三角函數的應用　0913 班級　　　　姓名　　　　　　座號

一、單選題 (25 題 每題 4 分 共 100 分)

(　　　) 1.下列各等式何者恆為正確？ (A)$\cos(x-y)=\cos(y-x)$ (B)$\cos 0=0$ (C)$\sin 2x=2\sin x$ (D)$\tan(x+y)=\tan x+\tan y$

解答 A【091 年歷屆試題.】

解析 由題目及公式，可得

(A)$\cos(x-y)=\cos[-(y-x)]=\cos(y-x)$正確（∵ $\cos(-\theta)=\cos\theta$）

(B)$\cos 0=0$ 錯誤（∵ $\cos 0=1$）

(C)$\sin 2x=2\sin x$ 錯誤（∵ $\sin 2x=2\sin x\cos x$）

(D)$\tan(x+y)=\tan x+\tan y$ 錯誤（∵ $\tan(x+y)=\dfrac{\tan x+\tan y}{1-\tan x\tan y}$）

(　　　) 2.$\triangle ABC$ 三內角 $\angle A$、$\angle B$、$\angle C$ 之對應邊長分別為 a、b、c，若 $a=2\sqrt{3}$，$b=2$，$\angle A=120^\circ$，則 $c=$ (A)$\sqrt{3}$ (B)2 (C)3 (D)$2\sqrt{3}$【091 年歷屆試題.】

解答 B

解析 題目中，$a=2\sqrt{3}$，$b=2$，$\angle A=120^\circ$

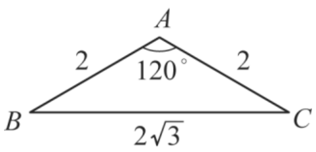
由此三條件只能先求 $\angle B$

利用正弦定理 $\Rightarrow$ $\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}$ $\Rightarrow$ $\dfrac{\cancel{2}\sqrt{3}}{\sin 120^\circ}=\dfrac{\cancel{2}1}{\sin B}$

$\Rightarrow$ $\cancel{\sqrt{3}}\sin B=\sin 120^\circ=\dfrac{\cancel{\sqrt{3}}^{1}}{2}$ $\Rightarrow$ $\sin B=\dfrac{1}{2}$

$\Rightarrow$ $\angle B=30^\circ$或 150°（不合） $\Rightarrow$ $\angle B=30^\circ$

再推得 $\angle C=30^\circ$ ∵ $\angle B=\angle C=30^\circ$ $\Rightarrow$ $b=c=2$（等腰）



另解：利用餘弦定理

$\cos 120^\circ=\dfrac{4+C^2-(2\sqrt{3})^2}{2\times 2\times C}$

$-\dfrac{1}{2}=\dfrac{C^2-8}{4C}$

$C^2+2C-8=0$

$C=-4$（不合）、2

(　　　) 3.已知 θ 為銳角，若 $\cos 2\theta=\dfrac{3}{4}$，則 $\sin\theta=$ (A)$\dfrac{\sqrt{2}}{3}$ (B)$\dfrac{\sqrt{2}}{4}$ (C)$\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$ (D)$\dfrac{3\sqrt{2}}{4}$

【隨堂講義補充題.】

解答 B

解析 ∵ $\cos 2\theta=1-2\sin^2\theta$

$\Rightarrow$ $1-2\sin^2\theta=\dfrac{3}{4}$ $\Rightarrow$ $\sin^2\theta=\dfrac{1}{8}$

$\Rightarrow$ $\sin\theta=\pm\dfrac{1}{\sqrt{8}}$（∵ θ 為銳角 ∴ 負不合）

故 $\sin\theta=\dfrac{1}{2\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{4}$

(　　) 4.$\triangle ABC$ 中，$\overline{AC}=3$，$\overline{BC}=3$，$\angle C=90^\circ$，則 $\sin B=$ 　(A)3　(B)1　(C)$\dfrac{1}{3}$　(D)$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

