0929 數學第一冊　　班級　　　　姓名　　　　　座號

一、單選題 (25 題 每題 4 分 共 100 分)

(　　　) 1.設 $0\le\theta\le\pi$，且 $2\sin^2\theta+11\cos\theta-7=0$，則 $\theta=$ (A)$\frac{\pi}{6}$ (B)$\frac{\pi}{3}$ (C)$\frac{2}{3}\pi$ (D)$\frac{3}{4}\pi$

【093 年歷屆試題.】

解答　B

解析　$2\sin^2\theta+11\cos\theta-7=0 \Rightarrow 2(1-\cos^2\theta)+11\cos\theta-7=0$

$\Rightarrow 2\cos^2\theta-11\cos\theta+5=0 \Rightarrow (2\cos\theta-1)(\cos\theta-5)=0$

$\Rightarrow \cos\theta=\frac{1}{2}$（$\because -1\le\cos\theta\le 1$）

又 $0\le\theta\le\pi$　$\therefore \theta=\frac{\pi}{3}$

(　　　) 2.若數線上 $A(x)$ 到 $B(3)$ 的距離為 5，則 x 到原點的距離為 (A)9 或 3 (B)8 或 2 (C)7 或 3 (D)6 或 2

【隨堂講義補充題.】

解答　B

解析　$|x-3|=5 \Rightarrow x-3=\pm5 \Rightarrow x=8$ 或 -2

所求 $=|x-0|=8$ 或 2

(　　　) 3.設 $A(2,-3)$，$B(4,1)$，則 $|\overrightarrow{AB}|=$ (A)$\sqrt{10}$ (B)$\sqrt{5}$ (C)$2\sqrt{5}$ (D)$2\sqrt{10}$

【龍騰自命題.】

解答　C

解析　$\because \overrightarrow{AB}=(4-2,1+3)=(2,4)$　$\therefore$

$|\overrightarrow{AB}|=\sqrt{2^2+4^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$

$\therefore$ 選(C)

(　　　) 4.已知 L_1、L_2 為與直線 $3x+4y=0$ 平行的二直線。若 L_1 過點 $(-29,23)$，L_2 過點 $(31,23)$，則此二平行線間的距離為何？ (A)23 (B)36 (C)48 (D)60

【102 年歷屆試題.】

解答　B

解析　設 L_1：$3x+4y+k_1=0$，L_2：$3x+4y+k_2=0$

$\because$ L_1 過點 $(-29,23)$　$\therefore$ $3\times(-29)+4\times23+k_1=0$

$\Rightarrow k_1=-5$

$\because$ L_2 過點 $(31,23)$　$\therefore$ $3\times31+4\times23+k_2=0 \Rightarrow$

$k_2=-185$

則 L_1：$3x+4y-5=0$，L_2：$3x+4y-185=0$

因此二平行線 L_1、L_2 間的距離

$$d(L_1,L_2)=\frac{|-5-(-185)|}{\sqrt{3^2+4^2}}=\frac{180}{5}=36$$

(　　　) 5.若 $f(x)=1+\sin(2x)+4(\sin x+\cos x)$，則 $f(x)$ 的最小值為何？ (A)-8 (B)-4 (C)$2-4\sqrt{2}$ (D)$2+4\sqrt{2}$

【097 年歷屆試題.】

解答　C

解析　令 $\sin x+\cos x=t$，其中 $-\sqrt{2}\le t\le\sqrt{2}$ $\Rightarrow$ $(\sin x+\cos x)^2=t^2$

$\Rightarrow \sin^2x+2\sin x\cos x+\cos^2x=t^2 \Rightarrow 1+2\sin x\cos x=t^2$

$\Rightarrow 2\sin x\cos x=t^2-1$

原式：$f(x)=1+\sin(2x)+4(\sin x+\cos x)=1+2\sin x\cos x+4(\sin x+\cos x)$

$\Rightarrow f(t)=1+(t^2-1)+4t=t^2+4t=(t^2+4t+4)-4=(t+2)^2-4$

又 $-\sqrt{2}\le t\le\sqrt{2}$

$\therefore$ 當 $t=-\sqrt{2}$ 時

$f(t)=f(-\sqrt{2})=(-\sqrt{2}+2)^2-4=(2-4\sqrt{2}+4)-4=2-4\sqrt{2}$ 為最小值

故 $f(x)$ 的最小值為 $2-4\sqrt{2}$

(　　　) 6.設 $A(2,5)$、$B(4,3)$、$C(5,1)$ 為坐標平面上之三點，若 $\overrightarrow{AB}$ 在 $\overrightarrow{AC}$ 上的正射影為 $\overrightarrow{AD}$，則 $|\overrightarrow{AD}|:|\overrightarrow{AC}|=$ (A)7:5 (B)14:5 (C)7:25 (D)14:25

