02/26 第一冊 班級　　　　　姓名　　　　　座號

一、單選題 (25 題 每題 4 分 共 100 分)

(　　　) 1.數線上有三點 $A(-2)$，$B(3)$，$C(6)$，若 $\overline{AB}=a$，$\overline{AC}$ 的中點 M 的坐標為 b，求 $a+b$ 之值？ (A)7　(B)5　(C)2　(D)1

解答　A

解析　$a=|3-(-2)|=|5|=5$

$b=\dfrac{-2+6}{2}=\dfrac{4}{2}=2$

$\therefore\ a+b=5+2=7$

(　　　) 2.設 $0\le\theta\le\pi$，且 $2\sin^2\theta+11\cos\theta-7=0$，則 $\theta=$ (A)$\dfrac{\pi}{6}$　(B)$\dfrac{\pi}{3}$　(C)$\dfrac{2}{3}\pi$　(D)$\dfrac{3}{4}\pi$

解答　B

解析　$2\sin^2\theta+11\cos\theta-7=0 \Rightarrow 2(1-\cos^2\theta)+11\cos\theta-7=0$

$\Rightarrow 2\cos^2\theta-11\cos\theta+5=0 \Rightarrow (2\cos\theta-1)(\cos\theta-5)=0$

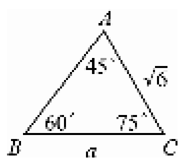
$\Rightarrow \cos\theta=\dfrac{1}{2}$（$\because\ -1\le\cos\theta\le1$）

又 $0\le\theta\le\pi$　$\therefore\ \theta=\dfrac{\pi}{3}$

(　　　) 3.$\triangle ABC$ 中，$\angle A=45°$，$\angle C=75°$，$b=\sqrt{6}$，則 $a=$ (A)4　(B)3　(C)2　(D)1

解答　C

解析



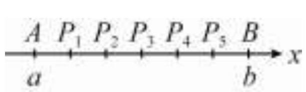
$\angle B=180°-45°-75°=60°$

$\dfrac{a}{\sin45°}=\dfrac{\sqrt{6}}{\sin60°}$

$\Rightarrow \dfrac{a}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=\dfrac{\sqrt{6}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=2\sqrt{2}$

$\Rightarrow a=2\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=2$

(　　　) 4.設 $a<b$，P_1、P_2、P_3、P_4、P_5 分別是 a、b 間的5個等分點，如圖所示，則 $\dfrac{2a+b}{3}$ 為哪一點的坐標？

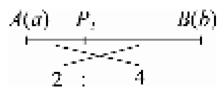


(A)P_5　(B)P_4　(C)P_3　(D)P_2

解答　D

解析　$\dfrac{2a+b}{3}=\dfrac{4a+2b}{6}$

如圖所示



$\therefore$ 所求為 P_2

(　　　) 5.設 a、b、c 均為實數且 $L：ax-by+c=0$ 為坐標平面上之一直線，若 L 的斜角為 $\dfrac{\pi}{6}$，則 $a：b=$ (A)$1:\sqrt{2}$　(B)$\sqrt{2}:1$　(C)$1:\sqrt{3}$　(D)$\sqrt{3}:1$

解答　C

解析　$L：ax-by+c=0$，斜率 $m=-\dfrac{a}{-b}=\dfrac{a}{b}$

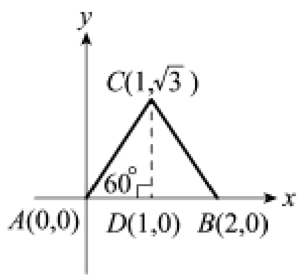
又斜角為 $\dfrac{\pi}{6}$ $\Rightarrow$ $m=\tan\dfrac{\pi}{6}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

即 $\dfrac{a}{b}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$　$\therefore\ a:b=1:\sqrt{3}$

(　　　) 6.正三角形 ABC 中，設 $A(0,0)$、$B(2,0)$，則 $\triangle ABC$ 的面積為 (A)$\dfrac{1}{2}\sqrt{3}$　(B)$\sqrt{3}$　(C)$2\sqrt{3}$　(D)$3\sqrt{3}$

解答　B

解析　如圖，$D(1,0)$ 為 $\overline{AB}$ 中點 $\Rightarrow$ $C(1,\sqrt{3})$



$\therefore$ $\triangle ABC$ 面積 $=\dfrac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{CD}=\dfrac{1}{2}\times2\times\sqrt{3}=\sqrt{3}$

