

班級 姓名 座號

一、單選題 (25 題 每題 4 分 共 100 分)

- () 1. 已知 $\triangle ABC$ 中, $\overline{AB} = 4$, $\overline{AC} = 5$, $\overline{BC} = 6$, 則 $\sin A =$ (A) $-\frac{\sqrt{63}}{8}$
 (B) $-\frac{7}{8}$ (C) $\frac{7}{8}$ (D) $\frac{\sqrt{63}}{8}$

【093 年歷屆試題.】

解答 D

解析 $\triangle ABC$ 中, $\overline{AB} = c = 4$, $\overline{AC} = b = 5$, $\overline{BC} = a = 6$

由餘弦定理知

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{5^2 + 4^2 - 6^2}{2 \times 5 \times 4} = \frac{1}{8}$$

又 $\angle A$ 為 $\triangle ABC$ 的內角 $\Rightarrow 0^\circ < \angle A < 180^\circ$

$$\therefore \sin A = \sqrt{1 - \cos^2 A} = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{8}\right)^2} = \sqrt{\frac{63}{64}} = \frac{\sqrt{63}}{8}$$

- () 2. 試問在坐標平面上原點至點 $(\sin 15^\circ, \sin 75^\circ)$ 的距離為何? (A) $\frac{1}{2}$
 (B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (D) 1

【096 年歷屆試題.】

解答 D

解析 $d = \sqrt{(\sin 15^\circ - 0)^2 + (\sin 75^\circ - 0)^2} = \sqrt{\sin^2 15^\circ + \sin^2 75^\circ}$

$$= \sqrt{\sin^2 15^\circ + \cos^2 15^\circ} = 1$$

- () 3. 已知 $(\csc \theta, \cot \theta)$ 在第二象限, 則角 θ 在哪一象限? (A) 一 (B) 二
 (C) 三 (D) 四

【龍騰自命題.】

解答 C

解析 $\because (\csc \theta, \cot \theta)$ 在第二象限 $\therefore \csc \theta < 0$ 且 $\cot \theta > 0$

$\therefore \theta$ 在第三象限

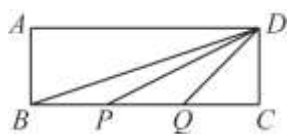
θ	I	II	III	IV
$\csc \theta$	> 0	> 0	< 0	< 0
$\cot \theta$	> 0	< 0	> 0	< 0

- () 4. $f(x) = 3 + 4 \cos(3x - \frac{\pi}{5})$ 的週期為 (A) 6π (B) $\frac{2}{3}\pi$ (C) 2π (D) $\frac{\pi}{3}$

【龍騰自命題.】

解答 B

- () 5. 設 $ABCD$ 為一矩形, 且 $\overline{BC} = 3\overline{AB}$. 令 P 點與 Q 點為 \overline{BC} 上之點, 且 $\overline{BP} = \overline{PQ} = \overline{QC}$, 如圖. 若 $\angle DBC = \alpha$, 且 $\angle DPC = \beta$, 則 $\tan(\alpha + \beta)$ 之值為何?



- (A) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (B) $2 - \sqrt{3}$ (C) 1 (D) $2 + \sqrt{3}$

【098 年歷屆試題.】

解答 C

解析 由於 $\overline{BC} = 3\overline{AB}$, 且 $\overline{BP} = \overline{PQ} = \overline{QC}$

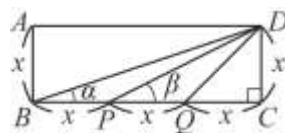
設 $\overline{AB} = x$, 其中 $x > 0$

則 $\overline{BP} = \overline{PQ} = \overline{QC} = \overline{CD} = x$

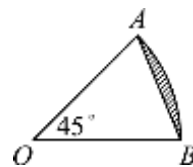
在 $\triangle DBC$ 中, $\tan \alpha = \frac{x}{3x} = \frac{1}{3}$

在 $\triangle DPC$ 中, $\tan \beta = \frac{x}{2x} = \frac{1}{2}$

$$\text{故 } \tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} = \frac{\frac{1}{3} + \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}} = 1$$



- () 6. 老師請全班同學吃披薩。結果小誠分到的扇形披薩半徑為 $6\sqrt{2}$ 公分, 圓心角為 45° , 如圖所示。則小誠的披薩斜線部分的餅皮所占的面積為多少平方公分?



