

一、單選題 (25 題 每題 4 分 共 100 分)

() 1. 設 $\tan \theta = \frac{3}{4}$ ，且 $0^\circ < \theta < 90^\circ$ ，則 $\sec \theta + \csc \theta =$ (A) $\frac{6}{5}$

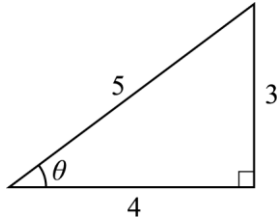
(B) $\frac{7}{5}$ (C) $\frac{31}{12}$ (D) $\frac{35}{12}$

【課本練習題-自我評量.】

解答 D

解析 $\tan \theta = \frac{3}{4}$ ， $0^\circ < \theta < 90^\circ$ ，

如下圖可得 $\sec \theta = \frac{5}{4}$ ， $\csc \theta = \frac{5}{3}$



故 $\sec \theta + \csc \theta = \frac{5}{4} + \frac{5}{3} = \frac{35}{12}$

() 2. 試求 $\cot \frac{15\pi}{4} \tan(\frac{-5\pi}{4})$

$+\sin(\frac{-5\pi}{3})\cos \frac{7\pi}{6} + \cos(\frac{-\pi}{2})\sin(-\pi) =$ (A) $-\frac{7}{4}$

(B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{7}{4}$ (D) $\frac{3}{2}$

【091 年歷屆試題.】

解答 B

解析 $\cot \frac{15\pi}{4} \tan(\frac{-5\pi}{4}) + \sin(\frac{-5\pi}{3})\cos \frac{7\pi}{6} + \cos(\frac{-\pi}{2})\sin(-\pi)$

$= (-\cot \frac{\pi}{4})(-\tan \frac{\pi}{4}) + \sin \frac{\pi}{3}(-\cos \frac{\pi}{6}) + \cos \frac{3\pi}{2} \sin \pi$

$= (-1)(-1) + \frac{\sqrt{3}}{2} \times (-\frac{\sqrt{3}}{2}) + 0 \times 0 = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$

() 3. 設 $0 \leq x < 2\pi$ ，若 $2\sin^2 x + \cos x$ 的最大值為 a ，最小值為

b ，則 (a, b) 為何？(A) $(\frac{17}{8}, -1)$ (B) $(3, -1)$ (C) $(2, 1)$ (D) $(\frac{9}{8}, 1)$

【092 年歷屆試題.】

解答 A

解析 $2\sin^2 x + \cos x = 2(1 - \cos^2 x) + \cos x = -2\cos^2 x + \cos x + 2$

$= -2(\cos^2 x - \frac{1}{2}\cos x) + 2 = -2(\cos^2 x - \frac{1}{2}\cos x$

$+\frac{1}{16}) + 2 + \frac{1}{8}$

$= -2(\cos x - \frac{1}{4})^2 + \frac{17}{8}$

但 $0 \leq x < 2\pi \Rightarrow -1 \leq \cos x \leq 1$

當 $\cos x = \frac{1}{4}$ 時：最大值 $a = -2(\frac{1}{4} - \frac{1}{4})^2 + \frac{17}{8} = \frac{17}{8}$

當 $\cos x = -1$ 時：最小值 $b = -2(-1 - \frac{1}{4})^2 + \frac{17}{8} = -1$

$\therefore (a, b) = (\frac{17}{8}, -1)$

() 4. 設 θ 為銳角，若 $2\cos^2 \theta - 5\cos \theta + 2 = 0$ ，則 $\theta =$ (A) 60°

(B) 45° (C) 30° (D) 0°

【095 年歷屆試題.】

解答 A

解析 $2\cos^2 \theta - 5\cos \theta + 2 = 0$

$\Rightarrow (2\cos \theta - 1)(\cos \theta - 2) = 0 \Rightarrow \cos \theta = \frac{1}{2}$ 或 2

但 $|\cos \theta| \leq 1$ ，所以 $\cos \theta = \frac{1}{2}$

又知 θ 為銳角 $\therefore \theta = 60^\circ$

() 5. 設 $0 \leq x \leq 2\pi$ ，則 $f(x) = \sin^2 x + \cos x - 1$ 的最大值為何？

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $-\frac{1}{4}$ (D) $-\frac{1}{2}$

【096 年歷屆試題.】

解答 B

解析 $f(x) = \sin^2 x + \cos x - 1 = (1 - \cos^2 x) + \cos x - 1$

$= -(\cos^2 x - \cos x + \frac{1}{4}) + \frac{1}{4} = -(\cos x - \frac{1}{2})^2 + \frac{1}{4}$