【龍騰自命題.】

解答　D

解析　$\because$　$\angle C=90^\circ$，且 $\overline{AC}=\overline{BC}=3$　　$\therefore$　$\angle A=\angle B=45^\circ$　　$\therefore$　$\sin B=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

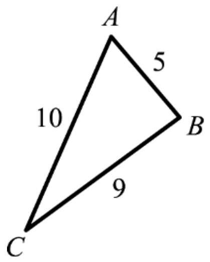
(　　) 5.若$\triangle ABC$ 中，$\overline{AB}=5$，$\overline{BC}=9$，$\overline{CA}=10$，則 $\cos(\angle A+\angle B)=$ 　(A)$-\dfrac{13}{15}$　(B)$-\dfrac{7}{15}$　(C)$\dfrac{7}{15}$　(D)$\dfrac{13}{15}$

【102 年歷屆試題.】

解答　A

解析　$\because$　$\angle A+\angle B+\angle C=180^\circ$

$\therefore$　$\cos(\angle A+\angle B)=\cos(180^\circ-\angle C)=-\cos\angle C=-\dfrac{9^2+10^2-5^2}{2\times 9\times 10}=-\dfrac{13}{15}$



(　　) 6.在三角形 ABC 中，若 $\sin A:\sin B:\sin C=2:3:4$，則下列何者為真？　(A)$\cos A=-\dfrac{7}{8}$　(B)$\cos B=\dfrac{11}{16}$　(C)$\cos C=\dfrac{1}{4}$　(D)以上皆非

【龍騰自命題】

解答　B

解析　$\because$　$a:b:c=2:3:4$

$\therefore$　設 $a=2k$，$b=3k$，$c=4k$，$k\neq 0$，由餘弦定理：

$$\cos A=\frac{(3k)^2+(4k)^2-(2k)^2}{2\times 3k\times 4k}=\frac{21k^2}{24k^2}=\frac{7}{8}$$

$$\cos B=\frac{(2k)^2+(4k)^2-(3k)^2}{2\times 2k\times 4k}=\frac{11k^2}{16k^2}=\frac{11}{16}$$

$$\cos C=\frac{(2k)^2+(3k)^2-(4k)^2}{2\times 2k\times 3k}=\frac{-3k^2}{12k^2}=-\frac{1}{4}$$

(　　) 7.設 $A\left(\sqrt{3},a+1\right)$、$B\left(0,-2\right)$，若 $\overline{AB}$ 的斜角為 $\dfrac{2\pi}{3}$，則 $a=$ 　(A)$\sqrt{3}$　(B)$3\sqrt{3}$　(C)-3　(D)-6

【隨堂講義補充題.】

解答　D

解析　$m_{\overline{AB}}=\tan\theta$

$\Rightarrow$　$\dfrac{a+1-(-2)}{\sqrt{3}-0}=\tan 120^\circ=-\dfrac{\sqrt{3}}{1}$

$\Rightarrow$　$a+3=-3$　$\Rightarrow$　$a=-6$

(　　) 8.$\triangle ABC$ 中，若 $\dfrac{7}{\sin A}=\dfrac{8}{\sin B}=\dfrac{13}{\sin C}$，則 $\angle C=$ 　(A)75°　(B)105°　(C)120°　(D)135°

【龍騰自命題.】

解答　C

(　　) 9.設 $\alpha+\beta=\dfrac{3\pi}{4}$，則 $(1-\tan\alpha)(1-\tan\beta)=$ 　(A)1　(B)2　(C)-1　(D)-2

【龍騰自命題.】

解答 B

解析 $\tan(\alpha+\beta)=\dfrac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}=\tan(\dfrac{3}{4}\pi)=-1$

$\Rightarrow\ \ \tan\alpha+\tan\beta=-1+\tan\alpha\tan\beta$

故$(1-\tan\alpha)(1-\tan\beta)=1-(\tan\alpha+\tan\beta)+\tan\alpha\tan\beta$

$=1-(-1+\tan\alpha\tan\beta)+\tan\alpha\tan\beta=2$

(　　) 10.$\triangle ABC$ 中，$\overline{AB}=30$ 公分，$\overline{AC}=10$ 公分，$\angle A=60^\circ$，則 $\dfrac{\sin B}{\sin C}=$ 　(A)3　(B)$\dfrac{1}{3}$　(C)-3　(D)$-\dfrac{2}{3}$

