0928 第一冊 班級　　姓名　　　　座號

一、單選題 (25 題 每題 4 分 共 100 分)

(　　) 1.若 $\tan\alpha$、$\tan\beta$ 為 $x^2-3x-7=0$ 的兩根，則 $\tan(\alpha+\beta)=$

(A) $-\dfrac{1}{2}$　(B) $-\dfrac{3}{8}$　(C) $\dfrac{3}{8}$　(D) $\dfrac{3}{7}$

【092 年歷屆試題.】

解答　C

解析　$\because$ $\tan\alpha$、$\tan\beta$ 為 $x^2-3x-7=0$ 的兩根

$$\Rightarrow \begin{cases}\tan\alpha+\tan\beta=3\\ \tan\alpha\tan\beta=-7\end{cases}$$

$$\therefore\quad \tan(\alpha+\beta)=\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}=\frac{3}{1-(-7)}=\frac{3}{8}$$

(　　) 2.設直線 $2x+y=11$ 與拋物線 $y=x^2-4$ 在第二象限的交點為 A，在第一象限的交點為 B，若線段 $\overline{AB}$ 上一點 P 滿足 $\overline{AP}:\overline{BP}=2:1$，則 P 點坐標為何？　(A) $\left(\dfrac{1}{3},\dfrac{31}{3}\right)$

(B) $(-2,26)$　(C) $(-1,13)$　(D) $\left(\dfrac{-7}{3},\dfrac{47}{3}\right)$

【106 年歷屆試題.】

解答　A

解析　(1)先求交點 A、B：

直線 $2x+y=11$　$\Rightarrow$　$y=-2x+11$

而拋物線 $y=x^2-4$

令 $x^2-4=-2x+11$　$\Rightarrow$　$x^2+2x-15=0$

$\Rightarrow$　$(x+5)(x-3)=0$　$\Rightarrow$　$x=-5$ 或 3

當 $x=-5$ 時，$y=-2\times(-5)+11=21$

當 $x=3$ 時，$y=-2\times3+11=5$

$\because$ 交點 A 在第二象限，交點 B 在第一象限

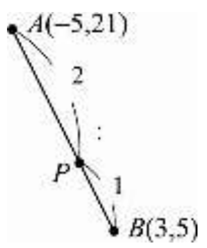
$\therefore$ 點 A 的坐標為 $(-5,21)$，點 B 的坐標為 $(3,5)$

(2)求線段 $\overline{AB}$ 上的點 P：

$\because$ $\overline{AP}:\overline{BP}=2:1$

$\therefore$ P 點坐標為

$$\left(\frac{2\times3+1\times(-5)}{2+1},\frac{2\times5+1\times21}{2+1}\right)=\left(\frac{1}{3},\frac{31}{3}\right)$$



(　　) 3.已知直線 L 過點(1,5)，且垂直於直線 $2x-3y+6=0$，則 L 與 x 軸的交點坐標為何？　(A) $(\dfrac{-13}{2},0)$

(B) $(\dfrac{-7}{3},0)$　(C) $(\dfrac{13}{3},0)$　(D) $(\dfrac{17}{2},0)$

【091 年歷屆試題.】

解答　C

解析　由題目中，$L\perp 2x-3y+6=0$

故可設 $L:3x+2y+k=0$

L 過點(1,5)代入：

$3\times1+2\times5+k=0$　$\Rightarrow$　$13+k=0$　$\Rightarrow$　$k=-13$

得 $L:3x+2y-13=0$

L 與 x 軸之交點令為$(x,0)$

$y=0$ 代入 $L:3x+0-13=0$　$\Rightarrow$　$x=\dfrac{13}{3}$

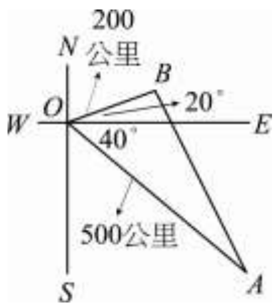
(　　) 4.中央氣象局在 25 小時期間，測得颱風中心位置由花蓮市東 40°南的 500 公里處，直線移動到花蓮市東 20°北的 200 公里處，則此颱風移動的平均時速為多少公里？