- (A) $9\pi - 18\sqrt{2}$ (B) $9\pi - 6\sqrt{2}$ (C) $12\pi - 18\sqrt{2}$
 (D) $12\pi - 4\sqrt{2}$

【隨堂講義補充題.】

解答 A

解析 作 $\triangle OAB$ 之 \overline{OB} 上的高 \overline{AD}

則 $\triangle OAD$ 為等腰直角三角形

得 $\overline{OD} = \overline{AD}$

由商高定理:

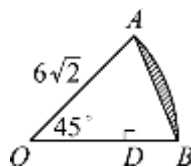
$$\overline{OA}^2 = \overline{OD}^2 + \overline{AD}^2 \Rightarrow 2\overline{AD}^2 = (6\sqrt{2})^2$$

得 $\overline{AD} = 6$

則斜線部分 (餅皮)

= 扇形 OAB 面積 - $\triangle AOB$ 面積

$$= \frac{1}{2} \times (6\sqrt{2})^2 \times \left(\frac{\pi}{4}\right) - \frac{1}{2} \times 6\sqrt{2} \times 6 = 9\pi - 18\sqrt{2} \text{ (平方公分)}$$



- () 7. 判斷下列各數值中, 何者小於 0?

(參考公式: $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$)

- (A) $\cos 100^\circ - \sin 2011^\circ$ (B) $\cos^2 100^\circ - \sin^2 100^\circ$ (C) $\cos^2 2011^\circ - \sin^2 2011^\circ$ (D) $\cos 100^\circ \cos 2011^\circ - \sin 100^\circ \sin 2011^\circ$

【100 年歷屆試題.】

解答 B

解析 (A) $\cos 100^\circ = \cos(90^\circ + 10^\circ) = -\sin 10^\circ$

$$\sin 2011^\circ = \sin(360^\circ \times 5 + 211^\circ) = \sin 211^\circ = \sin(180^\circ + 31^\circ) = -\sin 31^\circ$$

$$\cos 100^\circ - \sin 2011^\circ = -\sin 10^\circ - (-\sin 31^\circ) = \sin 31^\circ - \sin 10^\circ > 0$$

$$(\because 10^\circ < 31^\circ \Rightarrow \sin 10^\circ < \sin 31^\circ)$$

(B) $\cos^2 100^\circ - \sin^2 100^\circ$

$$= \cos(2 \times 100^\circ) = \cos 200^\circ = \cos(180^\circ + 20^\circ) = -\cos 20^\circ < 0$$

(C) $\cos^2 2011^\circ - \sin^2 2011^\circ$

$$= \cos(2 \times 2011^\circ) = \cos 4022^\circ = \cos(360^\circ \times 11 + 62^\circ) = \cos 62^\circ > 0$$

(D) $\cos 100^\circ \cos 2011^\circ - \sin 100^\circ \sin 2011^\circ$

$$= \cos(100^\circ + 2011^\circ) = \cos 2111^\circ = \cos(360^\circ \times 5 + 311^\circ) = \cos 311^\circ$$

$$= \cos(360^\circ - 49^\circ) = \cos 49^\circ > 0$$

() 8. 設 $f(\theta) = 2\sin^2\theta - 3\cos\theta + 1$ 的極大值為 M ，極小值為 m ，則 $M + m$

$$= \quad (A) \frac{33}{8} \quad (B) \frac{27}{8} \quad (C) \frac{17}{8} \quad (D) \frac{13}{8}$$

【龍騰自命題.】

解答 C

解析 $f(\theta) = 2\sin^2\theta - 3\cos\theta + 1 = 2(1 - \cos^2\theta) - 3\cos\theta + 1$

