

一、單選題 (25 題 每題 4 分 共 100 分)

- () 1. 已知 $\int_a^b f(x)dx = 6$, $\int_a^b g(x)dx = 12$, $\int_a^b h(x)dx = 4$, 且 $\int_a^b (mf(x) + ng(x))dx = 13$, $\int_a^b (mg(x) - nh(x))dx = 5$, 則 $6m + 8n =$ (A)6 (B)8
(C)10 (D)12

【098 年歷屆試題.】

解答 C

$$\text{解析 } \int_a^b (mf(x) + ng(x))dx = m \int_a^b f(x)dx + n \int_a^b g(x)dx = 6m + 12n = 13 \dots \textcircled{1}$$

$$\int_a^b (mg(x) - nh(x))dx = m \int_a^b g(x)dx - n \int_a^b h(x)dx = 12m - 4n = 5 \dots \textcircled{2}$$

$$\text{由 } \textcircled{1} \text{ 和 } \textcircled{2} \text{ 得 } m = \frac{2}{3}, n = \frac{3}{4}$$

$$\text{因此 } 6m + 8n = 6 \times \frac{2}{3} + 8 \times \frac{3}{4} = 10$$

- () 2. 設 $(0.99)^{10}$ 乘開, 小數點後第一、二、三、四位分別為 a 、 b 、 c 、 d , 則 $a - b + c - d$ 之值為 (A)12 (B)10 (C)9 (D)8

【龍騰自命題.】

解答 B

$$\text{解析 } (0.99)^{10} = (1 - 0.01)^{10} = C_0^{10} \times 1^{10} + C_1^{10} \times 1^9 \times (-0.01) + C_2^{10} \times 1^8 \times (-0.01)^2 + C_3^{10} \times 1^7 \times (-0.01)^3 + \dots$$

$$= 1 - 0.1 + 0.0045 - 0.00012 + \dots \approx 0.90438 \dots$$

$$\therefore a = 9, b = 0, c = 4, d = 3 \quad a - b + c - d = 10$$

- () 3. 設 $\log_3 x + \log_9 x = 3$, 則 $x =$ (A)3 (B)6 (C)9 (D)12

【龍騰自命題.】

解答 C

$$\text{解析 } \log_3 x + \frac{1}{2} \log_3 x = 3 \Rightarrow \log_3 x = \frac{2}{3} \times 3 = 2 \quad \text{故 } x = 3^2 = 9$$

- () 4. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 \times 3^n}{2^n + 4^n} =$ (A)0 (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D)1

【隨堂講義補充題.】

解答 A

$$\text{解析 } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 \times 3^n}{2^n + 4^n} \quad (\text{同除以 } 4^n) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 \times \left(\frac{3}{4}\right)^n}{\left(\frac{1}{2}\right)^n + 1} = \frac{0}{0+1} = \frac{0}{1} = 0$$

- () 5. 設無窮等比級數 $\sum_{n=1}^{\infty} a^n = a + a^2 + a^3 + \dots + a^n + \dots$ 收斂, 且其和為 6, 則 a 之值為 (A) $\frac{4}{5}$ (B) $\frac{5}{6}$ (C) $\frac{6}{7}$ (D) $\frac{7}{8}$

【課本練習題-自我評量.】

解答 C

$$\text{解析 } \frac{a}{1-a} = 6 \Rightarrow 6 - 6a = a \Rightarrow a = \frac{6}{7}$$

- () 6. 若一運動物體的速度函數 $v(t) = 3 - t^2$, 則此物體在時刻 $t = 3$ 的瞬時加速度為 (A)-6 (B)6 (C)-5 (D)-4

【課本練習題-自我評量.】

解答 A

$$\text{解析 } v'(3) = \lim_{t \rightarrow 3} \frac{v(t) - v(3)}{t - 3} = \lim_{t \rightarrow 3} \frac{(3 - t^2) - (-6)}{t - 3} = \lim_{t \rightarrow 3} \frac{-(t+3)(t-3)}{t-3}$$

$$= \lim_{t \rightarrow 3} (-(t+3)) = -3 - 3 = -6$$

() 7.若 $8^y = \sqrt{2}$ ，則 $y =$ (A) $\frac{2}{3}$ (B) $\frac{3}{2}$ (C) 6 (D) $\frac{1}{6}$

