一、單選題 (25 題 每題 4 分 共 100 分)

(　　) 1.函數 $f(x)=12\cos x+5\sin x-3$ 的最大值為 M，最小值為 m，則 $M-m=$ (A) 23 (B) 24 (C) 25 (D) 26

【隨堂講義補充題.】

解答 D

解析 $M=\sqrt{12^2+5^2}-3=10$

$m=-\sqrt{12^2+5^2}-3=-16$

$\therefore\ M-m=26$

(　　) 2.$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$\tan A=\frac{4}{3}$，求 $\cos A=$ (A) $\frac{3}{4}$ (B) $\frac{4}{5}$ (C) $\frac{5}{4}$ (D) $\frac{3}{5}$

【龍騰自命題.】

解答 D

(　　) 3.在坐標平面上，若 $\triangle ABC$ 之三頂點坐標分別為 $A(2,0)$、$B(4,0)$ 與 $C(4,3)$，則 $\triangle ABC$ 之三邊上共有多少點與原點的距離恰為整數值？ (A)2 個 (B)4 個 (C)6 個 (D)8 個

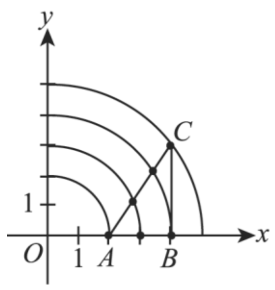
【099 年歷屆試題.】

解答 C

解析 以原點為圓心，作出半徑為 2、3、4、5 的圓

這些圓與 $\triangle ABC$ 的邊長共有 6 個交點，

也就是 $\triangle ABC$ 之三邊上共有 6 個點與原點的距離恰為整數值



故選(C)

(　　) 4.梯形 $ABCD$，$\overline{AD}//\overline{BC}$，已知 $\overline{AD}=4$，$\overline{BC}=10$，$\overline{AB}=5$，$\overline{CD}=7$，則梯形 $ABCD$ 面積為 (A)26 (B) $12\sqrt{6}$ (C)24 (D) $14\sqrt{6}$ (E)36

【課本練習題-自我評量.】

解答 D

解析 過 D 作 $\overline{DE}//\overline{AB}$

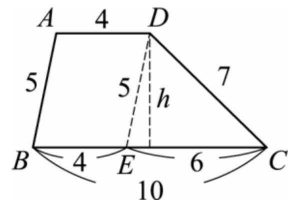
$\therefore\ \overline{CE}=10-4=6$

$\triangle CDE$ 的面積

$=\sqrt{9\times(9-5)\times(9-6)\times(9-7)}=\sqrt{9\times4\times3\times2}=6\sqrt{6}$

$\triangle CDE$ 的高 $h=\frac{6\sqrt{6}\times2}{6}=2\sqrt{6}$

梯形 $ABCD$ 的面積 $=\frac{(4+10)\times2\sqrt{6}}{2}=14\sqrt{6}$



(　　) 5.已知坐標平面上三點 $A(3,4)$、$B(5,-2)$、$C(x,y)$ 共線，若 B 在線段 $\overline{AC}$ 上，且 $\overline{AB}=2\overline{BC}$，求 C 點到原點的距離為 (A) 6 (B) 5 (C) $\sqrt{61}$ (D) $\sqrt{65}$

【隨堂測驗.】

解答 C

解析 $\overline{AB}=2\overline{BC}\ \Rightarrow\ \overline{AB}:\overline{BC}=2:1$

$$\underset{A(3,4)}{\vdash}\overset{2}{\text{———}}\underset{B(5,-2)}{+}\overset{:\ 1}{\text{—}}\underset{C(x,y)}{\dashv}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}\frac{1\times3+2\times x}{2+1}=5\\ \frac{1\times4+2\times y}{2+1}=-2\end{cases}\ \Rightarrow\begin{cases}3+2x=15\\ 4+2y=-6\end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}x=6\\ y=-5\end{cases}$$

$\therefore\ C(6,-5)$

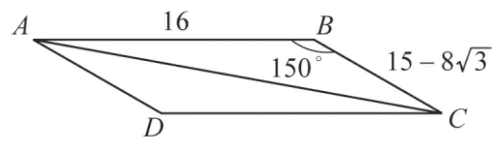
C 點到原點距離 $=\overline{CO}=\sqrt{6^2+(-5)^2}=\sqrt{61}$

