

解答　D

解析　$f(-3)=f(-2-1)=-4(-2)^3+5(-2)^2+12(-2)-30=-2$

$f(f(-3))=f(-2)=f(-1-1)=-4(-1)^3+5(-1)^2+12(-1)-30=-33$

(　　　) 6.設 $f(\theta)=2\sin^2\theta-3\cos\theta+1$ 的極大值為 M，極小值為 m，則 $M+m=$　(A)$\dfrac{33}{8}$　(B)$\dfrac{27}{8}$　(C)$\dfrac{17}{8}$　(D)$\dfrac{13}{8}$

【龍騰自命題.】

解答　C

解析　$f(\theta)=2\sin^2\theta-3\cos\theta+1=2(1-\cos^2\theta)-3\cos\theta+1$

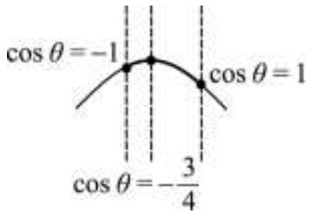
$= -2\cos^2\theta - 3\cos\theta + 3 = -2(\cos\theta + \frac{3}{4})^2 + \frac{33}{8}$

$-1 \le \cos\theta \le 1$

當 $\cos\theta = -\frac{3}{4}$ 時，有極大值 $M = \frac{33}{8}$

當 $\cos\theta = 1$ 時，有極小值 $m = -2$

故 $M + m = \frac{33}{8} + (-2) = \frac{17}{8}$



(　　)7.若 $2 + 3\cos 2\theta = 0$，則 $\sin^4\theta - \cos^4\theta =$　(A) $-\frac{\sqrt{5}}{3}$　(B) $-\frac{2}{3}$

(C) $\frac{2}{3}$　(D) $\frac{\sqrt{5}}{3}$

【102 年歷屆試題.】

解答　C

解析　$2 + 3\cos 2\theta = 0 \Rightarrow 3\cos 2\theta = -2 \Rightarrow \cos 2\theta = -\frac{2}{3}$

$\sin^4\theta - \cos^4\theta = (\sin^2\theta)^2 - (\cos^2\theta)^2 = (\sin^2\theta + \cos^2\theta)(\sin^2\theta - \cos^2\theta)$

$= 1 \times (\sin^2\theta - \cos^2\theta) = \sin^2\theta - \cos^2\theta = -(\cos^2\theta - \sin^2\theta)$

$= -\cos 2\theta = -(-\frac{2}{3}) = \frac{2}{3}$

(　　) 8.設直線 L 過 $(3,2)$ 且斜率為 2，則直線 L 的方程式為

(A) $x + 2y = 7$ (B) $2x - y = -4$ (C) $2x + y = 8$ (D) $2x - y = 4$

【隨堂測驗.】

解答　D

解析　$\because$　L 經過 $(3,2)$ 且斜率為 2

利用點斜式得

$y - 2 = 2(x - 3)$

$\Rightarrow y - 2 = 2x - 6 \Rightarrow 2x - y = 4$

(　　) 9.設向量 $\vec{a} = (3,4)$，向量 $\vec{b} \,//\, \vec{a}$，且 $\vec{a} \cdot \vec{b} = -50$，則

$|2\vec{a} + 3\vec{b}| =$　(A)20　(B)40　(C)60　(D)80

【102 年歷屆試題.】

解答　A

解析　$\because$　$\vec{a}$ 與 $\vec{b}$ 互相平行且 $\vec{a} \cdot \vec{b} = -50 < 0$

$\therefore$　$\vec{a}$ 與 $\vec{b}$ 互為反向，即夾角為 180°

$|\vec{a}| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$

$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos 180° = 5 \times |\vec{b}| \times (-1) = -5|\vec{b}| = -50$

$\Rightarrow |\vec{b}| = 10$

$|2\vec{a} + 3\vec{b}|^2 = 4|\vec{a}|^2 + 12\,\vec{a} \cdot \vec{b} + 9|\vec{b}|^2 = 4 \times 5^2 + 12 \times (-50) + 9$

故 $|2\vec{a} + 3\vec{b}| = \sqrt{400} = 20$

〈另解〉

$\because$　$\vec{b} \,//\, \vec{a}$　$\therefore$　可設 $\vec{b} = t\vec{a}$，其中 t 為實數

則 $\vec{b} = t(3,4) = (3t, 4t)$

$\vec{a} \cdot \vec{b} = (3,4) \cdot (3t, 4t) = 3 \times 3t + 4 \times 4t = 25t$

$\because$　$\vec{a} \cdot \vec{b} = -50$　$\therefore$　$25t = -50 \Rightarrow t = -2$