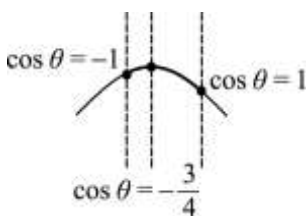
$$= -2\cos^2\theta - 3\cos\theta + 3 = -2\left(\cos\theta + \frac{3}{4}\right)^2 + \frac{33}{8}$$

$$-1 \leq \cos\theta \leq 1$$

當 $\cos\theta = -\frac{3}{4}$ 時，有極大值 $M = \frac{33}{8}$

當 $\cos\theta = 1$ 時，有極小值 $m = -2$

故 $M + m = \frac{33}{8} + (-2) = \frac{17}{8}$



() 9. 若 $f\left(\frac{x+3}{2x+1}\right) = \frac{x-1}{4x+1}$ ，則 $f(1)$ 之值等於 (A) 0 (B) $\frac{1}{9}$ (C) $\frac{4}{3}$ (D) $\frac{1}{19}$

【龍騰自命題.】

解答 B

解析 $\frac{x+3}{2x+1} = 1 \Rightarrow x = 2 \quad \therefore f(1) = \frac{2-1}{4 \times 2 + 1} = \frac{1}{9}$

() 10. 一直線上兩點 A 、 B 的坐標分別為 (5) 、 (-3) ，則 \overline{AB} 的中點坐標為 (A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 2

【隨堂測驗.】

解答 C

解析 $A(5)$ 、 $B(-3)$

$$\Rightarrow A、B \text{ 之中點為 } \frac{5+(-3)}{2} = 1$$

() 11. 設 $f(n) = \sin^n\theta + \cos^n\theta$ ，則 $2f(6) - 3f(4) =$ (A) -1 (B) -2 (C) 0 (D) 1

【龍騰自命題.】

解答 A

解析 $2f(6) - 3f(4) = 2(\sin^6\theta + \cos^6\theta) - 3(\sin^4\theta + \cos^4\theta)$
 $= 2(1 - 3\sin^2\theta\cos^2\theta) - 3(1 - 2\sin^2\theta\cos^2\theta) = -1$

() 12. 設 $\alpha + \beta = \frac{3\pi}{4}$ ，則 $(1 - \tan\alpha)(1 - \tan\beta) =$ (A) 1 (B) 2 (C) -1

(D) -2

【龍騰自命題.】

解答 B

解析 $\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha\tan\beta} = \tan\left(\frac{3}{4}\pi\right) = -1$

$$\Rightarrow \tan\alpha + \tan\beta = -1 + \tan\alpha\tan\beta$$

$$\text{故 } (1 - \tan\alpha)(1 - \tan\beta) = 1 - (\tan\alpha + \tan\beta) + \tan\alpha\tan\beta$$

$$= 1 - (-1 + \tan\alpha\tan\beta) + \tan\alpha\tan\beta = 2$$

() 13. 下列各敘述何者錯誤？ (A) $\sin\theta\csc\theta = 1$

(B) $\tan\theta - \cot\theta = \frac{1}{\sin\theta\cos\theta}$ (C) $\sec^2\theta = \tan^2\theta + 1$ (D) $\cot^2\theta =$

$\csc^2\theta - 1$

【龍騰自命題.】

解答 B

解析 $\tan\theta + \cot\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{\cos\theta}{\sin\theta} = \frac{\sin^2\theta + \cos^2\theta}{\sin\theta\cos\theta} = \frac{1}{\sin\theta\cos\theta}$

() 14. 設 $\triangle ABC$ 之三邊長 $\overline{BC} = 5$ ， $\overline{AC} = 3$ ， $\overline{AB} = 4$ ，若 $\angle A$ 的內角

平分線與 \overline{BC} 邊的交點為 D ，則線段 \overline{AD} 之長為 (A) $\frac{9\sqrt{2}}{7}$

(B) $\frac{10\sqrt{2}}{7}$ (C) $\frac{11\sqrt{2}}{7}$ (D) $\frac{12\sqrt{2}}{7}$

【龍騰自命題.】

解答 D

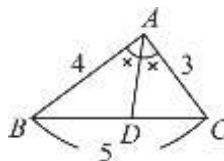
解析 \because 三邊長為 $3、4、5 \quad \therefore \angle BAC = 90^\circ \Rightarrow \angle BAD = \angle CAD = 45^\circ$