【龍騰自命題.】

解答 D

解析 $8^y = \sqrt{2} \Rightarrow 2^{3y} = 2^{\frac{1}{2}} \therefore 3y = \frac{1}{2} \Rightarrow y = \frac{1}{6}$

() 8.設袋中有一元、五元、十元、五十元硬幣各一枚，問小蓮從袋中任取一個硬幣幣值之數學期望值為多少元？(A)16.5(B)16(C)15.5 (D)15

【龍騰自命題.】

解答 A

解析 $\frac{1}{4} \times 1 + \frac{1}{4} \times 5 + \frac{1}{4} \times 10 + \frac{1}{4} \times 50 = 16.5$ (元)

() 9.已知一等差級數前 n 項和為 $5n^2$ ，求公差為 (A)10 (B)15 (C)5 (D)20

【龍騰自命題.】

解答 A

解析 $S_n = 5n^2$

$$a_1 = S_1 = 5$$

$$a_1 + a_2 = S_2 = 5 \times 2^2 = 20$$

$$\therefore a_2 = 20 - 5 = 15, \text{ 公差 } d = a_2 - a_1 = 10$$

() 10.小紀由甲地旅行至乙地，平均每小時速率是 30 公里，由乙地回到甲地，平均每小時速率是 60 公里，則全部旅程之平均速率為何？
(A)35 (B)40 (C)45 (D)50

【龍騰自命題.】

解答 B

解析 設甲、乙兩地相距 x 公里，

則甲地到乙地所需時間為 $\frac{x}{30}$ ，而乙地到甲地花費時間為 $\frac{x}{60}$ ，

故平均速率為 $\frac{2x}{\frac{x}{30} + \frac{x}{60}} = 40$ (公里/小時)

() 11.關於 $\sqrt{(x+1)^2 + (y-2)^2} = \frac{|3x+y-19|}{\sqrt{10}}$ 所代表的圖形，下列何者不為真？ (A)圖形為拋物線 (B)(1, -2)為焦點 (C) $3x + y - 19 = 0$ 為準線 (D) $x - 3y + 7 = 0$ 為對稱軸

【龍騰自命題.】

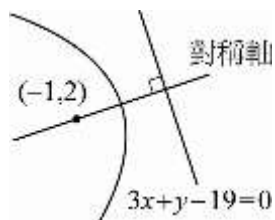
解答 B

解析 $\sqrt{(x+1)^2 + (y-2)^2} = \frac{|3x+y-19|}{\sqrt{10}}$ 代表動點 (x, y) 到焦點 $(-1, 2)$ 之距離

等於到準線 $3x + y - 19 = 0$ 之距離，是一拋物線

對稱軸是過焦點 $(-1, 2)$ 且垂直準線 $3x + y - 19 = 0$ 的直線

\Rightarrow 對稱軸為 $x - 3y + 7 = 0$



() 12.下列何組不為同界角？ (A) $300^\circ, -60^\circ$ (B) $700^\circ, 20^\circ$ (C) $-3565^\circ, 35^\circ$ (D) $2, 2 - 2\pi$

【龍騰自命題.】

解答 B

解析 $\theta_1 - \theta_2 = 360^\circ \times n \quad n \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \theta_1, \theta_2$ 為同界角

$700^\circ - 20^\circ = 680^\circ \neq 360^\circ \times n \quad n \in \mathbb{Z} \therefore$ 不為同界角

- () 13. 指數不等式 $\left(\frac{1}{8}\right)^{x+2} < 2^{x^2-10}$ 之解為何? (A) $x > 4$ 或 $x < -1$ (B) $-4 < x < 1$ (C) $x > 1$ 或 $x < -4$ (D) $-1 < x < 4$

【隨堂講義補充題.】

解答 C

解析 $\left(\frac{1}{8}\right)^{x+2} < 2^{x^2-10} \Rightarrow (2^{-3})^{x+2} < 2^{x^2-10}$

$$\Rightarrow 2^{-3x-6} < 2^{x^2-10}$$

\therefore 底數為 $2 > 1$, 故為增函數

$$\Rightarrow -3x-6 < x^2-10 \Rightarrow x^2+3x-4 > 0$$

$$\Rightarrow (x-1)(x+4) > 0 \Rightarrow x > 1 \text{ 或 } x < -4$$

- () 14. 已知單位向量 \vec{a} 與單位向量 \vec{b} 之夾角為 60° , 且 $\vec{a} + k\vec{b}$ 與 $3\vec{a} - \vec{b}$ 互相垂直, 則 k 之值為 (A) -7 (B) -5 (C) $-\frac{7}{5}$ (D) $-\frac{5}{3}$