(A)19　(B) $\sqrt{19}$　(C) $4\sqrt{19}$　(D) $5\sqrt{19}$　(E) $6\sqrt{19}$

【課本練習題-自我評量.】

解答　C

解析　根據題意繪圖如下



在△ABO 中

$$\overline{AB}^2=\overline{OA}^2+\overline{OB}^2-2\overline{OA}\times\overline{OB}\times\cos60°$$

$$=500^2+200^2-2\times500\times200\times\frac{1}{2}=190000$$

得 $\overline{AB}=100\sqrt{19}$

平均時速為 $100\sqrt{19}\div25=4\sqrt{19}$ 公里

(　　) 5.通過 $A(3,-4)$、$B(3,7)$兩點的直線方程式為　(A) $x=3$

(B) $y=11$　(C) $x+y+1=0$　(D) $3x-y-2=0$　(E) $x=y$

【課本練習題-自我評量.】

解答　A

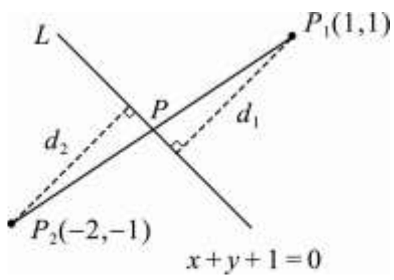
解析　$\because$ $A(3,-4)$、$B(3,7)$兩點的 x 坐標相同　$\therefore$ 直線 AB 的方程式為 $x=3$

(　　) 6.設 $P_1(1,1)$、$P_2(-2,-1)$，且直線 L：$x+y+1=0$ 與 $\overline{P_1P_2}$ 交於點 P，則 $\overline{P_1P}:\overline{P_2P}=$　(A)1：1　(B)3：2　(C)2：1　(D)2：3

【龍騰自命題.】

解答　B

解析　$\overline{P_1P}:\overline{PP_2}=d_1:d_2=\dfrac{|1+1+1|}{\sqrt{2}}:\dfrac{|-2-1+1|}{\sqrt{2}}=3:2$



(　　) 7.若 L_1：$8x-15y+20=0$ 與 L_2：$4x+my-7=0$ 平行，

則此兩直線距離為 (A)$\frac{3}{2}$ (B)2 (C)$\frac{40}{17}$ (D)$\frac{45}{17}$

【龍騰自命題.】

解答 B

解析 ∵ $L_1:8x-15y+20=0$ 與 $L_2:4x+my-7=0$ 平行

$\Rightarrow \frac{8}{15}=-\frac{4}{m}$（斜率相等） $\Rightarrow m=-\frac{15}{2}$

即 $L_2:4x-\frac{15}{2}y-7=0 \Rightarrow L_2:8x-15y-14=0$

∴ 兩平行線距離 $d=\frac{|20-(-14)|}{\sqrt{8^2+(-15)^2}}=\frac{34}{17}=2$

(　　) 8.△ABC 中，已知 $a=20$，$b=30$，$\angle A=100°$，則此三角形為 (A)不存在 (B)直角三角形 (C)等腰三角形 (D)等腰直角三角形

【龍騰自命題.】

解答 A

解析 依據正弦定理 $\frac{20}{\sin 100°}=\frac{30}{\sin B}$，則 $\sin B$ 應該要大於 $\sin 100°$，即 $\angle A+\angle B$ 超過 180°

∴ △ABC 不存在

(　　) 9.下列何組不為同界角？ (A)300°，$-60°$ (B)700°，20° (C)$-3565°$，35° (D)2，$2-2\pi$

【龍騰自命題.】

解答 B

解析 $\theta_1-\theta_2=360°\times n$　$n\in\mathbb{Z}$ $\Leftrightarrow$ θ_1、θ_2 為同界角

$700°-20°=680°\neq 360°\times n$　$n\in\mathbb{Z}$　∴ 不為同界角

(　　) 10.設 $a=\sin 1$、$b=\sin 2$、$c=\sin 3$，則 a、b、c 大小順序為 (A)$b>a>c$ (B)$a>b>c$ (C)$b>c>a$ (D)$c>b>a$

