

一、單選題 (25 題 每題 4 分 共 100 分)

() 1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{2x^2 - 3x} =$ (A)0 (B)2 (C) $\frac{1}{2}$ (D) ∞

【龍騰自命題.】

解答 A

解析 原式 $= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{2x - 3} = 0$

() 2. 函數 $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$ 之反曲點坐標為 (A)(0,0) (B)(2,0)
(C)(1,2) (D)(0,2) (E)(0,1)

【課本練習題-自我評量.】

解答 C

解析 $f''(x) = 6x - 6$

令 $f''(x) = 0 \Rightarrow 6x - 6 = 0 \Rightarrow x = 1$

故 $f(x)$ 的反曲點為 $(1, f(1)) = (1, 2)$

() 3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n + 4^n}{5^n} =$ (A)0 (B) $\frac{3}{5}$ (C) $\frac{4}{5}$ (D)不存在

【隨堂講義補充題.】

解答 A

解析 所求 $= \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\left(\frac{3}{5}\right)^n + \left(\frac{4}{5}\right)^n \right] = 0 + 0 = 0$

() 4. 設 $x^2 + y^2 = 100$, 則 $3x + 4y$ 的最大值為 (A)2500 (B)500
(C)50 (D)25 (E)10

【課本練習題-自我評量.】

解答 C

解析 圓 $x^2 + y^2 = 100$ 的參數式為 $\begin{cases} x = 10\cos\theta \\ y = 10\sin\theta \end{cases} \quad 0 \leq \theta < 2\pi$

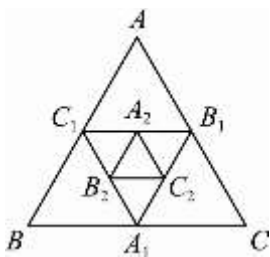
$3x + 4y = 3 \times 10\cos\theta + 4 \times 10\sin\theta = 30\cos\theta + 40\sin\theta$

$\therefore -\sqrt{30^2 + 40^2} \leq 30\cos\theta + 40\sin\theta \leq \sqrt{30^2 + 40^2}$

$\therefore -50 \leq 30\cos\theta + 40\sin\theta \leq 50$

故 $3x + 4y$ 的最大值為 50

() 5. 已知 $\triangle ABC$ 面積為 20, 連接三邊中點得 $\triangle A_1B_1C_1$, 其面積為 S_1 , 再連接 $\triangle A_1B_1C_1$ 三邊中點得 $\triangle A_2B_2C_2$, 其面積為 S_2 , 如此繼續不斷, 則 $S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_n + \dots$ 之和為



(A) $\frac{80}{3}$ (B) $\frac{75}{2}$ (C) $\frac{20}{3}$ (D)20

【龍騰自命題.】

解答 C

解析

$$S_1 + S_2 + S_3 + \dots = 20 \times \frac{1}{4} + 20 \times \left(\frac{1}{4}\right)^2 + 20 \times \left(\frac{1}{4}\right)^3 + \dots = 20 \times \frac{\frac{1}{4}}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{20}{3}$$

() 6. $\int 4x(x^2 + 3)^5 dx =$ (A) $\frac{1}{3}(x^2 + 3)^6 + c$ (B) $\frac{1}{6}(x^2 + 3)^6 + c$
(C) $\frac{2}{3}(x^2 + 3)^6 + c$ (D) $(x^2 + 3)^6 + c$

【龍騰自命題.】

解答 A

解析 令 $u = x^2 + 3 \Rightarrow \frac{du}{dx} = 2x \Rightarrow du = 2xdx$

故 $\int 4x(x^2 + 3)^5 dx = \int 2u^5 du = \frac{1}{3}u^6 + c = \frac{1}{3}(x^2 + 3)^6 + c$

() 7. $\int (x+1)(x-2) dx =$ (A) $\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 2x + c$

(B) $\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 2x + c$ (C) $\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 2x$

(D) $\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 2x$

【隨堂講義補充題.】

解答 B

解析 所求 $= \int (x^2 - x - 2) dx = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 2x + c$

() 8. $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{x-9}{\sqrt{x}-3} =$ (A)6 (B)3 (C)1 (D)0

【龍騰自命題.】

解答 A

() 9. 拋物線 $x^2 + 12y = 0$ 的準線方程式為 (A) $x = 3$ (B) $x = -3$
(C) $y = 3$ (D) $y = -3$

【隨堂測驗.】

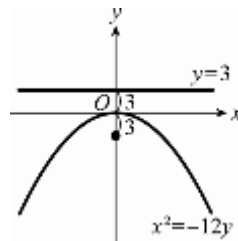
解答 C

解析 $x^2 + 12y = 0 \Rightarrow x^2 = -12y$

$\Rightarrow x^2 = 4 \times (-3) \times y$

這是開口向下的拋物線, 頂點 $(0, 0)$, 焦距為 3

故準線為 $y = 3$



() 10. 橢圓 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ 的長軸長為 m , 短軸長為 n , 則 $m + 3n =$
(A)14 (B)22 (C)26 (D)30