【隨堂講義補充題.】

解答 B

解析 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \times 1 \times \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$

$$\therefore (\vec{a} + k\vec{b}) \perp (3\vec{a} - \vec{b})$$

$$\Rightarrow (\vec{a} + k\vec{b}) \cdot (3\vec{a} - \vec{b}) = 0$$

$$\Rightarrow 3|\vec{a}|^2 - \vec{a} \cdot \vec{b} + 3k\vec{a} \cdot \vec{b} - k|\vec{b}|^2 = 0$$

$$\Rightarrow 3 - \frac{1}{2} + \frac{3}{2}k - k = 0 \Rightarrow k = -5$$

- () 15. 甲、乙兩位病患再存活 2 年機率分別為 $\frac{2}{3}$ 及 $\frac{1}{2}$, 甲、乙兩人存活互不影響, 則至少有一人再存活 2 年的機率為何? (A) $\frac{2}{6}$ (B) $\frac{5}{6}$

(C) $\frac{4}{6}$ (D) $\frac{3}{6}$

【隨堂講義補充題.】

解答 B

解析 A 表甲存活, B 表乙存活

依題意知:

$$P(A \cup B) = 1 - P(A' \cap B') = 1 - P(A') \times P(B')$$

$$= 1 - \left(1 - \frac{2}{3}\right) \times \left(1 - \frac{1}{2}\right) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

- () 16. 設 $A(1,2)$ 、 $B(-1,0)$ 、 $C(2,1)$, 則過 A 且垂直 \overline{BC} 之直線方程式為 (A) $3x - y - 1 = 0$ (B) $x + 3y - 7 = 0$ (C) $3x + y - 5 = 0$ (D) $x - 3y + 5 = 0$

【龍騰自命題.】

解答 C

解析 \overline{BC} 斜率為 $\frac{0-1}{-1-2} = \frac{1}{3} \Rightarrow$ 垂直 \overline{BC} 之直線斜率為 -3 , 且過 $A(1,2)$

$$\text{此直線為 } y - 2 = -3(x - 1) \Rightarrow 3x + y - 5 = 0$$

- () 17. 關於 $\left(x - \frac{2}{x}\right)^8$ 展開式中, 下列敘述何者正確? (A) 常數項為 1160 (B) x^2 項係數為 -448 (C) x^4 項係數為 -112 (D) x^{-8} 項係數為

-256

【103 年歷屆試題.】

解答 B

解析 $\left(x - \frac{2}{x}\right)^8 = \left[x + \left(-\frac{2}{x}\right)\right]^8$

(A) 常數項： $C_4^8 x^4 \left(-\frac{2}{x}\right)^4 = 1120$

(B) x^2 項： $C_3^8 x^5 \left(-\frac{2}{x}\right)^3 = -448x^2$ ，則 x^2 項係數為 -448

(C) x^4 項： $C_2^8 x^6 \left(-\frac{2}{x}\right)^2 = 112x^4$ ，則 x^4 項係數為 112

(D) x^{-8} 項： $C_8^8 x^0 \left(-\frac{2}{x}\right)^8 = 256x^{-8}$ ，則 x^{-8} 項係數為 256

() 18. 若複數 $z_1 = -2i$ ， $z_2 = 1+i$ ， $z_3 = 2-\sqrt{2}i$ ，則 $|z_1 \times z_2 \times z_3| =$ (A) $8\sqrt{2}$ (B) $4\sqrt{3}$ (C) $2\sqrt{6}$ (D) 8

【隨堂講義補充題.】

解答 B

解析 $z_1 = -2i$ ， $z_2 = 1+i$ ， $z_3 = 2-\sqrt{2}i$

$$\begin{aligned} |z_1 \times z_2 \times z_3| &= |z_1| \times |z_2| \times |z_3| = |-2i| \times |1+i| \times |2-\sqrt{2}i| \\ &= 2 \times \sqrt{1^2+1^2} \times \sqrt{2^2+(-\sqrt{2})^2} = 4\sqrt{3} \end{aligned}$$