但 $0 \leq x \leq 2\pi \Rightarrow -1 \leq \cos x \leq 1$

\therefore 當 $\cos x = \frac{1}{2}$ 時， $f(x)$ 有最大值 $\frac{1}{4}$

() 6. 設 θ 為銳角，則

$\frac{\cos(-\theta)}{\sin(360^\circ + \theta)} + \frac{\tan(180^\circ + \theta)}{\cot(270^\circ + \theta)} - \frac{\sin(270^\circ - \theta)}{\cos(90^\circ + \theta)} =$ (A)

-3 (B) -1 (C) 1 (D) 3

【098 年歷屆試題數(B).】

解答 B

解析 原式 $= \frac{\cos \theta}{\sin \theta} + \frac{\tan \theta}{-\tan \theta} - \frac{-\cos \theta}{-\sin \theta} = \cot \theta - 1 - \cot \theta = -1$

() 7. 若 θ 為一銳角，且 $a = \sin \frac{\theta}{3}$ 、 $b = \cos(\frac{\theta}{3} + \frac{\pi}{2})$ 、

$c = \tan \frac{\theta}{3}$ ，則下列何者正確？(A) $b < c < a$ (B) $a < b$

$< c$ (C) $c < b < a$ (D) $b < a < c$

【102 年歷屆試題數(A).】

解答 D

解析 $b = \cos(\frac{\theta}{3} + \frac{\pi}{2}) = -\sin \frac{\theta}{3}$

$\therefore 0^\circ < \theta < 90^\circ \Rightarrow 0^\circ < \frac{\theta}{3} < 30^\circ$

$$\therefore -\sin\frac{\theta}{3} < 0 < \sin\frac{\theta}{3} < \tan\frac{\theta}{3}$$

即 $b < a < c$

- () 8. 下列何者正確? (A) $\sin 240^\circ = \cos 30^\circ$ (B) $\cos(-330^\circ) = -\cos 30^\circ$ (C) $\sec 225^\circ = \csc 45^\circ$ (D) $\tan 135^\circ = -\cot 45^\circ$

【101年歷屆試題數(B).】

解答 D

解析 (A) $\sin 240^\circ = \sin(270^\circ - 30^\circ) = -\cos 30^\circ$

(B) $\cos(-330^\circ) = \cos(-360^\circ + 30^\circ) = \cos 30^\circ$

(C) $\sec 225^\circ = \sec(270^\circ - 45^\circ) = -\csc 45^\circ$

(D) $\tan 135^\circ = \tan(90^\circ + 45^\circ) = -\cot 45^\circ$

- () 9. 若 θ 為銳角, 且 $\cos\theta = \frac{2}{3}$, 則 $\sin^2\theta - \sin(\frac{\pi}{2} - \theta) +$

$\csc^2(\frac{\pi}{2} - \theta) - \cot^2(\frac{\pi}{2} - \theta)$ 之值為 (A) $\frac{8}{9}$ (B) $\frac{10}{9}$

(C) 2 (D) $\frac{28}{9}$

【龍騰自命題.】

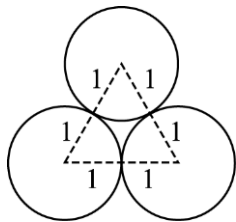
解答 A

解析 利用餘角關係式

原式 = $\sin^2\theta - \cos\theta + \sec^2\theta - \tan^2\theta = (\sin^2\theta) - \cos\theta +$
($\sec^2\theta - \tan^2\theta$)

$$= (1 - \cos^2\theta) - \cos\theta + 1 = 1 - (\frac{2}{3})^2 - \frac{2}{3} + 1 = \frac{8}{9}$$

- () 10. 設半徑為 1 之三圓兩兩互相外切, 則此三個圓周所圍之中間區域的面積為



(A) $\sqrt{3} - \frac{\pi}{2}$ (B) $\pi - \frac{\sqrt{3}}{2}$ (C) $\pi - 3$ (D) $\frac{\pi}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}$

【龍騰自命題.】

解答 A

解析 $\frac{\sqrt{3}}{4} \times 2^2 - 3 \times \pi \times 1^2 \times \frac{60^\circ}{360^\circ} = \sqrt{3} - \frac{\pi}{2}$

