0930 數學第一冊歷屆試題 班級　　　　姓名　　　　座號

一、單選題 (25 題 每題 4 分 共 100 分)

(　　　)1.已知△ABC 三頂點為 $A(-1,3)$、$B(2,1)$、$C(-3,-1)$，若直線 $\overleftrightarrow{AD}$ 平分△ABC 的面積，則直線 $\overleftrightarrow{AD}$ 之方程式為何？　(A)$3x+y=0$　(B)$3x-y+6=0$　(C)$6x-y+9=0$　(D)$6x+y+3=0$

【091 年歷屆試題.】

解答　D

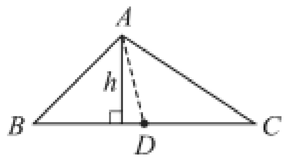
解析　由題目中，$\overleftrightarrow{AD}$ 平分△ABC 的面積

$\Rightarrow$ $\overleftrightarrow{AD}$ 通過 $B(2,1)$、$C(-3,-1)$的中點$(\frac{2+(-3)}{2},\frac{1+(-1)}{2})$，即$(-\frac{1}{2},0)$

再由 $A(-1,3)$得 $\overleftrightarrow{AD}$ ：$y-0=\dfrac{3-0}{-1-(-\frac{1}{2})}(x-(-\frac{1}{2}))$

$\Rightarrow$ $y=\dfrac{3}{-1+(\frac{1}{2})}(x+\frac{1}{2})$ $\Rightarrow$ $y=\dfrac{3}{-\frac{1}{2}}(x+\frac{1}{2})$ $\Rightarrow$ $y=-6(x+\frac{1}{2})$

$\Rightarrow$ $y=-6x-3$ $\Rightarrow$ $6x+y+3=0$



(　　　) 2.若 $A(1,3)$、$B(-4,7)$及 $C(x,y)$為平面上三點，且$3\overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{AC}$，則$(x,y)$為何？(A)$(15,-14)(B)(-15,14)(C)(-14,15)$　(D)$(14,-15)$

【092 年歷屆試題.】

解答　C

解析　∵　$A(1,3)$、$B(-4,7)$、$C(x,y)$　$\Rightarrow$ $\begin{cases}\overrightarrow{BC}=(x+4,y-7)\\ \overrightarrow{AC}=(x-1,y-3)\end{cases}$

又$3\overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{AC}$　$\Rightarrow$　$(3x+12,3y-21)=(2x-2,2y-6)$

$\Rightarrow\begin{cases}3x+12=2x-2\\ 3y-21=2y-6\end{cases}$　$\Rightarrow$　$x=-14$，$y=15$

∴　$(x,y)=(-14,15)$

(　　　) 3.下列各等式何者恆為正確？　(A)$\cos(x-y)=\cos(y-x)$　(B)$\cos0=0$　(C)$\sin2x=2\sin x$　(D)$\tan(x+y)=\tan x+\tan y$

【091 年歷屆試題.】

解答　A

解析　由題目及公式，可得

(A)$\cos(x-y)=\cos[-(y-x)]=\cos(y-x)$正確（∵　$\cos(-\theta)=\cos\theta$）

(B)$\cos0=0$ 錯誤（∵　$\cos0=1$）

(C)$\sin2x=2\sin x$ 錯誤（∵　$\sin2x=2\sin x\cos x$）

(D)$\tan(x+y)=\tan x+\tan y$ 錯誤（∵　$\tan(x+y)=\dfrac{\tan x+\tan y}{1-\tan x\tan y}$）

(　　　) 4.已知 $A(1,-1)$與 $B(-2,3)$為平面上的兩點，設長度為 3 的向量 $\overrightarrow{v}=(a,b)$與向量 $\overrightarrow{AB}$ 同方向，則 $2a+b=$　(A)-3　(B)$-\frac{6}{5}$　(C)$\frac{6}{5}$　(D)3

【093 年歷屆試題.】

解答　B

解析　$\overrightarrow{AB}=(-2-1,3-(-1))=(-3,4)$（　　）5.若兩點 $A(0,0)$、$B(a,b)$對稱於直線 $x-2y=5$，則 $a-b=$　(A)2　(B)4　(C)6　(D)8【092 年歷屆試題.】