【隨堂測驗.】

解答 C

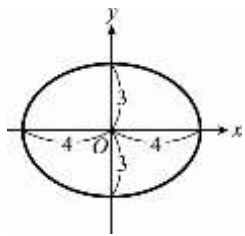
解析 $a^2 = 16 \Rightarrow a = 4, b^2 = 9$

$\Rightarrow b = 3$

長軸長 $m = 2a = 2 \times 4 = 8$

短軸長 $n = 2b = 2 \times 3 = 6$

故 $m+3n=8+3\times 6=26$



() 11. 若 $f(x)=\sqrt{x^2+1}$, 則 $f''(2)=$ (A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ (C) $\frac{\sqrt{5}}{25}$

(D) $\frac{1}{25}$

【龍騰自命題.】

解答 C

() 12. 已知一橢圓的二焦點為 $F(-1, 1)$ 、 $F'(5, 1)$, 短軸長為 6,

則此橢圓的方程式為 (A) $\frac{(x-2)^2}{18} + \frac{(y-1)^2}{9} = 1$

(B) $\frac{(x-2)^2}{18} + \frac{(y-1)^2}{27} = 1$ (C) $\frac{(x+2)^2}{9} + \frac{(y-1)^2}{18} = 1$

(D) $\frac{(x-1)^2}{18} + \frac{(y-1)^2}{9} = 1$

【龍騰自命題.】

解答 A

解析 兩焦點 $(-1, 1)$, $(5, 1) \Rightarrow$ 中心 $(\frac{-1+5}{2}, \frac{1+1}{2}) = (2, 1)$, 長

軸: $y=1$

$2c=5-(-1)=6 \quad \therefore c=3$

短軸長 $2b=6 \quad \therefore b=3 \Rightarrow b^2=9$

$a^2=b^2+c^2=9+9=18$

此橢圓為 $\frac{(x-2)^2}{18} + \frac{(y-1)^2}{9} = 1$

() 13. $\int \sqrt{x} dx =$ (A) $\frac{1}{2}\sqrt{x} + c$ (B) $\frac{3}{2}x^{\frac{3}{2}} + c$ (C) $\frac{2}{3}x^{\frac{2}{3}} + c$

(D) $\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + c$

【龍騰自命題.】

解答 D

() 14. 圓 $2x^2 + 2y^2 - 8x - 5y + k = 0$ 與 x 軸相切, 則 $k =$ (A) -8

(B) 8 (C) $-\frac{25}{8}$ (D) $\frac{25}{8}$

【龍騰自命題.】

解答 B

解析 圓 $2x^2 + 2y^2 - 8x - 5y + k = 0$ 與 x 軸相切

\Rightarrow 令 $y=0$ 代入得 $2x^2 - 8x + k = 0$ 有兩相等實根

\Rightarrow 根的判別式 $b^2 - 4ac = 0$, $a=2$, $b=-8$, $c=k$

$\Rightarrow (-8)^2 - 4 \times 2 \times k = 0 \Rightarrow k = 8$

() 15. $\int_{-3}^{-1} \frac{x^3 - 2x^2 + x}{x} dx =$ (A) $\frac{26}{3}$ (B) $\frac{36}{3}$ (C) $\frac{46}{3}$ (D) $\frac{56}{3}$

【龍騰自命題.】

解答 D

() 16. 若 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & x \neq 2 \\ 4, & x = 2 \end{cases}$, 求 $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) =$ (A) 1 (B) 2

(C) 3 (D) 5

【龍騰自命題.】

解答 D

解析 $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 2^2 + 1 = 5$, $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 2^2 + 1 = 5 \quad \therefore$

$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 5$

() 17. $\int_0^2 \frac{3x^2}{(x^3+1)^3} dx =$ (A) $-\frac{20}{81}$ (B) $-\frac{40}{81}$ (C) $\frac{20}{81}$ (D) $\frac{40}{81}$

【龍騰自命題.】

解答 D

() 18. 自點 $P(6, 9)$ 至圓 $C: x^2 + y^2 + 3x - 5y - 26 = 0$ 之切線段長為 (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 8

【龍騰自命題.】

解答 D

() 19. $\int_1^{\sqrt{2}} x\sqrt{x^2-1} dx$ 之值等於 (A) 0 (B) 1 (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{1}{3}$

【龍騰自命題.】

解答 D

解析 $\int_1^{\sqrt{2}} x\sqrt{x^2-1} dx$ (令 $u = x^2 - 1$)

$= \int_0^1 \frac{1}{2} \sqrt{u} du = \frac{1}{3} u^{\frac{3}{2}} \Big|_0^1 = \frac{1}{3}$

() 20. 求兩焦點為 $(-3, 2)$ 及 $(-3, -4)$, 正焦弦長為 $\frac{7}{2}$ 的橢圓方

程式。 (A) $\frac{(x+3)^2}{25} + \frac{(y+1)^2}{16} = 1$

(B) $\frac{(x+3)^2}{16} + \frac{(y+1)^2}{7} = 1$ (C) $\frac{(x+3)^2}{16} + \frac{(y+1)^2}{25} = 1$