() 19. 學校福利社賣 3 種飲料：牛奶、果汁、咖啡，高二勇班 35 位同學一起前往福利社。若已知至少有 3 人想喝咖啡，至少有 2 人不想喝任何飲料，問福利社阿姨可端出幾種情形？ (A) 3486 種 (B) 4864 種 (C) 5456 種 (D) 6278 種

【龍騰自命題.】

解答 C

解析 可視為 $x+y+z+u=35$ ， $x \geq 3$ ， $y \geq 0$ ， $z \geq 0$ ， $u \geq 2$ 的非負整數解

原式 $= (x-3) + y + z + (u-2) = 30$

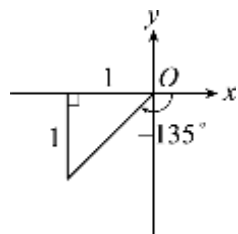
$\therefore H_{30}^4 = C_{30}^{33} = C_3^{33} = 5456$ (種)

() 20. 下列何者錯誤？ (A) $\tan(-135^\circ) = 1$ (B) $\csc(-300^\circ) = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ (C) $\cot(-510^\circ) = -\sqrt{3}$ (D) $\sec(-420^\circ) = 2$

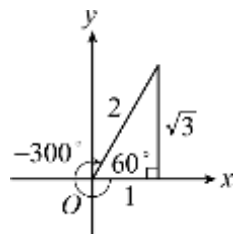
【隨堂講義補充題.】

解答 C

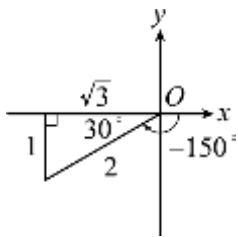
解析 (A) $\tan(-135^\circ) = 1$



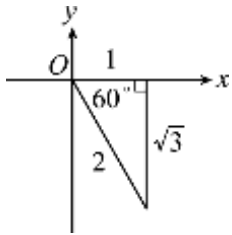
(B) $\csc(-300^\circ) = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$



(C) $\cot(-510^\circ) = \cot(-150^\circ) = \sqrt{3}$



(D) $\sec(-420^\circ) = \sec(-60^\circ) = 2$



() 21. 設 x 為實數，且 $x \neq 0$ ，則 $(5x)^0 - (5x^0) =$ (A) -5 (B) -4 (C) 0 (D) 5

【龍騰自命題.】

解答 B

() 22. 下列何點在聯立不等式 $\begin{cases} x \leq 4 \\ y \geq -2 \end{cases}$ 的解中？ (A) $(4, -3)$ (B) $(3, -5)$ (C) $(7, 1)$ (D) $(3, -1)$

【龍騰自命題.】

解答 D

() 23. 下列何者有意義？ (A) $\log_{-3} 5$ (B) $\log_2(-8)$ (C) $\log_3 1$ (D) $\log_1 2$

【隨堂測驗.】

解答 C

解析 (A) $\log_{-3} 5 \Rightarrow -3 \leq 0$ 不合，因為底數 > 0
 (B) $\log_2(-8) \Rightarrow -8 \leq 0$ 不合，因為真數 > 0
 (D) $\log_1 2 \Rightarrow$ 不合，因為底數 $\neq 1$

() 24. 方程式 $x + y + z + u + v = 8$ 的非負整數解有 (A) 1287 組 (B) 1260 組 (C) 726 組 (D) 495 組

【龍騰自命題.】

解答 D

() 25. 函數 $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 5$ 的遞減區間為何？ (A) $(-\infty, -1]$ (B) $(-\infty, 3]$ (C) $[-1, 2]$ (D) $[-1, 3]$

【隨堂講義補充題.】

解答 C

解析 $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 5$
 $f'(x) = 6x^2 - 6x - 12$
 令 $f'(x) < 0 \Rightarrow x^2 - x - 2 < 0$
 $\Rightarrow (x-2)(x+1) < 0$
 $\Rightarrow -1 < x < 2$

可知 $(-1, 2)$ 區間為遞減函數