【095 年歷屆試題.】

解答　D

解析　$\because$ $A(2,5)$、$B(4,3)$、$C(5,1)$ $\Rightarrow$ $\overrightarrow{AB}=(2,-2)$，

$\overrightarrow{AC}=(3,-4)$

$\overrightarrow{AB}$ 在 $\overrightarrow{AC}$ 上的正射影為 $\overrightarrow{AD}=(\frac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AC}|^2})\overrightarrow{AC}$

$\therefore$

$|\overrightarrow{AD}|:|\overrightarrow{AC}|=|\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}|:|\overrightarrow{AC}|^2=|2\cdot3+(-2)(-4)|:(3^2+(-4)^2)=$

(　　　) 7.$A(1,3)$，$B(-2,3+3\sqrt{3})$，$|\overrightarrow{AB}|=$ (A)-6 (B)6 (C)$3\sqrt{2}$ (D)$2\sqrt{3}$

【龍騰自命題.】

解答　B

(　　　) 8.設 $\frac{\pi}{6}\le x\le\frac{7\pi}{6}$，若 $f(x)=\cos^2x-\sin x+1$ 之最大、最小值分別為 M 及 m，則 $M+2m=$ (A)$\frac{9}{4}$ (B)$\frac{7}{4}$ (C)2 (D)1

【龍騰自命題.】

解答　A

解析　$f(x)=\cos^2x-\sin x+1=1-\sin^2x-\sin x+1$

$=-(\sin x+\frac{1}{2})^2+\frac{9}{4}$

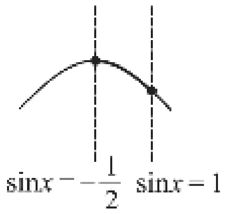
$\because\ \frac{\pi}{6}\le x\le\frac{7}{6}\pi \Rightarrow -\frac{1}{2}\le \sin x\le 1$

（如圖所示）

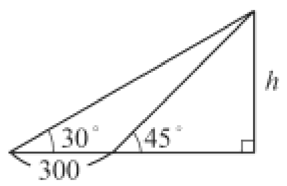
(1) $\sin x=-\frac{1}{2}$ 時，$M=\frac{9}{4}$

(2) $\sin x=1$ 時，$m=0$

$\therefore\ M+2m=\frac{9}{4}$



(　　) 9.如圖，h 值為



(A) $150(\sqrt{3}+1)$　(B) $100\sqrt{3}$　(C) $200(\sqrt{3}+\sqrt{2})$　(D) $100(\sqrt{6}+\sqrt{2})$

【龍騰自命題.】

解答　A

解析　$h^2+(h+300)^2=(2h)^2 \Rightarrow h^2+h^2+600h+90000=4h^2$

$\therefore\ 2h^2-600h-90000=0$

$h^2-300h-45000=0$

$h-150=\pm150\sqrt{3}$（負不合）

$\therefore\ h=150+150\sqrt{3}=150(\sqrt{3}+1)$

(　　) 10.已知二向量 $\vec{a}=(-2,4)$，$\vec{b}=(1,2)$，則 $|\vec{a}-3\vec{b}|$ 等於　(A) $\sqrt{29}$　(B) $2\sqrt{7}$　(C) 29　(D) 28

【龍騰自命題.】

解答　A

解析　$\because$

$\vec{a}-3\vec{b}=(-2,4)-3\times(1,2)=(-2,4)-(3,6)=(-5,-2)$

$\therefore\ |\vec{a}-3\vec{b}|=\sqrt{(-5)^2+(-2)^2}=\sqrt{29}$

(　　) 11.設二次函數 $f(x)$ 滿足 $f(0)=f(1)=3$，$f(-1)=1$，則 $f(-2)=$　(A) -3　(B) -2　(C) -1　(D) 0

【隨堂講義補充題.】

解答　A

解析　設 $f(x)=ax^2+bx+c$

$$\begin{cases} f(0)=3 \\ f(1)=3 \\ f(-1)=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c=3 \\ a+b+c=3 \\ a-b+c=1 \end{cases}$$

$\Rightarrow a=-1$，$b=1$，$c=3$

$\therefore\ f(x)=-x^2+x+3$

$\Rightarrow f(-2)=-4-2+3=-3$

(　　) 12.若函數 $f(x)=2x^2+ax+b$ 的圖形過點 $(2,0)$，且頂點在 x 軸上，則數對 $(a,b)=$　(A) $(8,8)$　(B) $(8,-8)$　(C) $(-8,8)$　(D) $(-8,-8)$