則 $\vec{b} = (3 \times (-2), 4 \times (-2)) = (-6, -8)$

而

$2\vec{a} + 3\vec{b} = 2(3,4) + 3(-6,-8) = (6,8) + (-18,-24) = (-12,-16)$

故 $|2\vec{a} + 3\vec{b}| = \sqrt{(-12)^2 + (-16)^2} = \sqrt{400} = 20$

(　　) 10.在△ABC 中，$\angle B = 60°$，$\overline{AC} = 10$ 時，三角形的外接

圓面積為　(A) $\frac{10}{3}$ 平方單位　(B) $\frac{100}{3}$ 平方單位

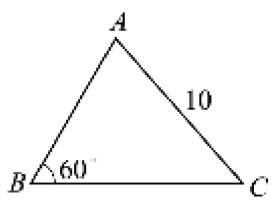
(C) $\frac{10}{3}\pi$ 平方單位　(D) $\frac{100}{3}\pi$ 平方單位

【龍騰自命題.】

解答　D

解析　$\frac{10}{\sin 60°} = 2R \Rightarrow R = \frac{10\sqrt{3}}{3}$

$\therefore$　外接圓面積為 $\pi(\frac{10\sqrt{3}}{3})^2 = \frac{100}{3}\pi$



(　　)11.設平行四邊形 $ABCD$ 四頂點坐標為 $A(-1,3)$，$B(-3,-1)$，

$C(0,-2)$，$D(x,y)$，則 $x + y =$　(A)4　(B)3　(C)2　(D)1

【龍騰自命題.】

解答　A

解析 $(\frac{-1+0}{2},\frac{3-2}{2})=(\frac{-3+x}{2},\frac{-1+y}{2})\Rightarrow x=2$，$y=2$ ∴

$x+y=2+2=4$

(　　)12.設 $A(3,-2)$、$B(2,1)$、$C(1,a)$，若△ABC 為直角三角形，且 $\angle A=90°$，則 $a=$ (A)$-\frac{8}{3}$ (B)-1 (C)0 (D)$\frac{2}{3}$

【龍騰自命題.】

解答 A

解析 ∵ $\angle A=90°$ ∴ $\overline{AB}\perp\overline{AC}$ $\Rightarrow m_{\overline{AB}}\times m_{\overline{AC}}=-1$

即 $\frac{-2-1}{3-2}\times\frac{-2-a}{3-1}=-1\Rightarrow -3\times\frac{-2-a}{2}=-1$ ∴

$a=-\frac{8}{3}$

(　　)13.下列何者不是 $\frac{2}{3}\pi$ 的同界角？ (A)$-\frac{10}{3}\pi$ (B)$-\frac{4}{3}\pi$ (C)$\frac{4}{3}\pi$ (D)$\frac{8}{3}\pi$

【龍騰自命題.】

解答 C

(　　)14.已知三角形的三頂點為 $A(-3,-4)$、$B(3,4)$、$C(k,0)$，且 $\angle BCA=90°$，則 k^2 之值為 (A)9 (B)16 (C)25 (D)36

【龍騰自命題.】

解答 C

解析 因 $\angle BCA=90°\Rightarrow\overline{CB}\perp\overline{CA}$

$\Rightarrow\overline{CB}$ 斜率$\times\overline{CA}$ 斜率$=-1\Rightarrow\frac{0-4}{k-3}\times\frac{-4-0}{-3-k}=-1$

$\Rightarrow\frac{16}{-(k-3)(k+3)}=-1\Rightarrow k^2-9=16\Rightarrow k^2=25$

(　　)15.已知向量 $\vec{a}=(4,-2)$，$\vec{b}=(9,3)$，則 $\vec{a}$ 與 $\vec{b}$ 的夾角等於 (A)$\frac{\pi}{6}$ (B)$\frac{\pi}{4}$ (C)$\frac{\pi}{3}$ (D)$\frac{3}{4}\pi$

【龍騰自命題.】

解答 B

解析 $\vec{a}\cdot\vec{b}=30$，$|\vec{a}|=\sqrt{4^2+(-2)^2}=2\sqrt{5}$

$|\vec{b}|=\sqrt{9^2+3^2}=3\sqrt{10}$

$\cos\theta=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}=\frac{30}{30\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$

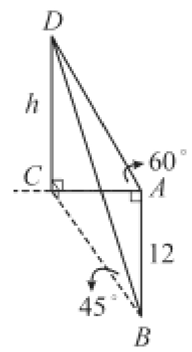
∴ $\theta=45°=\frac{\pi}{4}$

(　　)16.小柔於地面一高塔前的正東邊 A 點處，測得此塔之頂端的仰角為 60°，小柔向正南方向走 12 公尺到達 B 點處，再測得塔頂之仰角為 45°，求此塔的高度為 (A)$6\sqrt{6}$ 公尺 (B)$6\sqrt{3}$ 公尺 (C)$6\sqrt{2}$ 公尺 (D)6 公尺