【龍騰自命題.】

解答 A

解析 $a=\sin 1 \fallingdotseq \sin 57°$

$b=\sin 2 \fallingdotseq \sin 114°=\sin(180°-66°)=\sin 66°$

$c=\sin 3 \fallingdotseq \sin 171°=\sin(180°-9°)=\sin 9°$

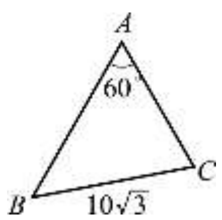
∴ $b>a>c$

(　　) 11.△ABC 中，$\overline{BC}=10\sqrt{3}$ 且 $\angle A=60°$，則△ABC 之外接圓半徑為 (A)$5\sqrt{3}$ (B)$4\sqrt{6}$ (C)15 (D)10

【龍騰自命題.】

解答 D

解析 $\frac{10\sqrt{3}}{\sin 60°}=2R \Rightarrow R=10$



(　　) 12.設 $\pi<\theta<\frac{3}{2}\pi$，若 x 的方程式 $x^2-(\tan\theta+\cot\theta)x+1=0$ 有一根為 $2-\sqrt{3}$，則 $\sin\theta+\cos\theta=$ (A)$\frac{\sqrt{6}}{2}$ (B)$\frac{\sqrt{3}}{2}$ (C)$-\frac{\sqrt{6}}{2}$ (D)$-\frac{\sqrt{3}}{2}$

【龍騰自命題.】

解答 C

解析 $\pi<\theta<\frac{3\pi}{2}$，令另一根為 α

$\alpha+2-\sqrt{3}=\tan\theta+\cot\theta$

$\alpha\times(2-\sqrt{3})=1 \Rightarrow \alpha=\frac{1}{2-\sqrt{3}}=2+\sqrt{3}$

∴ $\tan\theta+\cot\theta=4=\frac{1}{\sin\theta\cos\theta}$

∴ $(\sin\theta+\cos\theta)^2=1+2\cos\theta\sin\theta=1+2\times\frac{1}{4}=\frac{3}{2}$

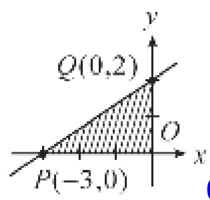
∴ $\sin\theta+\cos\theta=-\frac{\sqrt{6}}{2}$

(　　) 13.坐標平面上，$P(-3,0)$，$Q(0,2)$，則下列敘述何者錯誤？ (A)$\overline{PQ}=\sqrt{13}$ (B)$\overline{PQ}$ 中點為 $(-\frac{3}{2},1)$ (C)$\overleftrightarrow{PQ}$ 不過第三象限 (D)$\overleftrightarrow{PQ}$ 與兩坐標軸所圍之三角形區域面積為 3

【龍騰自命題.】

解答 C

解析



(A) $\overline{PQ}=\sqrt{(-3-0)^2+(0-2)^2}=\sqrt{9+4}=\sqrt{13}$

(B) $\overline{PQ}$ 中點坐標為 $(\frac{-3+0}{2},\frac{0+2}{2})=(-\frac{3}{2},1)$

(C) $\overleftrightarrow{PQ}$ 之圖形如上，可知 $\overleftrightarrow{PQ}$ 不過第四象限

(D)△面積 $=\frac{1}{2}\times 3\times 2=3$

(　　) 14.設 $f(\theta)=3\cos\theta+4\sin\theta+5$ 的極大值為 M，極小值為 m，則 (A)$M=5$ (B)$M=12$ (C)$m=-5$ (D)$m=0$

【龍騰自命題.】

解答 D

解析

$f(\theta)=3\cos\theta+4\sin\theta+5=5(\frac{3}{5}\cos\theta+\frac{4}{5}\sin\theta)+5=5\sin(\theta+\phi)+$

$-1\le\sin(\theta+\phi)\le 1 \Rightarrow -5\le 5\sin(\theta+\phi)\le 5 \Rightarrow 0\le 5\sin(\theta+\phi)+5\le 10$

$\therefore$ 極大值 $M=10$，極小值 $m=0$

(　　)15.有關二次函數 $f(x)=x^2+2x-7$ 的敘述何者錯誤？ (A)圖形開口向上 (B)圖形的最高點為$(-1,-8)$ (C)有最小值 $f(-1)=-8$ (D)圖形的對稱軸為 $x+1=0$