又$|\overrightarrow{AB}|=\sqrt{(-3)^2+4^2}=5$　$\Rightarrow$　$\overrightarrow{AB}$之單位向量$\overrightarrow{AB}_u=(-\frac{3}{5},\frac{4}{5})$

$\because$　$\overrightarrow{v}=(a,b)$與$\overrightarrow{AB}$同方向且長度為 3

$\Rightarrow$　$\overrightarrow{v}=3\overrightarrow{AB}_u=3(-\frac{3}{5},\frac{4}{5})=(-\frac{9}{5},\frac{12}{5})$

即$a=-\frac{9}{5}$，$b=\frac{12}{5}$

$\therefore$　$2a+b=2(-\frac{9}{5})+\frac{12}{5}=-\frac{6}{5}$

解答　C

解析　$\because$　$A(0,0)$、$B(a,b)$　$\Rightarrow$　$\overline{AB}$中點$M(\frac{a}{2},\frac{b}{2})$且$\overline{AB}$的斜率$m_1=\frac{b}{a}$

又 $L:x-2y=5$ 的斜率$m_2=\frac{1}{2}$

$\because$　A、B 對稱於直線 L

$$\Rightarrow\begin{cases}\frac{a}{2}-2\times\frac{b}{2}=5\text{（}\because\ M(\frac{a}{2},\frac{b}{2})\text{在 }L\text{ 上）}\\ \frac{b}{a}\times\frac{1}{2}=-1\text{（}\because\ m_1\times m_2=-1\text{）}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a-2b=10\cdots①\\2a+b=0\cdots②\end{cases}$$

由① + ② × 2 得 $5a=10$　$\Rightarrow$　$a=2$

$a=2$ 代入②得 $b=-4$

$\therefore$　$a-b=2-(-4)=6$

（　　）6.設 $A(-4,4)$與 $B(1,-1)$為坐標平面上之兩點，若點 C 在$\overline{AB}$上且$2\overline{AC}=3\overline{BC}$，則點 C 的坐標為何？　(A)$(-3,3)$　(B)$(-2,2)$　(C)$(-1,1)$　(D)$(0,0)$

【094 年歷屆試題.】

解答　C

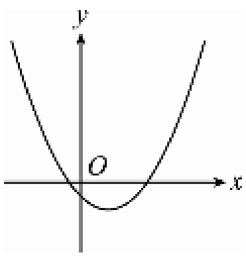
解析　$\because$　C 在$\overline{AB}$上且$2\overline{AC}=3\overline{BC}$　$\Rightarrow$　$\overline{AC}:\overline{BC}=3:2$

設點 C 坐標為(x,y)

則$x=\frac{2(-4)+3\times1}{3+2}=-1$，$y=\frac{2\times4+3(-1)}{3+2}=1$

$\therefore$　點 C 的坐標為$(-1,1)$

（　　）7.設 a、b、c 為實數，且二次函數 $y=ax^2+bx+c$ 的圖形如圖所示，則點 $P(b^2-4ac,abc)$在第幾象限？



(A)第一象限　(B)第二象限　(C)第三象限　(D)第四象限

【100 年歷屆試題.】

解答　A

解析　對於 $y=ax^2+bx+c$ 的圖形

開口向上 $\Rightarrow$ $a>0$

頂點在 y 軸右側 $\Rightarrow$ a、b 異號 $\Rightarrow$ $b<0$

與 y 軸的交點$(0, c)$在 y 軸的負向 $\Rightarrow$ $c<0$

與 x 軸有 2 個交點 $\Rightarrow$ $b^2-4ac>0$

因此 $abc>0$，故 $P(b^2-4ac, abc)$在第一象限

(　　)8.設兩直線 L_1：$3x+y-4=0$ 與 L_2：$x+3y-4=0$，則 L_1 與 L_2 交角為銳角的角平分線方程式為何？ (A)$x+y-2=0$ (B)$x-y=0$ (C)$2x+y-3=0$ (D)$2x-y=0$