- () 11. 函數 $f(x) = 3\sin(3x + \frac{\pi}{4}) - 2$ 之週期為 (A) $\frac{2\pi}{3}$ (B) $\frac{\pi}{3}$

(C) π (D) 2π

【龍騰自命題.】

解答 A

解析 $\sin x$ 之週期為 2π , $\sin kx$ 之週期為 $\frac{2\pi}{|k|}$

故 $3\sin(3x + \frac{\pi}{4}) - 2$ 之週期為 $\frac{2\pi}{3}$

- () 12. 當 $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$ 時, 下面各敘述何者為真? (A) $\tan\theta$ 隨 θ 的增大而減小 (B) $\sin\theta$ 隨 θ 的增大而增大 (C) $\sec\theta$ 隨 θ 的增大而增大 (D) $\cos\theta$ 隨 θ 的增大而增大

【龍騰自命題.】

解答 D

解析 當 $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$ 時:

(A) $\tan\theta$ 遞增 (B) $\sin\theta$ 遞減 (C) $\sec\theta$ 遞減

- () 13. 設 $m\sec\theta = 1 + \tan\theta$, $n\sec\theta = 1 - \tan\theta$, 試求 $m^2 + n^2$ 之值為 (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

【龍騰自命題.】

解答 B

解析 $\because m\sec\theta = 1 + \tan\theta \Rightarrow m = \frac{1 + \tan\theta}{\sec\theta}$

又 $n\sec\theta = 1 - \tan\theta \Rightarrow n = \frac{1 - \tan\theta}{\sec\theta}$

$$\therefore m^2 + n^2 = \left(\frac{1 + \tan\theta}{\sec\theta}\right)^2 + \left(\frac{1 - \tan\theta}{\sec\theta}\right)^2$$

$$= \frac{1 + 2\tan\theta + \tan^2\theta + 1 - 2\tan\theta + \tan^2\theta}{\sec^2\theta}$$

$$= \frac{2(1 + \tan^2\theta)}{\sec^2\theta} = \frac{2\sec^2\theta}{\sec^2\theta} = 2$$

- () 14. 設 $\sin\theta\cos\theta = \frac{2}{9}$, 且 $0^\circ < \theta < 90^\circ$, 試求 $\tan\theta + \cot\theta$ 之

值 = (A) $\frac{2}{9}$ (B) $\frac{9}{2}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{3}{2}$

【龍騰自命題.】

解答 B

解析 $\tan\theta + \cot\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{\cos\theta}{\sin\theta} = \frac{1}{\sin\theta\cos\theta} = \frac{9}{2}$

- () 15. 函數 $y = \tan\frac{x}{3}$ 的週期為 (A) $\frac{\pi}{3}$ (B) π (C) 2π (D) 3π

【龍騰自命題.】

解答 D

- () 16. 化簡 $(\tan x + \cot x)^2 - (\sec^2 x + \csc^2 x) =$ (A) -1 (B) 0

(C) 1 (D) 2

【龍騰自命題.】

解答 B

解析 原式 = $(\tan^2 x + 2\tan x \cot x + \cot^2 x) - (\sec^2 x + \csc^2 x)$

$= (\tan^2 x + 2 + \cot^2 x) - (\sec^2 x + \csc^2 x)$

$= (\tan^2 x + 1 + 1 + \cot^2 x) - (\sec^2 x + \csc^2 x)$

$= (\sec^2 x + \csc^2 x) - (\sec^2 x + \csc^2 x) = 0$

- () 17. 已知 $\tan\theta = \frac{5}{12}$, 且 $\sin\theta < 0$, 則 $\sin\theta - \cos\theta =$ (A) $-\frac{17}{13}$

- (B) $-\frac{12}{13}$ (C) $\frac{10}{13}$ (D) $\frac{7}{13}$

【龍騰自命題.】

解答 D

解析 $\because \tan\theta = \frac{5}{12} > 0$ 且 $\sin\theta < 0 \therefore \theta$ 為第三象限角

$$\text{且 } \sin\theta = -\frac{5}{13}, \cos\theta = -\frac{12}{13} \Rightarrow \sin\theta - \cos\theta = \frac{7}{13}$$

- () 18. 下列何者之值為 1? (A) $\cos 90^\circ$ (B) $\sin 90^\circ$
(C) $\sin 0^\circ$ (D) $\cos 180^\circ$

【隨堂測驗.】

解答 B

解析 (A) $\cos 90^\circ = 0$

(B) $\sin 90^\circ = 1$

(C) $\sin 0^\circ = 0$

(D) $\cos 180^\circ = -1$

故選(B)