【龍騰自命題.】

解答　B

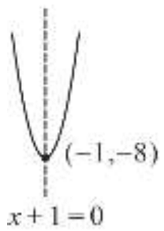
解析　$f(x)=x^2+2x-7$

(A)$a=1>0$ $\therefore$ 開口向上

(B)$f(x)=(x^2+2x+1)-1-7=(x+1)^2-8$ $\therefore$ 最低點為$(-1,-8)$

(C)最小值 $f(-1)=-8$

(D)對稱軸：$x+1=0$



(　　)16.設過點(2,3)作一直線方程式為 $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$（$a<0$，$b>0$），此直線與坐標軸相交，圍成一個面積為 3 的三角形，則 $a+2b$ 之值等於 (A)$-2+2\sqrt{5}$ (B)$-3+2\sqrt{5}$ (C)$-4+2\sqrt{5}$ (D)$-5+2\sqrt{5}$

【龍騰自命題.】

解答　C

解析　如圖所示：

$L:\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$ 之 x 截距為 a，y 截距為 b

則 L 與兩坐標軸所圍成之三角形面積為 $\frac{1}{2}|ab|=3$

又 $a<0$，$b>0 \Rightarrow ab=-6\cdots$①

$\because$ L 過點(2,3) $\Rightarrow \frac{2}{a}+\frac{3}{b}=1$

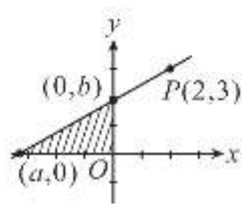
$\Rightarrow 3a+2b=ab \Rightarrow 3a+2b=-6\cdots$②

由①知：$b=-\frac{6}{a}\cdots$③

③代入②得 $3a-\frac{12}{a}=-6$

$\Rightarrow a^2+2a-4=0 \Rightarrow a=-1-\sqrt{5}$（$\because$ $a<0$）

由②知：$a+2b=-6-2a=-6-2(-1-\sqrt{5})=-4+2\sqrt{5}$



(　　)17.平面坐標中，$A(2,5)$、$B(-6,-1)$、$C(1,-2)$，若 $ABCD$ 為平行四邊形，則 D 點的坐標為 (A)$(-5,6)$ (B)$(9,4)$ (C)$(-7,8)$ (D)$(\frac{9}{2},2)$ (E)$(-\frac{5}{2},3)$

【課本練習題-自我評量.】

解答　B

解析　平行四邊形的對角線互相平分

$\therefore$ $\overline{AC}$ 的中點 $=\overline{BD}$ 的中點

設 D 點坐標為(x,y)

$\Rightarrow (\frac{2+1}{2},\frac{5-2}{2})=(\frac{-6+x}{2},\frac{-1+y}{2}) \Rightarrow (x,y)=(9,4)$

(　　)18.如圖，有向角 $\theta=$

(A)$-310°$ (B)$-50°$ (C)$50°$ (D)$310°$

【隨堂講義補充題.】

解答　A

解析　$360°-50°=310°$

$\because$ 逆時針方向 $\therefore$ $\theta=-310°$

(　　)19.若 $\overrightarrow{a}=(-2,-1)$，$\overrightarrow{b}=\left(\frac{1}{3},0\right)$，$\overrightarrow{c}=(0,-3)$，$\overrightarrow{d}=(5,-7)$，則 $\overrightarrow{a}+3\overrightarrow{b}-2\overrightarrow{c}-\overrightarrow{d}=$ (A)$(6,12)$ (B)$(-6,12)$ (C)$(6,-12)$ (D)$(-6,-12)$

【隨堂講義補充題.】

解答　B

解析　$\overrightarrow{a}+3\overrightarrow{b}-2\overrightarrow{c}-\overrightarrow{d}=(-2,-1)+(1,0)-(0,-6)-(5,-7)$

$=(-2+1-0-5,-1+0-(-6)-(-7))=(-6,12)$

(　　)20.化簡 $\frac{1}{1+\sin\theta}+\frac{1}{1+\csc\theta}=$ (A)2 (B)$\frac{3}{2}$ (C)1 (D)$\frac{1}{2}$