(　　) 6.有一隻螞蟻在平行四邊形 $ABCD$ 的平面上從 A 點出發，行走至 C 點覓食，若 $\angle ABC=150°$，$\overline{AB}=16$，$\overline{BC}=15-8\sqrt{3}$，則螞蟻由 A 點行走至 C 點之最短距離為何？ (A)16 (B)17 (C)18 (D)19

【097 年歷屆試題.】

解答 B

解析



在 $\triangle ABC$ 中，由餘弦定理知：

$\overline{AC}^2=\overline{AB}^2+\overline{BC}^2-2\overline{AB}\times\overline{BC}\times\cos B$

$=16^2+(15-8\sqrt{3})^2-2\times16\times(15-8\sqrt{3})\times(-\frac{\sqrt{3}}{2})$

$=16^2+(15-8\sqrt{3})^2+16\sqrt{3}(15-8\sqrt{3})$

$=16^2+(15-8\sqrt{3})[(15-8\sqrt{3})+16\sqrt{3}]$

$=16^2+(15-8\sqrt{3})(15+8\sqrt{3})=16^2+[15^2-(8\sqrt{3})^2]$

$=256+225-192=289$

$\therefore\ \overline{AC}=\sqrt{289}=17$

(　　) 7.若 $x+4y=a-1$ 與 $ax-8y=b$ 的圖形表示同一直線，則 $a+b=$ (A)8 (B) -8 (C) -2 (D)6 (E)4

【課本練習題-自我評量.】

解答 E

解析 ∵ $\begin{cases} x+4y=a-1 \\ ax-8y=b \end{cases}$ 的圖形表示同一直線

∴ $\dfrac{1}{a}=\dfrac{4}{-8}=\dfrac{a-1}{b}$ 解之，得 $a=-2$、$b=6$

故 $a+b=-2+6=4$

( )8.設 $\dfrac{\pi}{2}<\alpha<\pi$，$\dfrac{3}{2}\pi<\beta<2\pi$ 且 $\sin\alpha=\dfrac{2}{\sqrt{5}}$，$\cos\beta=\dfrac{1}{\sqrt{10}}$，

則 $\cos(\alpha+\beta)=$ (A)$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ (B)$\dfrac{1}{2}$ (C)$-\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ (D)$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

【龍騰自命題.】

解答 A

解析 $\dfrac{\pi}{2}<\alpha<\pi$，$\dfrac{3}{2}\pi<\beta<2\pi$，$\sin\alpha=\dfrac{2}{\sqrt{5}}$，$\cos\beta=\dfrac{1}{\sqrt{10}}$

∴ $\cos\alpha=-\sqrt{1-\dfrac{4}{5}}=-\dfrac{\sqrt{5}}{5}$

$\sin\beta=-\sqrt{1-\dfrac{1}{10}}=\dfrac{-3\sqrt{10}}{10}$

∴

$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta=-\dfrac{\sqrt{5}}{5}\times\dfrac{\sqrt{10}}{10}+\dfrac{2\sqrt{5}}{5}\times\dfrac{3\sqrt{10}}{10}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

( )9.平面坐標中 $A(-6,-8)$至 x 軸之距離為 (A)10 (B)-6 (C)-8 (D)8

【龍騰自命題.】

解答 D

( )10.直線 L 通過點$(2,-1)$與$(-4,5)$，則 L 的斜率為何？

(A)-1 (B)$-\dfrac{1}{2}$ (C)$\dfrac{1}{2}$ (D)1

【隨堂測驗.】

解答 A

解析 $m=\dfrac{5-(-1)}{-4-2}=\dfrac{6}{-6}=-1$

( )11.設函數 $f(x-1)=x^2+2x-2$，則 $f(0)$等於 (A)0 (B)-2 (C)-3 (D)1

【龍騰自命題.】

解答 D

解析 $f(0)=f(1-1)=1^2+2\times1-2=1$

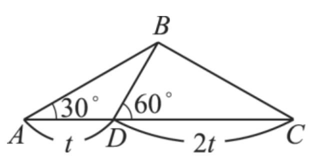
( )12.在$\triangle ABC$ 中，若 D 點在線段 $\overline{AC}$ 上且 $\overline{AD}:\overline{DC}=1:2$，又$\angle BAD=30°$，$\angle BDC=60°$，則$\angle DCB$ 的角度為何？