- () 19. 已知 $\theta = 14.8\pi$ 弧度, 則 θ 為第幾象限角? (A) 一 (B) 二 (C) 三 (D) 四

【隨堂講義補充題.】

解答 B

解析 $\theta = 2\pi \times 7 + 0.8\pi$

$\therefore \theta$ 落在第二象限

- () 20. 下列何者不為第二象限角? (A) 130° (B) $\frac{8\pi}{3}$
(C) 840° (D) -150°

【隨堂講義補充題.】

解答 D

解析 $-150^\circ \in \text{III}$

- () 21. 化簡 $\sin^2(\pi + \theta) + \cos^2(\theta - \pi) + \sec^2(\pi + \theta) - \tan^2(\theta - \pi)$ 為 (A) 0 (B) 2 (C) 4 (D) -2

【龍騰自命題.】

解答 B

解析 $\sin(\pi + \theta) = -\sin\theta; \cos(\theta - \pi) = \cos[-(\pi - \theta)] = \cos(\pi - \theta) = -\cos\theta$
 $\sec(\pi + \theta) = -\sec\theta; \tan(\theta - \pi) = \tan[-(\pi - \theta)] = -\tan(\pi - \theta) = \tan\theta$

$$\begin{aligned} \therefore \sin^2(\pi + \theta) + \cos^2(\theta - \pi) + \sec^2(\pi + \theta) - \tan^2(\theta - \pi) \\ &= (-\sin\theta)^2 + (-\cos\theta)^2 + (-\sec\theta)^2 - (\tan\theta)^2 \\ &= \sin^2\theta + \cos^2\theta + \sec^2\theta - \tan^2\theta \\ &= 1 + 1 = 2 \end{aligned}$$

- () 22. $f(x) = 3\cos x + 2$ 的最大值為 (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5

【龍騰自命題.】

解答 D

解析 $\because -1 \leq \cos x \leq 1 \therefore -3 \leq 3\cos x \leq 3$
 $\Rightarrow -1 \leq 3\cos x + 2 \leq 5$, 故最大值為 5

- () 23. 設 $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$, 則

$$\sqrt{1 + \cot^2 \theta} - \sqrt{(1 + \csc \theta)^2} + \sqrt{\cos^2 \theta} + \sqrt{(2 + \cos \theta)^2} =$$

- (A) -1 (B) 1 (C) 2 (D) 3

【龍騰自命題.】

解答 D

解析 原式 = $-\csc\theta - (-1 - \csc\theta) - \cos\theta + (2 + \cos\theta) = 3$

- () 24. 下列敘述何者正確? (A) $\sin \frac{4\pi}{3} = \cos \frac{5\pi}{6}$

(B) $\tan \frac{3\pi}{4} = \cot \frac{5\pi}{4}$ (C) $\csc \frac{5\pi}{6} = -\sec \frac{\pi}{3}$

(D) $\sec \frac{7\pi}{4} = \csc \frac{5\pi}{4}$

【隨堂講義補充題.】

解答 A

解析 (A) $\sin \frac{4\pi}{3} = -\sin \frac{\pi}{3}$

$$\cos \frac{5\pi}{6} = -\cos \frac{\pi}{6} = -\sin \frac{\pi}{3}$$

(B) $\tan \frac{3\pi}{4} = -\tan \frac{\pi}{4}$

$$\cot \frac{5\pi}{4} = \cot \frac{\pi}{4}$$

(C) $\csc \frac{5\pi}{6} = \csc \frac{\pi}{6}$

$$-\sec \frac{\pi}{3} = -\csc \frac{\pi}{6}$$

(D) $\sec \frac{7\pi}{4} = \sec \frac{\pi}{4}$

$$\csc \frac{5\pi}{4} = -\csc \frac{\pi}{4} = -\sec \frac{\pi}{4}$$

- () 25. 若 $a = \sin 70^\circ$, $b = \cos(-20^\circ)$, $c = \tan 110^\circ$, 則下列何者正確? (A) $a < c < b$ (B) $b < a < c$
(C) $b < c < a$ (D) $a = b > c$

【隨堂講義補充題.】

解答 D

解析 $a = \sin 70^\circ$

$$b = \cos(-20^\circ) = \cos 20^\circ = \sin 70^\circ$$

$$c = \tan 110^\circ = -\cot 20^\circ = -\tan 70^\circ < -\tan 45^\circ = -1$$

$$\therefore a = b > c$$