0108 第三冊　　姓名　　　　　座號

一、單選題 (25 題 每題 4 分 共 100 分)

(　　　) 1.某生的測驗成績與相對上課時數如表所示。若以上課時數為權數，則其 6 個科目的加權平均成績為何？

科目	國文	英文	數學	歷史	地理	公民
成績	72	68	72	82	75	86
時數	5	4	4	2	2	2

(A)71　(B)72　(C)73　(D)74

解答　D

解析　權數和 $=5+4+4+2+2+2=19$

成績與權數乘積的和

$=72\times5+68\times4+72\times4+82\times2+75\times2+86\times2=1406$

故加權平均成績 $=\dfrac{1406}{19}=74$

〈另解〉

若成績以 70 分為基準，把各科成績都減 70，則新成績如下：

國文：2，英文：-2，數學：2，歷史：12，地理：5，公民：16

權數和 $=5+4+4+2+2+2=19$

成績與權數乘積的和

$=2\times5+(-2)\times4+2\times4+12\times2+5\times2+16\times2=76$

加權平均成績 $=\dfrac{76}{19}=4$

故原來的加權平均成績 $=4+70=74$

(　　　) 2.已知 $f(x)=3^x$，若 $f(a)=2$ 且 $f(b)=4$，則 $f(a+b)=$ (A)2(B)4(C)6(D)8

解答　D

解析　$\because\ f(a)=2\ \Rightarrow\ 3^a=2$

又 $f(b)=4\ \Rightarrow\ 3^b=4$

$\therefore\ f(a+b)=3^{a+b}=3^a\times3^b=2\times4=8$

(　　　) 3.設 S 為一試驗之樣本空間，集合 A、B 皆為 S 中的事件，且 $P(A)$ 為事件 A 發生的機率。下列敘述何者錯誤？　(A)若 A 與 B 為互斥事件，則 $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$恆成立　(B)$P(B-A)=P(B)-P(A)$恆成立　(C)$P(S-A)=1-P(A)$恆成立　(D)$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$恆成立

解答　B

解析　(A)若 A 與 B 為互斥事件，則 $P(A\cap B)=0$

故 $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=P(A)+P(B)$

(B)舉反例：

設 S 為擲一公正硬幣之樣本空間，A 為正面的事件，B 為反面的事件

則 $P(B-A)=P(B)=\dfrac{1}{2}$，$P(B)-P(A)=\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{2}=0$

$\Rightarrow\ P(B-A)\neq P(B)-P(A)$

故 $P(B-A)=P(B)-P(A)$不一定成立

(C)$P(S-A)=P(A')=1-P(A)$

(D)排容原理恆成立

(　　　) 4.若兩數列 $2,2a,18$ 及 $a+4,2,a+7$ 都是等比數列，則下列何者正確？　(A)$-6<a<-4$　(B)$-4<a<-2$　(C)$2<a<4$　(D)$4<a<6$

解答　B

解析　$\because\ 2,2a,18$ 是等比數列　$\therefore\ (2a)^2=2\times18\ \Rightarrow\ 4a^2=36$

$\Rightarrow\ a^2=9\ \Rightarrow\ a=\pm3$……①

$\because\ a+4,2,a+7$ 是等比數列　$\therefore\ 2^2=(a+4)(a+7)$

$\Rightarrow\ a^2+11a+24=0\ \Rightarrow\ (a+8)(a+3)=0\ \Rightarrow\ a=-8$ 或 -3……②

由①與②　則 $a=-3$，而 $-4<-3<-2$

故選(B)