(　　　) 7.$\sin^2210°+\cos^2570°+\sec^2930°-\tan^21290°+\csc^21650°-\cot^22010°=$ (A)-1　(B)1　(C)$\dfrac{3}{2}$　(D)3

解答　D

解析　$570°=360°+210°$，$930°=360°\times2+210°$，$1290°=360°\times3+210°$，

$1650°=360°\times4+210°$，$2010°=360°\times5+210°$

所求$=\sin^2210°+\cos^2210°+\sec^2210°-\tan^2210°+\csc^2210°-\cot^2210°$

$=1+1+1=3$

(　　　) 8.設 $f(x)=|\cos x|+\cos x$，則 $f(x)$ 的範圍為 (A)$-1\le f(x)\le1$　(B)$0<f(x)<2$　(C)$0\le f(x)\le2$　(D)$-1\le f(x)\le2$

解答　C

解析　①若 $0\le\cos x\le1$ $\Rightarrow$ $f(x)=2\cos x$ $\Rightarrow$ $0\le f(x)\le2$

②若 $-1\le\cos x<0$ $\Rightarrow$ $f(x)=0$

由①②　$0\le f(x)\le2$

(　　　) 9.$\triangle ABC$ 中，已知向量 $\overrightarrow{AB}=(-3,4)$，$\overrightarrow{AC}=(-4,3)$，則

△ABC 的周長　(A)15　(B)$5+6\sqrt{2}$　(C)$10+2\sqrt{2}$　(D)$10+\sqrt{2}$

解答　D

解析　∵　$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$　∴

$\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}=(-4,3)-(-3,4)=(-1,-1)$

$|\overrightarrow{AB}|=\sqrt{(-3)^2+4^2}=\sqrt{25}=5$、

$|\overrightarrow{AC}|=\sqrt{(-4)^2+3^2}=\sqrt{25}=5$

$|\overrightarrow{BC}|=\sqrt{(-1)^2+(-1)^2}=\sqrt{2}$，故△$ABC$ 的周長 ＝ $5+5+\sqrt{2}$ $=10+\sqrt{2}$

(　　　)10.點$(-2,3)$到 y 軸距離為　(A)2　(B)3　(C)-2　(D)-3

解答　A

解析　點 $P(a,b)$到 y 軸距離為$|a|$，故此題距離為 2

(　　　)11.若 $\sin\alpha=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$\alpha$ 為第二象限角，$\cot\beta=-1$，β 為第四象限角，則 $\cos(\alpha-\beta)$之值為　(A)0　(B)1　(C)-1　(D)$-\frac{\sqrt{2}}{2}$

解答　C

解析　∵　α 為第二象限角，且 $\sin\alpha=\frac{\sqrt{2}}{2}$　∴

$\cos\alpha=-\frac{\sqrt{2}}{2}$

∵　β 為第四象限角，且 $\cot\beta=-1$

∴　$\sin\beta=-\frac{1}{\sqrt{2}}$，$\cos\beta=\frac{1}{\sqrt{2}}$

∴

$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta=\frac{-\sqrt{2}}{2}\times\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{2}}{2}\times(-\frac{1}{\sqrt{2}})$

$=(-\frac{1}{2})+(-\frac{1}{2})=-1$

(　　　)12.設$\frac{\pi}{6}\le x\le\frac{7\pi}{6}$，若 $f(x)=\cos^2x-\sin x+1$ 之最大、最小值分別為 M 及 m，則 $M+2m=$　(A)$\frac{9}{4}$　(B)$\frac{7}{4}$　(C)2　(D)1

解答　A

解析　$f(x)=\cos^2x-\sin x+1=1-\sin^2x-\sin x+1=-(\sin x+\frac{1}{2})^2+\frac{9}{4}$

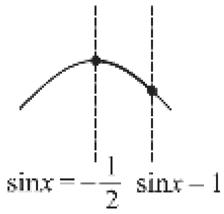
∵　$\frac{\pi}{6}\le x\le\frac{7}{6}\pi$　⇒　$-\frac{1}{2}\le\sin x\le1$