【龍騰自命題.】

解答 B

解析 $\dfrac{30}{\sin C}=\dfrac{10}{\sin B}\ \ \Rightarrow\ \ \dfrac{\sin B}{\sin C}=\dfrac{10}{30}=\dfrac{1}{3}$

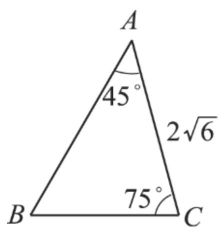
(　　)11.在$\triangle ABC$ 中，$\angle A$、$\angle B$、$\angle C$ 的對應邊分別為 a、b、c，若 $b=2\sqrt{6}$，$\angle A=45^\circ$，$\angle C=75^\circ$，則$\triangle ABC$ 的面積等於　(A)$6-2\sqrt{3}$　(B)$3+\sqrt{3}$　(C)$6+\sqrt{3}$　(D)$6+2\sqrt{3}$

【龍騰自命題.】

解答 D

解析 $\angle B=60^\circ$，$\dfrac{2\sqrt{6}}{\sin 60^\circ}=\dfrac{\overline{BC}}{\sin 45^\circ}\ \ \Rightarrow\ \ \dfrac{2\sqrt{6}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\dfrac{\overline{BC}}{\frac{\sqrt{2}}{2}}\ \ \Rightarrow\ \ \overline{BC}=4$

$\therefore\ \ \triangle ABC$ 面積$=\dfrac{1}{2}\times4\times2\sqrt{6}\times\sin 75^\circ=\dfrac{1}{2}\times4\times2\sqrt{6}\times\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}=6+2\sqrt{3}$



(　　)12.設$\triangle ABC$ 之三邊長 $\overline{BC}=5$，$\overline{AC}=3$，$\overline{AB}=4$，若 $\angle A$ 的內角平分線與 $\overline{BC}$ 邊的交點為 D，則線段 $\overline{AD}$ 之長為　(A)$\dfrac{9\sqrt{2}}{7}$　(B)$\dfrac{10\sqrt{2}}{7}$　(C)$\dfrac{11\sqrt{2}}{7}$　(D)$\dfrac{12\sqrt{2}}{7}$

【龍騰自命題.】

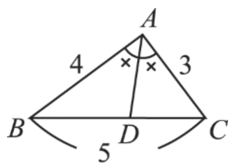
解答 D

解析 $\because$　三邊長為 3、4、5　　$\therefore$　$\angle BAC=90^\circ\ \ \Rightarrow\ \ \angle BAD=\angle CAD=45^\circ$

利用$\triangle ABD$ 面積 ＋ $\triangle ACD$ 面積 ＝ $\triangle ABC$ 面積

$\Rightarrow\ \ \dfrac{1}{2}\times4\times\overline{AD}\sin 45^\circ+\dfrac{1}{2}\times3\times\overline{AD}\sin 45^\circ=\dfrac{1}{2}\times4\times3\times\sin 90^\circ$

$\Rightarrow\ \ \sqrt{2}\ \overline{AD}+\dfrac{3}{4}\sqrt{2}\ \overline{AD}=6\ \ \Rightarrow\ \ \dfrac{7}{4}\sqrt{2}\ \overline{AD}=6\ \ \Rightarrow\ \ \overline{AD}=\dfrac{12\sqrt{2}}{7}$



(　　) 13. $\cos\dfrac{\pi}{7}\cos\dfrac{2}{7}\pi\cos\dfrac{4}{7}\pi$ 的值為　(A)$\dfrac{1}{2}$ (B)$-\dfrac{1}{3}$ (C)$\dfrac{1}{8}$ (D)$-\dfrac{1}{8}$