【101 年歷屆試題.】

解答 A

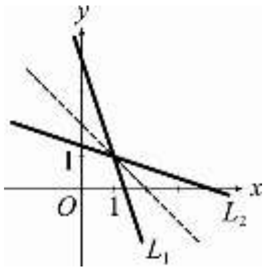
解析 L_1 與 L_2 交角的角平分線為 $\dfrac{|3x+y-4|}{\sqrt{3^2+1^2}}=\dfrac{|x+3y-4|}{\sqrt{1^2+3^2}}$

$\Rightarrow$ $|3x+y-4|=|x+3y-4|$ $\Rightarrow$ $3x+y-4=\pm(x+3y-4)$

$\Rightarrow$ $3x+y-4\mp(x+3y-4)=0$ $\Rightarrow$ $2x-2y=0$ 與 $4x+4y-8=0$

$\Rightarrow$ $x-y=0$ 與 $x+y-2=0$

其中 $x-y=0$ 的斜率為 1，$x+y-2=0$ 的斜率為 -1



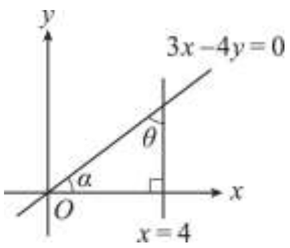
由圖形可知 L_1 與 L_2 交角為銳角的角平分線，斜率為負，故所求為 $x+y-2=0$

(　　) 9.設 $x=4$ 與 $3x-4y=0$ 兩直線所夾的銳角為 θ，則 $\sin\theta=$ (A)$\frac{1}{5}$ (B)$\frac{2}{5}$ (C)$\frac{3}{5}$ (D)$\frac{4}{5}$

【093 年歷屆試題.】

解答 D

解析 如下圖所示



設 $3x-4y=0$ 斜角為 α，則 $m=\tan\alpha=\dfrac{3}{4}$

$\because$ α 為銳角 $\Rightarrow$ $\cos\alpha=\dfrac{4}{5}$

又 $\alpha+\theta=90°$

$\therefore$ $\sin\theta=\sin(90°-\alpha)=\cos\alpha=\dfrac{4}{5}$

(　　) 10.已知 L_1、L_2 為與直線 $3x+4y=0$ 平行的二直線。若 L_1 過點$(-29,23)$，L_2 過點$(31,23)$，則此二平行線間的距離為何？ (A)23 (B)36 (C)48 (D)60

【102 年歷屆試題.】

解答 B

解析 設 L_1：$3x+4y+k_1=0$，L_2：$3x+4y+k_2=0$

$\because$ L_1 過點$(-29,23)$ $\therefore$ $3\times(-29)+4\times23+k_1=0$ $\Rightarrow$ $k_1=-5$

$\because$ L_2 過點$(31,23)$ $\therefore$ $3\times31+4\times23+k_2=0$ $\Rightarrow$ $k_2=-185$

則 L_1：$3x+4y-5=0$，L_2：$3x+4y-185=0$

因此二平行線 L_1、L_2 間的距離 $d(L_1,L_2)=\dfrac{|-5-(-185)|}{\sqrt{3^2+4^2}}=\dfrac{180}{5}=36$

(　　)11.若在坐標平面上的平行四邊形 $ABCD$ 中，點 A、B、C 的坐標分別為(5,2)、(1,3)、(– 4,3)，則 D 點之坐標為何？ (A)(1,8) (B)(0,2) (C)(2,7) (D)(3,9)

【096 年歷屆試題.】

解答 B

解析 利用平行四邊形對角線互相平分

設 D 點坐標為(x,y)

又 $A(5,2)$、$B(1,3)$、$C(-4,3)$

$\because$ $\overline{AC}$ 中點 $=$ $\overline{BD}$ 中點

$\Rightarrow$ $(\dfrac{5+(-4)}{2},\dfrac{2+3}{2})=(\dfrac{1+x}{2},\dfrac{3+y}{2})$ $\Rightarrow$ $x=0$，$y=2$

$\therefore$ D 點坐標為(0,2)

《另解》

設 D 點坐標為(x,y)

又知 $A(5,2)$、$B(1,3)$、$C(-4,3)$

$\Rightarrow$ $x=5+(-4)-1=0$ $\Rightarrow$ $y=2+3-3=2$

$\therefore$ D 點坐標為(0,2)