(D) $\frac{(x+3)^2}{7} + \frac{(y+1)^2}{16} = 1$

【隨堂講義補充題.】

解答 D

解析 中心 $O = \overline{FF'}$ 中點 $= \left(\frac{-3+(-3)}{2}, \frac{2+(-4)}{2} \right) = (-3, -1)$

$c = \overline{OF} = 3$

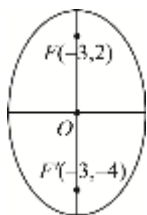
$\frac{2b^2}{a} = \frac{7}{2} \Rightarrow b^2 = \frac{7}{4}a$

$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow a^2 = \frac{7}{4}a + 9$

$\Rightarrow 4a^2 - 7a - 36 = 0 \Rightarrow (a-4)(4a+9) = 0$

$\Rightarrow a = 4$ 或 $-\frac{9}{4}$ (不合) $\Rightarrow a = 4 \Rightarrow b^2 = 7$

\therefore 所求為 $\frac{(x+3)^2}{7} + \frac{(y+1)^2}{16} = 1$



- () 21. 下列何者為收斂數列？ (A) $\langle (-1)^n + 1 \rangle$ (B) $\langle (\frac{1}{2})^n \rangle$ (C) $\langle (-1)^n \times 2 \rangle$ (D) $\langle -n \rangle$

【龍騰自命題.】

解答 B

- () 22. 斜率為 $\frac{4}{3}$ ，且與圓 $x^2 + y^2 - 2x - 6y + 6 = 0$ 相切之切線方程式為 (A) $4x - 3y + 15 = 0$ 或 $4x - 3y - 5 = 0$ (B) $3x - 4y + 15 = 0$ 或 $3x - 4y - 5 = 0$ (C) $4x - 3y - 15 = 0$ 或 $4x - 3y + 5 = 0$ (D) $3x - 4y - 15 = 0$ 或 $3x - 4y + 5 = 0$

【龍騰自命題.】

解答 A

解析 圓 $x^2 + y^2 - 2x - 6y + 6 = 0 \Rightarrow (x-1)^2 + (y-3)^2 = -6 + 1^2 + 3^2 = 4$

\Rightarrow 圓心(1, 3)，半徑 2

斜率 $\frac{4}{3}$ 的切線設 $y = \frac{4}{3}x + k \Rightarrow 4x - 3y + 3k = 0$

由圓心(1, 3)到切線 $4x - 3y + 3k = 0$ 之距離等於半徑 2

$$\Rightarrow \frac{|4 \times 1 - 3 \times 3 + 3k|}{\sqrt{4^2 + (-3)^2}} = 2 \Rightarrow |3k - 5| = 10 \Rightarrow 3k - 5 =$$

± 10

$$\Rightarrow 3k = 5 \pm 10$$

$$\therefore 3k = 15 \text{ 或 } -5$$

所求切線為 $4x - 3y + 15 = 0$ 或 $4x - 3y - 5 = 0$

- () 23. 設 F 與 F' 為橢圓 $25x^2 + 9y^2 = 225$ 的兩焦點，此兩焦點為 (A) $(0, \pm 4)$ (B) $(\pm 4, 0)$ (C) $(0, \pm 3)$ (D) $(\pm 5, 0)$

【龍騰自命題.】

解答 A

- () 24. 由拋物線 $y = x^2$ ， $x = 0$ ， $x = -2$ 與 x 軸所圍區域的面積為

(A) $\frac{16}{3}$ (B) $\frac{8}{3}$ (C) $\frac{4}{3}$ (D) $\frac{2}{3}$

【龍騰自命題.】

解答 B

解析 $y = x^2$ ， $x = 0$ ， $x = -2$ 與 x 軸所圍區域的面積為

$$\int_{-2}^0 x^2 dx = \frac{1}{3}x^3 \Big|_{-2}^0 = 0 - (-\frac{8}{3}) = \frac{8}{3}$$

- () 25. 設 $f(x)$ 為多項函數，且 $f''(x) = 8$ ， $f'(2) = 7$ ， $f(-1) = -3$ ，則 $f(1) =$ (A) -27 (B) -24 (C) -21 (D) -18

【隨堂講義補充題.】

解答 C

解析 $f''(x) = 8 \Rightarrow f'(x) = 8x + c$ (c 為常數)

$$f'(2) = 7 \Rightarrow 16 + c = 7 \Rightarrow c = -9$$

$$f'(x) = 8x - 9 \Rightarrow f(x) = 4x^2 - 9x + k \text{ (} k \text{ 為常數)}$$

$$f(-1) = -3 \Rightarrow 4 + 9 + k = -3 \Rightarrow k = -16$$

$$\therefore f(x) = 4x^2 - 9x - 16 \Rightarrow f(1) = 4 - 9 - 16 = -21$$