利用 $\triangle ABD$ 面積 + $\triangle ACD$ 面積 = $\triangle ABC$ 面積

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 4 \times \overline{AD} \sin 45^\circ + \frac{1}{2} \times 3 \times \overline{AD} \sin 45^\circ = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 \times \sin 90^\circ$$

$$\Rightarrow \sqrt{2} \overline{AD} + \frac{3}{4} \sqrt{2} \overline{AD} = 6$$

$$\Rightarrow \frac{7}{4} \sqrt{2} \overline{AD} = 6 \Rightarrow \overline{AD} = \frac{12\sqrt{2}}{7}$$



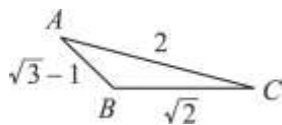
() 15. 於 $\triangle ABC$ 中， $a = \sqrt{2}$ ， $b = 2$ ， $c = \sqrt{3} - 1$ ，求 $\cos B =$ (A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (C) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (D) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

【龍騰自命題.】

解答 C

解析 $\cos B = \frac{(\sqrt{3}-1)^2 + (\sqrt{2})^2 - 2^2}{2 \times (\sqrt{3}-1) \times \sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$



- () 16. 下列何者有解? (A) $\sin x = \frac{5}{4}$ (B) $\cos x = -\frac{4}{3}$
 (C) $\csc x = -\frac{1}{2}$ (D) $\tan x = -10$

【隨堂講義補充題.】

解答 D

解析 (A) $\because |\sin x| \leq 1$, 故 $\sin x = \frac{5}{4} > 1$ (不合)

(B) $\because |\cos x| \leq 1$, 故 $\cos x = -\frac{4}{3} < -1$ (不合)

(C) $\because |\csc x| \geq 1$, 故 $\csc x = -\frac{1}{2}$ (不合)

(D) $\tan x \in \mathbb{R}$, 故 $\tan x = -10$ (合)

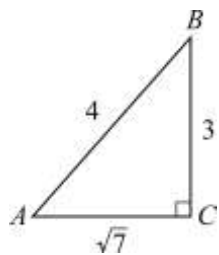
- () 17. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 且 $\sin A = \frac{3}{4}$, 下列何者錯誤? (A) $\tan A$

$= \frac{\sqrt{7}}{3}$ (B) $\tan B = \frac{\sqrt{7}}{3}$ (C) $\sin B = \frac{\sqrt{7}}{4}$ (D) $\cos B = \frac{3}{4}$

【課本練習題-自我評量.】

解答 A

解析



如圖所示: $\tan A = \frac{3}{\sqrt{7}}$

- () 18. 直線 $\frac{x}{4} - \frac{y}{3} = 1$ 的斜率為何? (A) $\frac{3}{4}$ (B) $-\frac{3}{4}$ (C) $\frac{4}{3}$ (D) $-\frac{4}{3}$

【隨堂講義補充題.】

解答 A

解析 直線 $\frac{x}{4} - \frac{y}{3} = 1 \Rightarrow 3x - 4y - 12 = 0$

$\Rightarrow 4y = 3x - 12 \Rightarrow y = \frac{3}{4}x - 3$

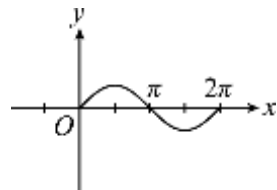
故斜率為 $\frac{3}{4}$

- () 19. 下列何者圖形不通過原點? (A) $y = \sin x$ (B) $y = \cos x - 1$
 (C) $y = 2 \tan x$ (D) $y = \sec x$