(　　)12.試問在坐標平面上，過點(2, – 1)且與直線 $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{4}=1$ 垂直的直線方程式為何？ (A)$4x-3y=9$ (B)$4x-3y=10$ (C)$3x-4y=9$ (D)$3x-4y=10$

【095 年歷屆試題.】

解答 D

解析 $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{4}=1$ $\Rightarrow$ $4x+3y=12$

$\because$ 所求直線 L 垂直 $4x+3y=12$

故設 $L:3x-4y=k$

又 L 過點$(2,-1)$ $\Rightarrow$ $3\times2-4(-1)=k$ $\Rightarrow$ $k=10$

$\therefore$ 所求直線方程式為 $3x-4y=10$

(　　)13.平面上兩點 $A(5,-1)$、$B(3,4)$。若 C 點在 y 軸上，且滿足 $\overline{AC}=\overline{BC}$，則 C 點坐標為何？ (A)$(0,-\dfrac{1}{10})$ (B)$(0,-\dfrac{1}{15})$ (C)$(0,\dfrac{1}{15})$ (D)$(0,\dfrac{1}{10})$

【098 年歷屆試題.】

解答 A

解析 C 點在 y 軸上，設 $C(0,t)$

$\because$ $\overline{AC}=\overline{BC}$ $\therefore$ $\sqrt{(5-0)^2+(-1-t)^2}=\sqrt{(3-0)^2+(4-t)^2}$

$\Rightarrow$ $(5-0)^2+(-1-t)^2=(3-0)^2+(4-t)^2$ $\Rightarrow$ $t=-\dfrac{1}{10}$

故 $C(0,-\dfrac{1}{10})$

(　　)14.設 $\vec{a}$ 與 $\vec{b}$ 為平面上的兩個向量，若$|\vec{a}|=2$、$|\vec{b}|=3$ 且 $\vec{a}\cdot\vec{b}=3$，則$|3\vec{a}-2\vec{b}|=$(A)3(B)6(C)9(D)12

【094 年歷屆試題.】

解答 B

解析 ∵ $|3\overrightarrow{a}-2\overrightarrow{b}|^2=9|\overrightarrow{a}|^2+4|\overrightarrow{b}|^2-12\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=9\times2^2+4\times3^2-12\times3=36$

∴ $|3\overrightarrow{a}-2\overrightarrow{b}|=\sqrt{36}=6$

(　　) 15.若直線 $24x-7y=53$ 與二直線 $x=0$、$x=7$ 分別交於 A、B 二點，則線段 $\overline{AB}$ 的長度為何？(A)$\frac{24}{7}$ (B)$\frac{53}{7}$ (C)25(D)53

【100 年歷屆試題.】

解答 C

解析 對於直線 $24x-7y=53$，

(1)令 $x=0$ 代入　$0-7y=53$

$\Rightarrow$　$y=-\frac{53}{7}$，則 $A(0,-\frac{53}{7})$

(2)令 $x=7$ 代入　$24\times7-7y=53$

$\Rightarrow$　$y=\frac{115}{7}$，則 $B(7,\frac{115}{7})$

因此 $\overline{AB}=\sqrt{(0-7)^2+(-\frac{53}{7}-\frac{115}{7})^2}=\sqrt{(-7)^2+(-24)^2}=25$

(　　) 16.設 $\overrightarrow{u}$ ，$\overrightarrow{v}$ 為平面上的兩個單位向量，若其內積為 $\frac{1}{2}$ ，則 $\overrightarrow{u}$ 與 $\overrightarrow{v}$ 的夾角為何？　(A)30°　(B)45°　(C)60°　(D)90°

【097 年歷屆試題.】

解答 C

解析 ∵ $\overrightarrow{u}$ ，$\overrightarrow{v}$ 為單位向量

則 $|\overrightarrow{u}|=1$，$|\overrightarrow{v}|=1$，且 $\overrightarrow{u}\cdot\overrightarrow{v}=\frac{1}{2}$