(A)30° (B)45° (C)60° (D)75°

【099 年歷屆試題.】

解答 A

解析



令 $\overline{AD}=t$、$\overline{DC}=2t$，其中 $t>0$

∵ $\angle BDC=60°$ ⇒ $\angle BDA=120°$ ⇒ $\angle ABD=30°$

∴ $\triangle DAB$ 為等腰三角形 ⇒ $\overline{DB}=t$

由餘弦定理知，在$\triangle BCD$ 中，

$\overline{BC}^2=\overline{DB}^2+\overline{DC}^2-2\overline{DB}\times\overline{DC}\times\cos(\angle BDC)$

$=t^2+(2t)^2-2\times t\times 2t\times\cos 60°=3t^2$ ⇒ $\overline{BC}=\sqrt{3}t$

由正弦定理，在$\triangle BCD$ 中

$\dfrac{\sqrt{3}t}{\sin 60°}=\dfrac{t}{\sin C}$ ⇒ $\sin C=\dfrac{1}{2}$ ⇒ $\angle C=30°$或 150°（不合）

故$\angle DCB=30°$

故選(A)

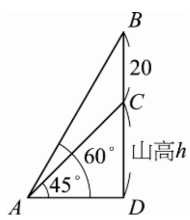
( )13.山上有一塔，塔高為 20 公尺，某人在地面上一點，分別測得山頂、塔頂的仰角為 45°、60°，求山高為幾公尺？ (A)$20(\sqrt{3}-1)$ (B)$20(\sqrt{3}+1)$ (C)$10(\sqrt{3}-1)$

(D)$10(\sqrt{3}+1)$

【隨堂講義補充題.】

解答 D

解析



$\triangle ACD$ 中

$\overline{AD}=\overline{CD}=h$

$\triangle ABD$ 中

$\overline{BD}:\overline{AD}=\sqrt{3}:1$

⇒ $(20+h):h=\sqrt{3}:1$

⇒ $\sqrt{3}h=20+h$

⇒ $h=\dfrac{20}{\sqrt{3}-1}=10(\sqrt{3}+1)$（公尺）

( )14.已知 $\tan\theta=3$ 且 $\cos\theta<0$，則 $3\sin\theta+\cos\theta$ 之值為

(A)$\sqrt{10}$ (B)$-\dfrac{3}{\sqrt{10}}$ (C)$-\dfrac{4}{\sqrt{10}}$ (D)$-\sqrt{10}$

【龍騰自命題.】

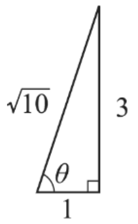
解答 D

解析 ∵ $\tan\theta=3>0$，且 $\cos\theta<0$ ∴ θ 落在第三象限

∴ $\sin\theta<0$，$\cos\theta<0$ ∴ $\sin\theta=-\dfrac{3}{\sqrt{10}}$，

$\cos\theta=-\dfrac{1}{\sqrt{10}}$

⇒ $3\sin\theta+\cos\theta=3\times(-\dfrac{3}{\sqrt{10}})+(-\dfrac{1}{\sqrt{10}})=-\dfrac{10}{\sqrt{10}}=-\sqrt{10}$



(　　)15.設 y 軸上一點 P 到二點 $A(1,-2)$，$B(3,-4)$等距離，若 P 點坐標(a,b)，則 $a+b=$ (A)-2 (B)-3 (C)-4 (D)-5

【龍騰自命題.】

解答 D

解析 $\because$ $P(a,b)$在 y 軸上 $\therefore$ $a=0$ $\Rightarrow$ $P(0,b)$

由距離公式得 $\sqrt{(0-1)^2+(b+2)^2}=\sqrt{(0-3)^2+(b+4)^2}$

$\Rightarrow$ $b=-5$ $\therefore$ $a+b=0-5=-5$

(　　)16.設 $A(-1,3)$，$B(3,7)$，若 $\overline{AB}$ 為一圓的直徑，此圓的面積為 (A)2π (B)4π (C)8π (D)16π

【龍騰自命題.】

解答 C

(　　)17.直線 $y=mx+5$ 與 $2|x|+3|y|=6$ 圖形恰有一個交點，則$|m|=$ (A)$\frac{5}{2}$ (B)$\frac{5}{3}$ (C)$\frac{5}{6}$ (D)$\frac{6}{5}$