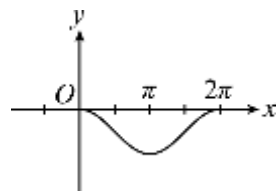
【隨堂講義補充題.】

解答 D

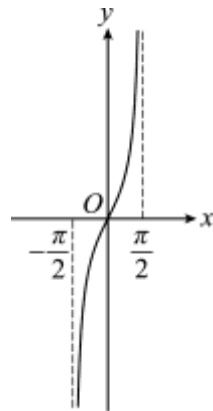
解析 (A) $y = \sin x$



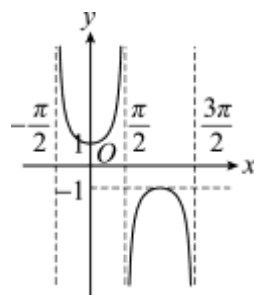
(B) $y = \cos x - 1$



(C) $y = 2 \tan x$



(D) $y = \sec x$



故 $y = \sec x$ 不通過原點

- () 20. 下列何者錯誤? (A) $\sin(\frac{1}{2}\pi - \theta) = \cos \theta$

(B) $\cot(\frac{1}{2}\pi + \theta) = -\tan \theta$ (C) $\sec(\frac{3}{2}\pi - \theta) = -\csc \theta$

(D) $\csc(\frac{3}{2}\pi + \theta) = \sec \theta$

【龍騰自命題.】

解答 D

- () 21. 直線 $L_1: x = 3$ 與 $L_2: x + \sqrt{3}y - 1 = 0$ 之交角 $\theta =$ (A) 30° (B) 45°

(C) 60° (D) 90°

【龍騰自命題.】

解答 C

解析 $L_1: x = 3$ 為鉛垂線, 斜角 $\theta_1 = 90^\circ$

$L_2: x + \sqrt{3}y - 1 = 0$, 斜角 $\theta_2 \Rightarrow \tan \theta_2 = m = -\frac{1}{\sqrt{3}} \therefore$

$\theta_2 = 150^\circ$

$\therefore L_1$ 與 L_2 交角之一為 $\theta = \theta_2 - \theta_1 = 150^\circ - 90^\circ = 60^\circ$

- () 22. 已知 $\alpha + \beta = \frac{1}{4}\pi$, 則 $(1 + \tan \alpha)(1 + \tan \beta) =$ (A) $\frac{1}{2}$ (B) 1

(C) $\sqrt{2}$ (D) 2

【龍騰自命題.】

解答 D

解析 $\alpha + \beta = \frac{1}{4}\pi \Rightarrow \tan(\alpha + \beta) = \tan \frac{1}{4}\pi$

$$\Rightarrow \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} = 1 \Rightarrow \tan \alpha + \tan \beta = 1 - \tan \alpha \tan \beta$$

$$\begin{aligned} \text{故}(1 + \tan \alpha)(1 + \tan \beta) &= 1 + \tan \beta + \tan \alpha + \tan \alpha \tan \beta \\ &= 1 + 1 - \tan \alpha \tan \beta + \tan \alpha \tan \beta = 2 \end{aligned}$$

- () 23. 下列哪一組數據可為鈍角三角形的三邊長? (A) 1、2、3 (B) 2、3、4 (C) 3、4、5 (D) 4、5、6

【龍騰自命題.】

解答 B

解析 (A) 不能構成三角形之三邊

(B) $2^2 + 3^2 < 4^2 \quad \therefore$ 為鈍角 \triangle

(C) 3、4、5 為直角 \triangle 之三邊

(D) $4^2 + 5^2 > 6^2 \quad \therefore$ 為銳角 \triangle

- () 24. 試求 $\cos(15^\circ + \theta)\cos(30^\circ - \theta) - \sin(30^\circ - \theta)\sin(15^\circ + \theta) =$

(A) $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$ (B) $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

【課本練習題-自我評量.】

解答 D

解析 原式 = $\cos[(15^\circ + \theta) + (30^\circ - \theta)] = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$

- () 25. 直線 L 的 x 截距為 $\frac{1}{2}$, y 截距為 $-\frac{2}{3}$, 則 L 的方程式為 (A) $4x + 3y - 2 = 0$ (B) $2x - 3y - 2 = 0$ (C) $3x - 4y = 2$ (D) $4x - 3y - 2 = 0$

【龍騰自命題.】

解答 D