設 $\overrightarrow{u}$ 與 $\overrightarrow{v}$ 的夾角為 θ

又 $\overrightarrow{u}\cdot\overrightarrow{v}=|\overrightarrow{u}||\overrightarrow{v}|\cos\theta$　$\Rightarrow$　$\frac{1}{2}=1\times1\times\cos\theta$　$\Rightarrow$　$\cos\theta=\frac{1}{2}$

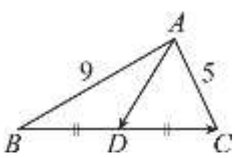
∴　$\theta=60°$

(　　) 17.在△ABC 中，若 D 為線段 $\overline{BC}$ 的中點，且 $\overline{AB}=9$、$\overline{AC}=5$，則向量內積 $\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{BC}=$ (A)-28　(B)-14　(C)14　(D)28

【099 年歷屆試題.】

解答 A

解析



∵　D 為 $\overline{BC}$ 的中點

∴　$\overline{BD}:\overline{DC}=1:1$　$\Rightarrow$　$\overrightarrow{AD}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC}=-\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{BC}=(\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC})\cdot(-\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})=-\frac{1}{2}\left|\overrightarrow{AB}\right|^2+\frac{1}{2}\left|\overrightarrow{AC}\right|^2$

$=-\frac{1}{2}\times9^2+\frac{1}{2}\times5^2=-28$

(　　　) 18.設向量 $\overrightarrow{a}=(3,4)$，向量 $\overrightarrow{b}\,//\,\overrightarrow{a}$，且 $\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=-50$，則 $|2\overrightarrow{a}+3\overrightarrow{b}|=$　(A)20　(B)40　(C)60　(D)80

【102 年歷屆試題.】

解答　A

解析　∵　$\overrightarrow{a}$ 與 $\overrightarrow{b}$ 互相平行且 $\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=-50<0$

∴　$\overrightarrow{a}$ 與 $\overrightarrow{b}$ 互為反向，即夾角為 180°

$|\overrightarrow{a}|=\sqrt{3^2+4^2}=5$

$\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=|\overrightarrow{a}||\overrightarrow{b}|\cos180^\circ=5\times|\overrightarrow{b}|\times(-1)=-5|\overrightarrow{b}|=-50 \quad\Rightarrow\quad |\overrightarrow{b}|=10$

$|2\overrightarrow{a}+3\overrightarrow{b}|^2=4|\overrightarrow{a}|^2+12\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}+9|\overrightarrow{b}|^2=4\times5^2+12\times(-50)+9\times10^2=400$

故 $|2\overrightarrow{a}+3\overrightarrow{b}|=\sqrt{400}=20$

〈另解〉

∵　$\overrightarrow{b}\,//\,\overrightarrow{a}$　　∴　可設 $\overrightarrow{b}=t\overrightarrow{a}$，其中 t 為實數

則 $\overrightarrow{b}=t(3,4)=(3t,4t)$

$\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=(3,4)\cdot(3t,4t)=3\times3t+4\times4t=25t$

∵　$\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=-50$　　∴　$25t=-50 \quad\Rightarrow\quad t=-2$

則 $\overrightarrow{b}=(3\times(-2),4\times(-2))=(-6,-8)$

而 $2\overrightarrow{a}+3\overrightarrow{b}=2(3,4)+3(-6,-8)=(6,8)+(-18,-24)=(-12,-16)$

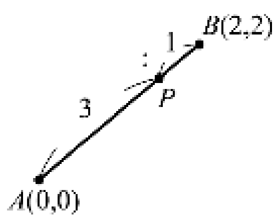
故 $|2\overrightarrow{a}+3\overrightarrow{b}|=\sqrt{(-12)^2+(-16)^2}=\sqrt{400}=20$

(　　　) 19.設 $A(0,0)$、$B(2,2)$ 為平面上二點，若點 $P(m,n)$ 在線段 $\overline{AB}$ 上，且 $\overline{AP}:\overline{PB}=3:1$，則 $m+n$ 之值為何？　(A) 2　(B) 2.5　(C) 3　(D) 3.5