【龍騰自命題.】

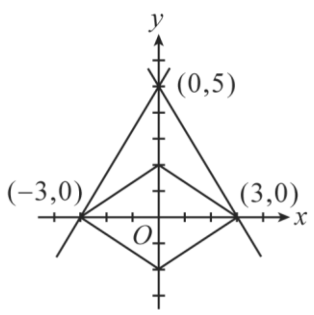
解答 B

解析 $2|x|+3|y|=6$ 是以$(3,0)$、$(-3,0)$、$(0,2)$、$(0,-2)$為頂點之菱形

$y=mx+5$ 必經過點$(0,5)$

又 $y=mx+5$ 與 $2|x|+3|y|=6$ 恰有一個交點，交點必為$(3,0)$或$(-3,0)$

因此斜率 $m=\frac{5}{3}$ 或 $-\frac{5}{3}$ $\therefore$ $|m|=\frac{5}{3}$



(　　)18.若 $\cos\theta=\frac{1}{3}$ 且 $0<\theta<\frac{\pi}{2}$，則 $3\sin\frac{\theta}{4}\cos\frac{\theta}{4}\cos\frac{\theta}{2}$ 的值為 (A)$\frac{1}{2}$ (B)$\frac{\sqrt{2}}{2}$ (C)$\frac{\sqrt{3}}{2}$ (D)1

【龍騰自命題.】

解答 B

解析 原式$=\frac{3}{2}\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}=\frac{3}{4}\sin\theta=\frac{3}{4}\sqrt{1-(\frac{1}{3})^2}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

(　　)19.一圓的半徑為 10 公分，圓心角 75°所對的弧長為 (A)750 公分 (B)375 公分 (C)$\frac{25}{12}\pi$ 公分 (D)$\frac{25}{6}\pi$ 公分 (E)$\frac{125}{6}\pi$ 公分

【課本練習題-自我評量.】

解答 D

解析 $75^\circ=\frac{5}{12}\pi$ ，弧長$=10\times\frac{5}{12}\pi=\frac{25}{6}\pi$

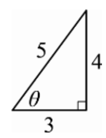
(　　)20.設 θ 為銳角，若 $\tan\theta=\frac{4}{3}$ ，則 $\frac{\cos\theta+\sin\theta\sec\theta}{\sec^2\theta}=$

(A)$\frac{87}{125}$ (B)$\frac{145}{27}$ (C)$\frac{29}{9}$ (D)$\frac{29}{27}$

【隨堂講義補充題.】

解答 A

解析 所求$=\dfrac{\frac{3}{5}+\frac{4}{5}\times\frac{5}{3}}{\left(\frac{5}{3}\right)^2}=\dfrac{\frac{29}{15}}{\frac{25}{9}}=\frac{87}{125}$



(　　)21.△ABC 中，$\angle A=120^\circ$，$\angle C=30^\circ$，$b=4$，則△ABC 的外接圓面積為 (A)4π (B)8π (C)12π (D)16π

【龍騰自命題.】

解答 D

解析 $\frac{b}{\sin B}=2R$ $\Rightarrow$ $\frac{4}{\sin 30^\circ}=2R$ $\Rightarrow$ $R=\dfrac{2}{\frac{1}{2}}=4$

$\therefore$ 外接圓面積 $=\pi R^2=16\pi$

(　　)22.$\sin(-1080^\circ)=$ (A)-1 (B)$-\frac{1}{2}$ (C)0 (D)$\frac{1}{2}$

【龍騰自命題.】

解答 C

(　　)23.設 $A(2,1)$、$B(3,5)$、$C(0,-1)$、$D(2,k)$，若 $\overleftrightarrow{AB}\,//\,\overleftrightarrow{CD}$ ，則 $k=$ (A)1 (B)3 (C)5 (D)7

【龍騰自命題.】

解答 D

(　　)24.$\sin120^\circ\cos30^\circ+\cos270^\circ\sin210^\circ+\tan225^\circ\sec300^\circ=$

(A)$\frac{9}{4}$ (B)$\frac{11}{4}$ (C)$\frac{13}{4}$ (D)$\frac{15}{4}$

【隨堂講義補充題.】

解答 B

解析 所求$=\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}+0\times\left(-\frac{1}{2}\right)+1\times2=\frac{11}{4}$

(　　)25.$\sin110^\circ\cos20^\circ-\cos110^\circ\sin20^\circ=$ (A)0 (B)$\sin130^\circ$ (C)1 (D)$\cos130^\circ$ (E)-1

【課本練習題-自我評量.】

解答 C

$\boxed{解析}$ 原式 $=\sin(110° - 20°) = \sin 90° = 1$