【龍騰自命題.】

解答 D

解析 原式$=\dfrac{8\sin\frac{\pi}{7}\cos\frac{\pi}{7}\cos\frac{2\pi}{7}\cos\frac{4\pi}{7}}{8\sin\frac{\pi}{7}}=\dfrac{4\sin\frac{2\pi}{7}\cos\frac{2\pi}{7}\cos\frac{4\pi}{7}}{8\sin\frac{\pi}{7}}$

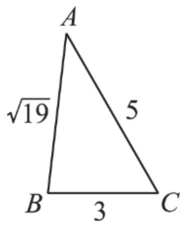
$$=\frac{2\sin\frac{4\pi}{7}\cos\frac{4\pi}{7}}{8\sin\frac{\pi}{7}}=\frac{\sin\frac{8\pi}{7}}{8\sin\frac{\pi}{7}}=\frac{-\sin\frac{\pi}{7}}{8\sin\frac{\pi}{7}}=-\frac{1}{8}$$

(　　　) 14.△ABC 中，若 $a=3$，$b=5$，$c=\sqrt{19}$，則 $\angle C=$　(A)$\frac{\pi}{6}$　(B)$\frac{\pi}{3}$　(C)$\frac{2\pi}{3}$　(D)$\frac{4\pi}{3}$

【龍騰自命題.】

解答　B

解析　$\cos C=\frac{3^2+5^2-(\sqrt{19})^2}{2\times3\times5}=\frac{1}{2}$　　$\therefore$　$\angle C=60°=\frac{\pi}{3}$



(　　　) 15.設 a、b、c 表△ABC 三邊長，若 $b^2-(c-a)^2=ca$，則 $\angle B$ 等於　(A)300°　(B)120°　(C)330°　(D)60°

【龍騰自命題.】

解答　D

解析　$b^2-(c-a)^2=ca \Rightarrow b^2-(c^2-2ac+a^2)=ca$

$\therefore$　$b^2-c^2-a^2+2ac=ca$　　$\therefore$　$ac=a^2+c^2-b^2$

$\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=\frac{ac}{2ac}=\frac{1}{2}$　　$\therefore$　$\angle B=60°$

(　　　) 16.設 $\cos\alpha=-\frac{3}{5}$，$\frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$，則 $\sin2\alpha=$　(A)$\frac{24}{25}$　(B)$-\frac{24}{25}$　(C)$\frac{9}{50}$　(D)$-\frac{7}{25}$

【隨堂測驗.】

解答　B

解析　$\cos\alpha=-\frac{3}{5}$，$\frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$

$\sin2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha=2\times\frac{4}{5}\times\left(-\frac{3}{5}\right)=-\frac{24}{25}$

(　　　) 17.直線 $L_1: y=\sqrt{3}x+7$，$L_2: y=-\sqrt{3}x-6$，若 θ 為 L_1 和 L_2 之交角，則 θ=　(A)$\frac{\pi}{3}$　(B)$\frac{\pi}{4}$　(C)$\frac{\pi}{5}$　(D)$\frac{\pi}{6}$

【龍騰自命題.】

解答　A

解析　$m_1=\sqrt{3}$，$m_2=-\sqrt{3}$

$\tan\theta=\frac{m_2-m_1}{1+m_2\times m_1}=\frac{-\sqrt{3}-\sqrt{3}}{1+(-\sqrt{3})\sqrt{3}}=\frac{-2\sqrt{3}}{-2}=\sqrt{3} \Rightarrow \theta=\frac{\pi}{3}$

(　　　) 18.設 L_1：$x+y-1=0$，L_2：$2x-y+3=0$，若 L_1 和 L_2 之交角為 θ，則 $\cos\theta$=　(A)$\frac{4}{\sqrt{10}}$　(B)$\frac{3}{\sqrt{10}}$　(C)$\frac{2}{\sqrt{10}}$　(D)$\frac{1}{\sqrt{10}}$