【103 年歷屆試題.】

解答　C

解析



∵　點 $P(m,n)$ 在 $\overline{AB}$ 上且 $\overline{AP}:\overline{PB}=3:1$

∴　$P=\dfrac{3B+1A}{3+1}=\dfrac{3(2,2)+(0,0)}{4}=\dfrac{(6,6)}{4}=\left(\dfrac{3}{2},\dfrac{3}{2}\right)$

故 $m=\dfrac{3}{2}$，$n=\dfrac{3}{2}$，則 $m+n=\dfrac{3}{2}+\dfrac{3}{2}=3$

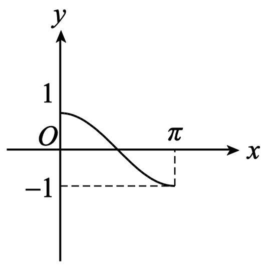
(　　　) 20.已知 $0\le\alpha$、$\beta\le\pi$。下列各選項中，何者恆為正確？　(A)若 $\cos\alpha=\cos\beta$，則 $\alpha=\beta$　(B)若 $\cos(\alpha-\beta)=0$，則 $\alpha=\beta$　(C)

若 $\sin\alpha=\sin\beta$ ，則 $\alpha=\beta$ (D)若 $\sin(\alpha-\beta)=0$，則 $\alpha=\beta$

【100 年歷屆試題.】

解答 A

解析 (A)當 $0\le x\le\pi$ 時，$y=\cos x$ 的圖形如下



為 1 對 1 函數，即 $\cos\alpha=\cos\beta \quad\Rightarrow\quad \alpha=\beta$

(B)反例：$\cos(\frac{5}{6}\pi-\frac{2}{6}\pi)=\cos\frac{1}{2}\pi=0$ ，但 $\frac{5}{6}\pi\ne\frac{2}{6}\pi$

(C)反例：$\sin\frac{\pi}{3}=\sin\frac{2}{3}\pi$ ，但 $\frac{\pi}{3}\ne\frac{2}{3}\pi$

(D)反例：$\sin(\pi-0)=\sin\pi=0$，但 $\pi\ne0$

( ) 21.若 $f(x)=\sec^2\frac{x}{2}+\csc^2\frac{x}{2}$ 的週期為 P ，求 P 之值為 (A) $\frac{\pi}{2}$ (B) π (C) 2π (D) π^2

【105 年歷屆試題.】

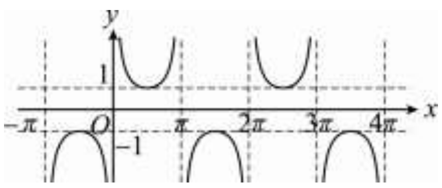
解答 B

解析 $f(x)=\sec^2\frac{x}{2}+\csc^2\frac{x}{2}=\frac{1}{\cos^2\frac{x}{2}}+\frac{1}{\sin^2\frac{x}{2}}=\frac{\sin^2\frac{x}{2}+\cos^2\frac{x}{2}}{\sin^2\frac{x}{2}\cos^2\frac{x}{2}}$

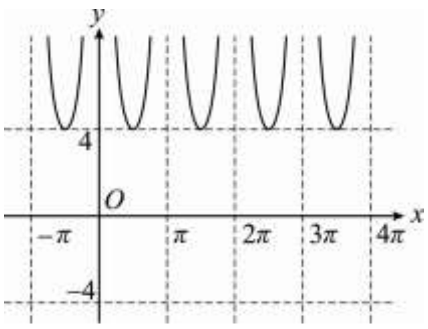
$$=\frac{1}{\sin^2\frac{x}{2}\cos^2\frac{x}{2}}=\left(\frac{1}{\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}}\right)^2=\left(\frac{2}{2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}}\right)^2=\left(\frac{2}{\sin x}\right)^2$$

$$=(2\csc x)^2=4\csc^2 x$$

而 $y=\csc x$ 的圖形如下：



則 $y=4\csc^2 x$ 的圖形如下：



故 $f(x)$ 的週期 $P=\pi$

( ) 22.設 θ、k 為實數，若 $\sin\theta$ 和 $\cos\theta$ 為方程式 $3x^2+2x+k=0$ 之兩根，則 $k=$ (A) $-\frac{5}{6}$ (B) $-\frac{5}{12}$ (C) $\frac{5}{6}$ (D) $\frac{5}{12}$