【隨堂講義補充題.】

解答　C

解析　$f(2)=0 \Rightarrow 8+2a+b=0 \Rightarrow b=-2a-8$

$\therefore\ f(x)=2x^2+ax-2a-8=2\left(x+\frac{a}{4}\right)^2-2a-8-\frac{a^2}{8}$

$\because$ 頂點 $\left(-\frac{a}{4},-2a-8-\frac{a^2}{8}\right)$ 在 x 軸上

$\therefore\ -2a-8-\frac{a^2}{8}=0 \Rightarrow a^2+16a+64=0$

$\Rightarrow a=-8 \Rightarrow b=16-8=8$

$(a,b)=(-8,8)$

(　　) 13.有關二次函數 $f(x)=x^2+2x-7$ 的敘述何者錯誤？
(A)圖形開口向上　(B)圖形的最高點為 $(-1,-8)$　(C)有最小值 $f(-1)=-8$　(D)圖形的對稱軸為 $x+1=0$

【龍騰自命題.】

解答　B

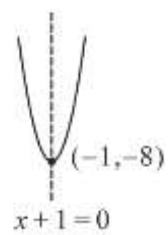
解析　$f(x)=x^2+2x-7$

(A) $a=1>0$　$\therefore$ 開口向上

(B) $f(x)=(x^2+2x+1)-1-7=(x+1)^2-8$　$\therefore$ 最低點為 $(-1,-8)$

(C)最小值 $f(-1)=-8$

(D)對稱軸：$x+1=0$



(　　) 14.若 $A(2,-\sqrt{3})$、$B(-1,2\sqrt{3})$，則 $\overrightarrow{AB}$ 的方向角為　(A) $45°$　(B) $60°$　(C) $90°$　(D) $120°$

【隨堂講義補充題.】

解答　D

解析　令 $\overrightarrow{AB}$ 的方向角為 θ

$\overrightarrow{AB}=\left(-1-2,2\sqrt{3}-\left(-\sqrt{3}\right)\right)=\left(-3,3\sqrt{3}\right)$

$\left|\overrightarrow{AB}\right|=\sqrt{(-3)^2+\left(3\sqrt{3}\right)^2}=6$

$\because\ \cos\theta=\frac{-3}{6}=-\frac{1}{2}$，$\sin\theta=\frac{3\sqrt{3}}{6}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore\ \theta=120°$

(　　) 15.某人離一棵樹 20 公尺，且由地面上測得樹頂的仰角為

30°，則樹高為　(A)10 公尺　(B)20 公尺　(C)$\frac{20\sqrt{3}}{3}$ 公尺　(D)$\frac{40}{3}$ 公尺

【龍騰自命題.】

解答　C

(　　) 16.一直線 L_1 過 $(2,3)$、$(3,-1)$ 兩點，另一直線 L_2 過 $(-3,2)$ 且與 L_1 垂直，則 L_2 的方程式為　(A) $x-4y+11=0$　(B) $x+4y-5=0$　(C) $4x-y+14=0$　(D) $4x+y+10=0$

【隨堂講義補充題.】

解答　A

解析　$m_{L_1}=\frac{3-(-1)}{2-3}=-4$

$\because\ L_1\perp L_2\quad\therefore\ m_{L_1}\times m_{L_2}=-1\ \Rightarrow\ m_{L_2}=\frac{1}{4}$

$L_2: y-2=\frac{1}{4}\left(x-(-3)\right)\ \Rightarrow\ x-4y+11=0$

(　　) 17. $y=\sec 2x$ 的週期和下列何者相同？　(A) $y=\tan x$　(B) $y=\sin x$　(C) $y=\cos\frac{x}{2}$　(D) $y=\cot 2x$

【隨堂測驗.】

解答　A

解析　$y=\sec 2x$ 之週期為 $\frac{2\pi}{|2|}=\pi$

(A)之週期為 π

(B)之週期為 2π

(C)之週期為 $\frac{2\pi}{|\frac{1}{2}|}=4\pi$

(D)之週期為 $\frac{\pi}{|2|}=\frac{\pi}{2}$

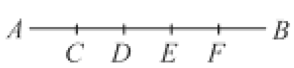
(　　) 18. $\sin^2 45°+\cos^2 45°+\tan^2 70°-\sec^2 70°=$　(A)0　(B)1　(C)2　(D)$\frac{2}{3}$　(E)-1

【課本練習題-自我評量.】

解答　A

解析　原式 $=(\sin^2 45°+\cos^2 45°)+(\tan^2 70°-\sec^2 70°)=1+(-1)=0$

(　　) 19.如圖，



C、D、E、F 將 $\overline{AB}$ 五等分，若 $\overrightarrow{CE}=y\overrightarrow{BD}$，則 $y=$

(A)$-\frac{3}{2}$　(B)$-\frac{2}{3}$　(C)$\frac{2}{3}$　(D)$\frac{3}{2}$

【龍騰自命題.】

解答　B

(　　) 20.若 $\vec{a}=(-2,-1)$，$\vec{b}=\left(\frac{1}{3},0\right)$，$\vec{c}=(0,-3)$，$\vec{d}=(5,-7)$，則 $\vec{a}+3\vec{b}-2\vec{c}-\vec{d}=$　(A)$(6,12)$　(B)$(-6,12)$　(C)$(6,-12)$　(D)$(-6,-12)$