（如圖所示）

(1)$\sin x=-\frac{1}{2}$時，$M=\frac{9}{4}$

(2)$\sin x=1$ 時，$m=0$

∴　$M+2m=\frac{9}{4}$



(　　　)13.關於函數 $f(x)=ax^2+bx+c$，$ac\ne0$ 之圖形，下列敘述何者<u>錯誤</u>？　(A)為一拋物線　(B)與 x 軸至少有一個交點　(C)當 $b^2=4ac$ 時，與 x 軸僅有一個交點　(D)當 $b=0$，與 x 軸的交點不可能只有一個

解答　B

解析　(A)∵　$f(x)=ax^2+bx+c$，$ac\ne0$　∴　$f(x)$為二次函數，為一拋物線

(B)$f(x)$與 x 軸可能：無交點，一個交點，或二個交點

(C)當 $b^2=4ac$ 時，頂點坐標$(\frac{-b}{2a},\frac{4ac-b^2}{4a})=(\frac{-b}{2a},0)$，恰與 x 軸交於頂點

(D)當 $b=0$ 時，頂點坐標$(\frac{-b}{2a},\frac{4ac-b^2}{4a})=(0,c)$

∵　$c\ne0$　∴　與 x 軸交點不只一個

(　　　)14.設 $A(1,-5)$、$B(4,-9)$、$C(5,0)$，若 $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$，則$|\overrightarrow{AB}|=$

(A)1　(B)2　(C)$\sqrt{5}$　(D)$\sqrt{13}$　(E)5

解答　E

解析　∵　$\overrightarrow{AB}=(3,-4)$　∴　$|\overrightarrow{AB}|=\sqrt{3^2+(-4)^2}=5$

(　　　)15.直線 $L:3x-8y-24=0$ 與兩坐標軸所圍成之三角形面積為　(A)24 平方單位　(B)18 平方單位　(C)15 平方單位　(D)12 平方單位

解答　D

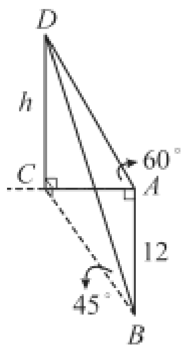
解析　令 $x=0$ 代入得 $y=-3$；令 $y=0$ 代入得 $x=8$

與兩軸所圍三角形面積$=\frac{1}{2}|-3\times8|=12$

(　　　)16.<u>小柔</u>於地面一高塔前的正東邊 A 點處，測得此塔之頂端的仰角為 60°，<u>小柔</u>向正南方向走 12 公尺到達 B 點處，再測得塔頂之仰角為 45°，求此塔的高度為　(A)$6\sqrt{6}$ 公尺　(B)$6\sqrt{3}$ 公尺　(C)$6\sqrt{2}$ 公尺　(D)6 公尺

解答　A

解析　如下圖所示：



設塔的高度為 h 公尺

(1)在△BCD 中　∵　$\angle CBD=45°$　∴

$\overline{BC}=\overline{CD}=h$

在△ACD 中　∵　$\angle CAD=60°$

$\Rightarrow\ \dfrac{\overline{CD}}{\overline{AC}}=\tan 60°$

$\Rightarrow\ \dfrac{h}{\overline{AC}}=\sqrt{3}\ \Rightarrow\ \sqrt{3}\,\overline{AC}=h$　∴　$\overline{AC}=\dfrac{h}{\sqrt{3}}$

(2)在△ABC 中　∵　$\overline{AB}=12$，$\overline{BC}=h$，$\overline{AC}=\dfrac{h}{\sqrt{3}}$

由商高定理得知 $h^2=12^2+(\dfrac{h}{\sqrt{3}})^2=144+\dfrac{1}{3}h^2$

$\Rightarrow\ \dfrac{2}{3}h^2=144\ \Rightarrow\ h^2=144\times\dfrac{3}{2}=216$

∴　$h=\sqrt{216}=6\sqrt{6}$（公尺）

(　　) 17.求 $f(x)=4\sin^2x+2\cos^2x+3$ 之最大值為　(A)5　(B)6　(C)7　(D)8

解答　C

解析

$$f(x)=4\sin^2x+2\cos^2x+3=4\times\frac{1-\cos 2x}{2}+2\times\frac{1+\cos 2x}{2}+3=-\cos 2x+6$$