【龍騰自命題.】

解答 A

解析 如下圖所示：



設塔的高度為 h 公尺

(1)在△BCD 中 ∵ $\angle CBD=45°$ ∴

$\overline{BC}=\overline{CD}=h$

在△ACD 中 ∵ $\angle CAD=60°$

$\Rightarrow\frac{\overline{CD}}{\overline{AC}}=\tan 60°$

$\Rightarrow\frac{h}{\overline{AC}}=\sqrt{3}\Rightarrow\sqrt{3}\,\overline{AC}=h$ ∴ $\overline{AC}=\frac{h}{\sqrt{3}}$

(2)在△ABC 中 ∵ $\overline{AB}=12$，$\overline{BC}=h$，$\overline{AC}=\frac{h}{\sqrt{3}}$

由商高定理得知 $h^2=12^2+(\frac{h}{\sqrt{3}})^2=144+\frac{1}{3}h^2$

$\Rightarrow\frac{2}{3}h^2=144\Rightarrow h^2=144\times\frac{3}{2}=216$

∴ $h=\sqrt{216}=6\sqrt{6}$（公尺）

(　　)17.設 $f_1(x)=2x^2+1$，$f_2(x)=-x^2-x+1$，$f_3(x)=-3x^2$，$f_4(x)=x^2-1$，則此四函數圖形開口的大小為何？ (A)$f_3>f_1>f_2=f_4$ (B)$f_1>f_4>f_2>f_3$ (C)$f_2=f_4>f_1>f_3$ (D)$f_3>f_2>f_4>f_1$

【龍騰自命題.】

解答 C

解析 $f(x)=ax^2+bx+c$ 之圖形，$|a|$愈大，開口愈小 ∴ $f_2=f_4>f_1>f_3$

(　　)18.若標準位置角 θ 終邊上一點 $P(x,3)$，且 $\cos\theta=-\frac{1}{2}$，則 $x=$ (A)$\sqrt{3}$ (B)$-\sqrt{3}$ (C)$\sqrt{5}$ (D)$-\sqrt{5}$

【隨堂講義補充題.】

解答 B

解析 P 點坐標 $(x,3)$ 表 θ 可能在第一、二象限

又 $\cos\theta=-\frac{1}{2}<0$，故 θ 在第二象限

由 $\cos\theta=-\frac{1}{2}=\frac{x}{\sqrt{x^2+9}}\,(x<0)$

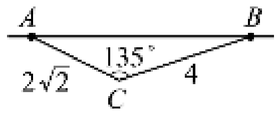
$\Rightarrow \quad 4x^2 = x^2 + 9$　得 $x = \pm\sqrt{3}$（正不合）

(　　　) 19.在海岸邊有 A、B 兩座燈塔，有一船在海上 C 點測得 $\overline{AC} = 2\sqrt{2}$ 公里，$\overline{CB} = 4$ 公里且 $\angle ACB = 135^\circ$，則 A、B 兩燈塔距離為多少公里？　(A) $2\sqrt{10}$　(B) $5\sqrt{2}$　(C) $8\sqrt{2}$　(D) $6\sqrt{3}$

【隨堂講義補充題.】

解答　A

解析　由題意作圖：



二邊一夾角利用餘弦定理：

$\overline{AB}^2 = c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$

$= 4^2 + \left(2\sqrt{2}\right)^2 - 2\times 4\times\left(2\sqrt{2}\right)\times\left(\dfrac{-\sqrt{2}}{2}\right) = 16 + 8 + 16 = 40$

故 $\overline{AB} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$（公里）

(　　　) 20.已知 $0 \le x \le \pi$，若 $\sin 2x = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$，則 x 值為何？　(A) $\dfrac{\pi}{6}$ 或 $\dfrac{\pi}{3}$　(B) $\dfrac{\pi}{8}$ 或 $\dfrac{3\pi}{8}$　(C) $\dfrac{\pi}{12}$ 或 $\dfrac{5\pi}{12}$　(D) $\dfrac{\pi}{4}$ 或 $\dfrac{\pi}{2}$

【隨堂講義補充題.】

解答　A

解析　$\because \quad \sin 2x = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$，則 $2x = \dfrac{\pi}{3}$ 或 $\dfrac{2\pi}{3}$