(　　　) 5.求多項式$(2x-1)^5(x+1)$之 x^2 項的係數為何？(A)-30(B)-20(C)20　(D)30

解答　A

解析　$(2x-1)^5(x+1)=(2x-1)^5x+(2x-1)^5$……①

在$(2x-1)^5$的展開式之中

x 項：$C^5_4(2x)(-1)^4=10x$，x^2 項：$C^5_3(2x)^2(-1)^3=-40x^2$

則$(2x-1)^5x$ 的 x^2 項為 $10x^2$

由①可知$(2x-1)^5(x+1)$的 x^2 項為 $10x^2+(-40x^2)=-30x^2$

故 x^2 項的係數為 -30

(　　　) 6.設 $\log_{10}x=\dfrac{1}{3}$，則 $\log_{10}(10x)=$　(A)$\dfrac{1}{30}$　(B)1　(C)$\dfrac{4}{3}$　(D)$\dfrac{10}{3}$

解答　C

解析　$\log_{10}(10x)=\log_{10}10+\log_{10}x=1+\dfrac{1}{3}=\dfrac{4}{3}$

(　　　) 7.下列何者為方程式$(2^{4-x})^x=16$ 之實數解？　(A)2　(B)3　(C)4　(D)5

解答　A

解析　$\because\ (2^{4-x})^x=16$

$\Rightarrow\ 2^{(4-x)x}=2^4\ \Rightarrow\ (4-x)x=4\ \Rightarrow\ x^2-4x+4=0\ \Rightarrow\ (x-2)^2=0$

$\therefore\ x=2$

(　　　) 8.若 $\log_3x+\log_3y=2$，則 $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}$ 之最小值為何？

(A)0(B)$\dfrac{1}{3}$(C)$\dfrac{2}{3}$(D)1

解答　C

解析　$\log_3x+\log_3y=2\ \Rightarrow\ \log_3xy=2\ \Rightarrow\ xy=3^2=9$

又 $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}\geq2\sqrt{\dfrac{1}{xy}}\ \Rightarrow\ \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}\geq2\sqrt{\dfrac{1}{9}}=\dfrac{2}{3}$

$\therefore\ \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}$ 之最小值為 $\dfrac{2}{3}$

(　　　) 9.設 3^α、3^β 為方程式 $x^2-x+\dfrac{1}{81}=0$ 的兩根，則 $\alpha+\beta=$　(A)-4　(B)-2　(C)2　(D)4

解答　A

解析　3^α、3^β 為 $x^2-x+\dfrac{1}{81}=0$ 的兩根

$\Rightarrow\quad 3^{\alpha}\times 3^{\beta}=\dfrac{1}{81}\quad\Rightarrow\quad 3^{\alpha+\beta}=3^{-4}\quad\Rightarrow\quad \alpha+\beta=-4$

(　　　)10.連續投擲一粒公正骰子三次，則三次點數和為 5 的機率為何？

(A) $\dfrac{1}{54}$　(B) $\dfrac{5}{216}$　(C) $\dfrac{1}{36}$　(D) $\dfrac{7}{216}$

解答　C

解析　設 S 為投擲一粒公正骰子三次的樣本空間，A 為三次點數和為 5 的事件，

則 $n(S)=6\times6\times6=216$

$\because\quad A=\{(1,1,3),(1,3,1),(3,1,1),(1,2,2),(2,1,2),(2,2,1)\}$

$\therefore\quad n(A)=6$

故所求 $P(A)=\dfrac{6}{216}=\dfrac{1}{36}$

(　　　)11.若 $\sqrt{2}\times\sqrt[3]{8\times\sqrt[5]{64}}=4^{a}$，則 $a=$(A) $\dfrac{19}{20}$ (B) $\dfrac{29}{30}$ (C) $\dfrac{19}{10}$ (D) $\dfrac{29}{15}$

解答　A

解析　$\sqrt{2}\times\sqrt[3]{8\times\sqrt[5]{64}}$

$$=2^{\frac{1}{2}}\times(2^{3}\times2^{\frac{6}{5}})^{\frac{1}{3}}=2^{\frac{1}{2}}\times(2^{3+\frac{6}{5}})^{\frac{1}{3}}=2^{\frac{1}{2}}\times(2^{\frac{21}{5}})^{\frac{1}{3}}=2^{\frac{1}{2}}\times2^{\frac{21}{5}\times\frac{1}{3}}=2^{\frac{1}{2}}\times2^{\frac{7}{5}}=2^{\frac{1}{2}+\frac{7}{5}}=2^{\frac{19}{10}}$$