【隨堂講義補充題.】

解答　B

解析　$\vec{a}+3\vec{b}-2\vec{c}-\vec{d}=(-2,-1)+(1,0)-(0,-6)-(5,-7)$

$=\left(-2+1-0-5,-1+0-(-6)-(-7)\right)$

$=(-6,12)$

(　　) 21.不論 a 為任何實數，直線$(2+a)x+(1+4a)y+3-2a=0$ 恆過下列哪一定點？　(A)(1,2)　(B)$(-2,1)$　(C)(2,0)　(D)(1,1)

【龍騰自命題.】

解答　B

解析　$(2+a)x+(1+4a)y+3-2a=0\ \Rightarrow\ (2x+y+3)+a(x+4y-2)=0$

$\Rightarrow\ \begin{cases}2x+y+3=0\cdots① \\ x+4y-2=0\cdots②\end{cases}$　② × 2 − ①得 $7y-7=0\ \Rightarrow$

$y=1$ 代入②

得 $x=-2$　$\therefore$　必過點$(-2,1)$

(　　) 22.若$|\vec{a}|=2$，$|\vec{b}|=3$，$|\vec{c}|=5$，且 $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{0}$，則$|2\vec{a}+3\vec{b}+4\vec{c}|=$　(A)4　(B)5　(C)6　(D)7

【龍騰自命題.】

解答　D

解析　$\because\ \vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{0}$

$\therefore\ 2\vec{a}+3\vec{b}+4\vec{c}=\vec{b}+2\vec{c}$

$\Rightarrow\ \vec{b}+\vec{c}=-\vec{a}\ \Rightarrow\ |\vec{b}+\vec{c}|^2=|-\vec{a}|^2$

$\Rightarrow\ |\vec{b}|^2+2\vec{b}\cdot\vec{c}+|\vec{c}|^2=|\vec{a}|^2\ \Rightarrow$

$3^2+2\vec{b}\cdot\vec{c}+5^2=2^2$

$\Rightarrow\ \vec{b}\cdot\vec{c}=-15$

$\therefore\ |2\vec{a}+3\vec{b}+4\vec{c}|^2=|\vec{b}+2\vec{c}|^2$

$=|\vec{b}|^2+4\vec{b}\cdot\vec{c}+4|\vec{c}|^2=3^2+4\times(-15)+4\times 5^2=49$

$\therefore\ |2\vec{a}+3\vec{b}+4\vec{c}|=7$

(　　) 23.已知三角形的三邊長為 5、6、7，則此三角形內切圓的半徑等於　(A) $\frac{2}{3}\sqrt{6}$　(B) $\frac{3}{2}\sqrt{6}$　(C) $3\sqrt{6}$　(D) $6\sqrt{6}$

【龍騰自命題.】

解答　A

解析　$s=\frac{5+6+7}{2}=9$　∴　△面積

$=\sqrt{9\times(9-5)(9-6)(9-7)}=6\sqrt{6}$

又△面積 $=r\times s=9r=6\sqrt{6}$　∴　$r=\frac{2}{3}\sqrt{6}$

(　　) 24.平面上有三點 $A(1,-1)$、$B(-2,3)$、$C(-1,2)$，若 $2\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=(a,b)$，求 $a+b$ 之值為　(A) 1　(B) 2　(C) 3　(D) 4

【隨堂測驗.】

解答　A

解析　$\overrightarrow{AB}=(-2-1,3-(-1))=(-3,4)$

$\overrightarrow{AC}=(-1-1,2-(-1))=(-2,3)$

$2\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=2(-3,4)-(-2,3)=(-6,8)-(-2,3)=(-4,5)$

∴　$a=-4$、$b=5$

∴　$a+b=1$

(　　) 25.已知三角形的三邊長分別為 3 公分、3 公分、4 公分，則此三角形之外接圓半徑為何？　(A) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$　(B) $\frac{3\sqrt{5}}{5}$　(C) $\frac{7\sqrt{5}}{10}$　(D) $\frac{9\sqrt{5}}{10}$　【104 年歷屆試題.】

解答　D

解析　設外接圓的半徑為 R，

$s=\frac{1}{2}(3+3+4)=5$

$\triangle ABC$ 的面積 $=\sqrt{5(5-3)(5-3)(5-4)}=2\sqrt{5}$

又 $\triangle ABC$ 的面積 $=\frac{3\times3\times4}{4R}=\frac{9}{R}$

則 $\frac{9}{R}=2\sqrt{5}$　$\Rightarrow$　$R=\frac{9}{2\sqrt{5}}=\frac{9\sqrt{5}}{10}$