【095 年歷屆試題.】

解答 A

解析 $\because$ $\sin\theta$、$\cos\theta$ 為 $3x^2+2x+k=0$ 之兩根

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin\theta+\cos\theta=-\dfrac{2}{3}\cdots① \\ \sin\theta\cos\theta=\dfrac{k}{3}\cdots② \end{cases}$$

由①兩邊平方得$\sin^2\theta+2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta=\dfrac{4}{9}$

$\Rightarrow \quad 1+2\sin\theta\cos\theta=\dfrac{4}{9}\cdots③$

②代入③得$1+2\times\dfrac{k}{3}=\dfrac{4}{9} \quad \Rightarrow \quad \dfrac{2k}{3}=-\dfrac{5}{9}$

$\therefore \quad k=-\dfrac{5}{6}$

(　　　) 23.設 θ 為實數，若$\sin\theta+\cos\theta=\dfrac{1}{3}$，則 $\tan\theta+\cot\theta=$ (A)$-\dfrac{5}{4}$ (B)$-\dfrac{9}{4}$ (C)$\dfrac{5}{4}$ (D)$\dfrac{9}{4}$

【094 年歷屆試題.】

解答 B

解析 $\because \quad \sin\theta+\cos\theta=\dfrac{1}{3} \quad \Rightarrow \quad (\sin\theta+\cos\theta)^2=(\dfrac{1}{3})^2$

$\Rightarrow \quad 1+2\sin\theta\cos\theta=\dfrac{1}{9} \quad \Rightarrow \quad \sin\theta\cos\theta=-\dfrac{4}{9}$

$\therefore \quad \tan\theta+\cot\theta=\dfrac{1}{\sin\theta\cos\theta}=-\dfrac{9}{4}$

(　　　) 24.下列各三角函數值，何者數值最小？ (A)$\sin 885°$ (B)$\cos(-430°)$ (C)$\tan 131°$ (D)$\sin(-2010°)$

【099 年歷屆試題.】

解答 C

解析 $\sin 885°=\sin(2\times 360°+165°)=\sin 165°=\sin(180°-15°)=\sin 15°>0$

$\cos(-430°)=\cos 430°=\cos(360°+70°)=\cos 70°>0$

$\tan 131°=\tan(180°-49°)=-\tan 49°<0$

$\sin(-2010°)=\sin(-6\times 360°+150°)=\sin 150°=\sin(180°-30°)=\sin 30°>0$

由上可知 $\tan 131°$的值最小

(　　　) 25.設三角形的三邊長為7、24、25，其內切圓半徑為r，外接圓半徑為R，求$\dfrac{r}{R}=$ (A)0.12 (B)0.24 (C)0.25 (D)0.48【106 年歷屆試題.】

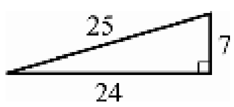
解答 B

解析 (1)三角形的面積：

$\because \quad 7^2+24^2=25^2$

$\therefore$ 此三角形為直角三角形

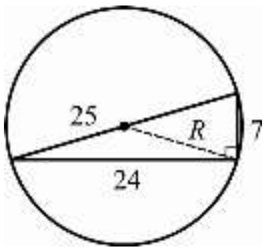
面積為$\dfrac{1}{2}\times 24\times 7=84$



(2)三角形的外接圓半徑R：

由正弦定理可知：

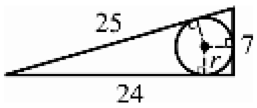
$\dfrac{25}{\sin 90°}=2R \quad \Rightarrow \quad \dfrac{25}{1}=2R \quad \Rightarrow \quad R=\dfrac{25}{2}$



(3)三角形的內切圓半徑 r ：

令 $s=\frac{1}{2}\times(7+24+25)=28$

三角形面積 $=rs \quad\Rightarrow\quad 84=r\times 28 \quad\Rightarrow\quad r=3$



由(2)和(3)可知：

$$\frac{r}{R}=\frac{3}{\frac{25}{2}}=\frac{6}{25}=0.24$$