【隨堂講義補充題.】

解答　C

解析　所求

$$=\frac{1}{1+\sin\theta}+\frac{1}{1+\frac{1}{\sin\theta}}=\frac{1}{1+\sin\theta}+\frac{\sin\theta}{\sin\theta+1}=\frac{1+\sin\theta}{1+\sin\theta}=1$$

(　　)21.設 $\sin\theta+\cos\theta=\frac{\sqrt{5}}{2}$，則下列敘述何者正確？

(A)$\sin\theta\cos\theta=\frac{1}{4}$ (B)$\tan\theta+\cot\theta=4$

(C)$\sin^3\theta+\cos^3\theta=\frac{7\sqrt{5}}{16}$ (D)$\sin\theta-\cos\theta=\frac{\sqrt{3}}{2}$

【隨堂講義補充題.】

解答　C

解析 (A) $(\sin\theta+\cos\theta)^2=\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2$

$\Rightarrow\ \sin^2\theta+2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta=\frac{5}{4}$

$\Rightarrow\ 1+2\sin\theta\cos\theta=\frac{5}{4}\ \Rightarrow\ \sin\theta\cos\theta=\frac{1}{8}$

(B) $\tan\theta+\cot\theta=\frac{1}{\sin\theta\cos\theta}=\frac{1}{\frac{1}{8}}=8$

(C) $\sin^3\theta+\cos^3\theta$

$=(\sin\theta+\cos\theta)(\sin^2\theta-\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta)$

$=\frac{\sqrt{5}}{2}\times\left(1-\frac{1}{8}\right)=\frac{7\sqrt{5}}{16}$

(D) $(\sin\theta-\cos\theta)^2=\sin^2\theta-2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta$

$=1-2\times\frac{1}{8}=\frac{3}{4}$

$\Rightarrow\ \sin\theta-\cos\theta=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$

(　　) 22. $\sin15°+\cos15°=$ (A)0 (B)$\frac{\sqrt{2}}{2}$ (C)$\frac{\sqrt{6}}{2}$ (D)$\sqrt{6}$

【龍騰自命題.】

解答 C

解析 $\sin15°+\cos15°=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}+\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}=\frac{\sqrt{6}}{2}$

(　　) 23.已知兩直線 L_1 平行 x 軸，$L_2:\sqrt{3}x+y+6=0$，則 L_1 與 L_2 的夾角為 (A)30°與 150° (B)45°與 135° (C)60°與 120° (D)90°

【龍騰自命題.】

解答 C

(　　) 24. $(\sin15°+\cos15°)^2=$ (A)1 (B)$\frac{3}{2}$ (C)2 (D)$\frac{5}{2}$

【隨堂講義補充題.】

解答 B

解析 $(\sin15°+\cos15°)^2=\sin^2 15°+2\sin15°\cos15°+\cos^2 15°$

$=\sin^2 15°+\cos^2 15°+\sin30°=1+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$

(　　) 25.設兩向量 $\vec{a}$、$\vec{b}$ 的夾角為 θ，且 $|\vec{a}|=|\vec{b}|$，

$|\vec{a}+\vec{b}|=4$，$|\vec{a}-\vec{b}|=3$，則 $\cos\theta=$ (A)$\frac{7}{25}$

(B)$\frac{5}{13}$ (C)$\frac{3}{5}$ (D)$\frac{4}{5}$

【092 年歷屆試題.】

解答 A

解析 $\because\ |\vec{a}+\vec{b}|^2=|\vec{a}|^2+|\vec{b}|^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}=16\cdots①$

又 $|\vec{a}-\vec{b}|^2=|\vec{a}|^2+|\vec{b}|^2-2\vec{a}\cdot\vec{b}=9\cdots②$

由①+②得 $2(|\vec{a}|^2+|\vec{b}|^2)=25$

已知 $|\vec{a}|=|\vec{b}|\ \Rightarrow\ 4|\vec{a}|^2=25\ \Rightarrow\ |\vec{a}|^2=\frac{25}{4}$

由①−②得 $4\vec{a}\cdot\vec{b}=7\ \Rightarrow\ \vec{a}\cdot\vec{b}=\frac{7}{4}$

$\therefore\ \cos\theta=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|^2}$ ($\because\ |\vec{a}|=|\vec{b}|$)

$=\frac{\frac{7}{4}}{\frac{25}{4}}=\frac{7}{25}$