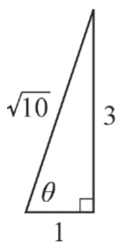
【龍騰自命題.】

解答　D

解析　L_1 斜率 $m_1=-1$，L_2 斜率 $m_2=2$

L_1 與 L_2 交角 θ　$\Rightarrow$　$\tan\theta=\frac{m_1-m_2}{1+m_1\times m_2}=\frac{-1-2}{1+(-1)\times2}=3$

$\Rightarrow$　$\cos\theta=\frac{1}{\sqrt{10}}$



(　　　) 19.若兩直線 $y=ax+3$ 與 $y=\sqrt{3}x-1$ 的交角為 $60°$，則 $a=$　(A) $-\sqrt{3}$ 或 0　(B) $\sqrt{3}$ 或 0　(C) $\sqrt{3}$ 或 $-\sqrt{3}$　(D) $\sqrt{3}$ 或 $\frac{1}{\sqrt{3}}$

【龍騰自命題.】

解答　A

解析　$m_1=a$，$m_2=\sqrt{3}$　$\Rightarrow$　$\tan 60°=\pm\frac{a-\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}a}$　$\Rightarrow$　$\sqrt{3}=\pm\frac{a-\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}a}$

$\Rightarrow$　$\sqrt{3}+3a=a-\sqrt{3}$ 或 $\sqrt{3}+3a=-a+\sqrt{3}$　$\Rightarrow$　$a=-\sqrt{3}$ 或 $a=0$

(　　　) 20.$\triangle ABC$ 中，若 $b^2-(c-a)^2=3ca$，則 $\angle B=$　(A)30°　(B)60°　(C)120°　(D)150°

【龍騰自命題.】

解答　C

解析　$b^2-(c-a)^2=3ca$　$\Rightarrow$　$b^2-c^2+2ca-a^2=3ca$　$\Rightarrow$　$-ca=c^2+a^2-b^2$

$\cos B=\frac{c^2+a^2-b^2}{2ca}=\frac{-ca}{2ca}=-\frac{1}{2}$　$\Rightarrow$　$\angle B=120°$

(　　　) 21.下列敘述何者<u>錯誤</u>？　(A) $\sin 2\theta=2\sin\theta\cos\theta$　(B) $\cos 2\theta=\sin^2\theta-\cos^2\theta$　(C) $\cos 2\theta=2\cos^2\theta-1$　(D) $\cos 2\theta=1-2\sin^2\theta$

【龍騰自命題.】

解答　B

(　　　) 22.$\tan 195°=$　(A) $\frac{\sqrt{3}-1}{4}$　(B) $\frac{\sqrt{3}+1}{4}$　(C) $2-\sqrt{3}$　(D) $\sqrt{3}-2$

【龍騰自命題.】

解答　C

(　　　) 23.已知兩直線 L_1 平行 x 軸，$L_2:\sqrt{3}x+y+6=0$，則 L_1 與 L_2 的夾角為　(A)30°與 150°　(B)45°與 135°　(C)60°與 120°　(D)90°

【龍騰自命題.】

解答　C

(　　　) 24.試求 $\cos(15°+\theta)\cos(30°-\theta)-\sin(30°-\theta)\sin(15°+\theta)=$　(A) $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$　(B) $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$　(C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$　(D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

【課本練習題-自我評量.】

解答　D

解析　原式 $=\cos[(15°+\theta)+(30°-\theta)]=\cos 45°=\frac{\sqrt{2}}{2}$

(　　　) 25.設 $\sin(-45°)\sin 15°=k-\cos 45°\cos(-15°)$，則 k 之值為何？　(A) 0　(B) $\frac{1}{2}$　(C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$　(D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

【103 年歷屆試題.】

解答　B

解析　$\because$　$\sin(-45°)=-\sin 45°$，$\cos(-15°)=\cos 15°$

$\therefore$　原式可化簡如下

$\Rightarrow$　$-\sin 45°\sin 15°=k-\cos 45°\cos 15°$

$\Rightarrow$　$k=\cos 45°\cos 15°-\sin 45°\sin 15°=\cos(45°+15°)=\cos 60°=\frac{1}{2}$