故 $x = \dfrac{\pi}{6}$ 或 $\dfrac{\pi}{3}$

(　　　) 21.有一梯子與牆面成 30° 角放置，下滑後與牆面成 45° 角，若梯長 10 公尺，求梯腳移動多少公尺？
(A) $5\sqrt{2}-5$　(B) $5\sqrt{2}+5$　(C) $2\sqrt{5}-3$　(D) $3\sqrt{5}-2$

【隨堂講義補充題.】

解答　A

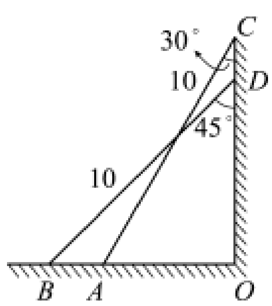
解析　在 $\triangle AOC$ 中，$\sin 30^\circ = \dfrac{\overline{OA}}{L}$

$\Rightarrow \quad \overline{OA} = L\times\sin 30^\circ = 5$

在 $\triangle BOD$ 中，$\sin 45^\circ = \dfrac{\overline{OB}}{L}$

$\Rightarrow \quad \overline{OB} = L\times\sin 45^\circ = 5\sqrt{2}$

則梯子移動距離 $\overline{OB} - \overline{OA} = 5\sqrt{2} - 5$（公尺）

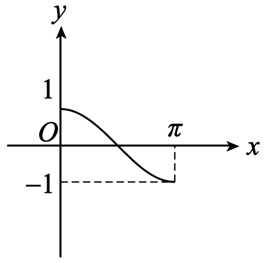


(　　　) 22.已知 $0 \le \alpha$、$\beta \le \pi$。下列各選項中，何者恆為正確？
(A)若 $\cos\alpha = \cos\beta$，則 $\alpha = \beta$　(B)若 $\cos(\alpha - \beta) = 0$，則 $\alpha = \beta$　(C)若 $\sin\alpha = \sin\beta$，則 $\alpha = \beta$　(D)若 $\sin(\alpha - \beta) = 0$，則 $\alpha = \beta$

【100 年歷屆試題.】

解答　A

解析　(A)當 $0 \le x \le \pi$ 時，$y = \cos x$ 的圖形如下



為 1 對 1 函數，即 $\cos\alpha = \cos\beta \quad \Rightarrow \quad \alpha = \beta$

(B)反例：$\cos(\dfrac{5}{6}\pi - \dfrac{2}{6}\pi) = \cos\dfrac{1}{2}\pi = 0$，但 $\dfrac{5}{6}\pi \ne \dfrac{2}{6}\pi$

(C)反例：$\sin\dfrac{\pi}{3} = \sin\dfrac{2}{3}\pi$，但 $\dfrac{\pi}{3} \ne \dfrac{2}{3}\pi$

(D)反例：$\sin(\pi - 0) = \sin\pi = 0$，但 $\pi \ne 0$

(　　　) 23.設 $0^\circ < \theta < 90^\circ$，$\cos\theta = \dfrac{3}{5}$，則 $\sin 2\theta + \cos 2\theta =$　(A) $\dfrac{13}{25}$　(B) $\dfrac{17}{25}$　(C) $\dfrac{19}{25}$　(D) $\dfrac{21}{25}$

【龍騰自命題.】

解答　B

解析　$\because \quad \cos\theta = \dfrac{3}{5}$ 且 $0^\circ < \theta < 90^\circ \qquad \therefore \quad \sin\theta = \dfrac{4}{5}$

$\therefore \quad \sin 2\theta + \cos 2\theta = (2\sin\theta\cos\theta) + (2\cos^2\theta - 1)$

$= 2\times\dfrac{4}{5}\times\dfrac{3}{5} + 2\times(\dfrac{3}{5})^2 - 1 = \dfrac{24}{25} + \dfrac{18}{25} - 1 = \dfrac{17}{25}$

(　　　) 24.設 a、b、c 表△ABC 三邊長，若 $b^2 - (c-a)^2 = ca$，則 $\angle B$ 等於　(A) 300°　(B) 120°　(C) 330°　(D) 60°

【龍騰自命題.】

解答　D

解析　$b^2 - (c-a)^2 = ca \quad \Rightarrow \quad b^2 - (c^2 - 2ac + a^2) = ca$

$\therefore \quad b^2 - c^2 - a^2 + 2ac = ca \qquad \therefore \quad ac = a^2 + c^2 - b^2$

$\cos B = \dfrac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \dfrac{ac}{2ac} = \dfrac{1}{2} \qquad \therefore \quad \angle B = 60^\circ$

(　　　) 25.設直線 $L{:}3x - 2y - 12 = 0$，其 x 截距為 a，y 截距為 b，L 和兩坐標軸所圍之三角形面積為　(A)4　(B)6　(C)12　(D)24【龍騰自命題.】

解答　C