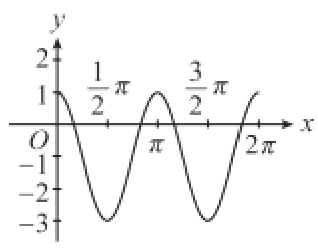
∵　$-1\le\cos 2x\le 1$　∴　$5\le-\cos 2x+6\le 7$

(　　) 18.已知 $\overrightarrow{a}=(3,-4)$，$\overrightarrow{b}=(k,6)$，若 $\overrightarrow{a}$ 與 $\overrightarrow{b}$ 互相平行，則 $k=$　(A) -2　(B)8　(C)2　(D) $-\dfrac{9}{2}$

解答　D

解析　$\overrightarrow{a}\,//\,\overrightarrow{b}\ \Rightarrow\ \dfrac{3}{k}=-\dfrac{4}{6}\ \Rightarrow\ k=-\dfrac{9}{2}$

(　　) 19.下圖為哪個函數圖形的一部分？



(A) $y=2\cos2x-1$　(B) $y=2\cos2x-2$　(C) $y=2\sin2x-1$　(D) $y=2\sin2x-2$

解答　A

解析　圖形不過原點　$\Rightarrow$　由 $y=\cos x$ 平移

週期為 π　$\Rightarrow$　$y=\cos2x$

振幅 $\dfrac{1-(-3)}{2}=2\ \Rightarrow\ y=2\cos 2x$

y 的範圍為 $-3\le y\le 1\ \Rightarrow\ -2\le 2\cos2x\le 2\ \Rightarrow\ -3\le 2\cos2x-1\le 1$

∴　$y=2\cos2x-1$

(　　) 20.若 $\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}=(2,3)$，$3\overrightarrow{a}+2\overrightarrow{b}=(-1,-2)$，則 $\overrightarrow{a}=$

(A) $(-7,-11)$　(B) $(-5,-8)$　(C) $(5,8)$　(D) $(7,11)$

解答　B

解析　$\begin{cases}\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}=(2,3)\cdots①\\ 3\overrightarrow{a}+2\overrightarrow{b}=(-1,-2)\cdots②\end{cases}$

②−2×①　$\overrightarrow{a}=(-1,-2)-(4,6)=(-5,-8)$

(　　) 21.△ABC 中，$a=2$，$b=\sqrt{3}+1$，$c=\sqrt{6}$，求最大角的度數？　(A) $45°$　(B) $60°$　(C) $75°$　(D) $90°$

解答　C

解析　∵　$b>c>a$　∴　最大角為 $\angle B$

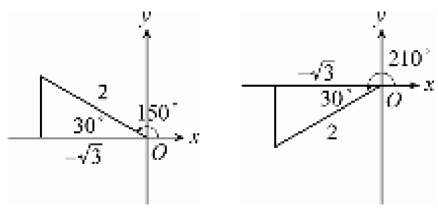
（∵ $b^2-c^2=4+2\sqrt{3}-6=2\sqrt{3}-2>0\ \Rightarrow\ b>c$）

$$\cos B=\frac{c^2+a^2-b^2}{2ca}=\frac{(\sqrt{6})^2+2^2-(\sqrt{3}+1)^2}{2\times\sqrt{6}\times 2}$$
$$=\frac{6-2\sqrt{3}}{4\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{6}(\sqrt{6}-\sqrt{2})}{4\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$$
$$=\cos 75°\ \Rightarrow\ \angle B=75°$$

(　　) 22.設 $0°\le\theta<360°$，$\cos\theta=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，則 $\theta=$　(A) $30°$ 或 $150°$　(B) $210°$ 或 $330°$　(C) $30°$ 或 $330°$　(D) $150°$ 或 $210°$

解答　D

解析



∴　$\theta=150°$ 或 $210°$

(　　) 23.已知兩直線 L_1 平行 x 軸，$L_2:\sqrt{3}x+y+6=0$，則 L_1 與 L_2 的夾角為　(A) $30°$ 與 $150°$　(B) $45°$ 與 $135°$　(C) $60°$ 與 $120°$　(D) $90°$

解答　C

(　　) 24.設 $A(-1,\sqrt{3})$，$B(-2,0)$，則 $\overline{AB}$ 的斜角為　(A) $30°$　(B) $60°$　(C) $120°$　(D) $150°$

解答　B

(　　) 25.設一正三角形的一邊長為 6，則其面積為多少平方單位？　(A)9　(B) $9\sqrt{3}$　(C)12　(D)18

解答　B