而 $4^{a}=(2^{2})^{a}=2^{2a}$，

因此 $2a=\dfrac{19}{10}\quad\Rightarrow\quad a=\dfrac{19}{20}$

(　　　)12.設三位數的百位數字為 a、十位數字為 b、個位數字為 c。若 a、c 為偶數，b 為奇數，且 $a>b>c$，則滿足這些條件的三位數共有多少個？　(A)5　(B)10　(C)15　(D)20

解答　D

解析　①當 $a=8$ 時，有 10 個

b	7	5	3	1
c	0、2、4、6	0、2、4	0、2	0

②當 $a=6$ 時，有 6 個

b	5	3	1
c	0、2、4	0、2	0

③當 $a=4$ 時，有 3 個

b	3	1
c	0、2	0

④當 $a=2$ 時，有 1 個

b	1
c	0

因此滿足條件的三位數共有

$10+6+3+1=20$ 個

(　　　)13.試求 139^{6} 除以 4 的餘數為何？　(A) 3　(B) 2　(C)1　(D) 0

解答　C

解析　$139\div4=34\cdots$餘 3　$\Leftrightarrow$　$139=4\times34+3=3+136$

$139^{6}=(3+136)^{6}=C_{0}^{6}\times3^{6}+\underline{C_{1}^{6}\times3^{5}\times136+C_{2}^{6}\times3^{4}\times136^{2}}$

$\underline{+\cdots+C_{6}^{6}\times136^{6}}$

$=3^{6}+\underline{136\times\left(C_{1}^{6}\times3^{5}+C_{2}^{6}\times3^{4}\times136+\cdots+C_{6}^{6}\times136^{5}\right)}$

$\because$　136 可以被 4 整除

$\therefore$　139^{6} 除以 4 的餘數 $=3^{6}$ 除以 4 的餘數

而 $3^{6}=729$，$729\div4=182\cdots$餘1

故所求餘數為1

(　　　)14.設 $(x-2y)^{4}$ 與 $(x-2y)^{5}$ 的展開式中所有項的係數和分別為 a、b，則 $\dfrac{b}{a}=$　(A) -2　(B) -1　(C) $\dfrac{1}{2}$　(D) 2

解答　B

解析　(1)令 $x=1$、$y=1$ 代入 $(x-2y)^{4}$：

$(1-2\times1)^{4}=(-1)^{4}=1$

則 $(x-2y)^{4}$ 的展開式中所有項係數和為1

(2)令 $x=1$、$y=1$ 代入 $(x-2y)^{5}$：

$(1-2\times1)^{5}=(-1)^{5}=-1$

則 $(x-2y)^{5}$ 的展開式中所有項係數和為 -1

由(1)和(2)可知：$a=1$，$b=-1$

故 $\dfrac{b}{a}=\dfrac{-1}{1}=-1$

(　　　)15.某位老師想了解某班級學生數學程度，隨機抽取十一位同學得到他們入學考的數學成績如下：60、55、20、45、70、90、30、60、45、45、30（單位：分），已知其算術平均數等於 50，則這些分數的樣本標準差為何？（註：樣本標準差 $S=\sqrt{\dfrac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(X_{i}-\overline{X}\right)^{2}}$ ）　(A)15 分　(B) 20 分　(C) 25 分　(D) 30 分

解答　B

解析　$\because$　算術平均數 $=50$

$\therefore$　離均差的平方和

$=(60-50)^{2}+(55-50)^{2}+(20-50)^{2}+(45-50)^{2}$

$+(70-50)^{2}+(90-50)^{2}+(30-50)^{2}+(60-50)^{2}$

$+(45-50)^{2}+(45-50)^{2}+(30-50)^{2}$

$=4000$

則樣本標準差 $=\sqrt{\dfrac{1}{11-1}\times4000}=\sqrt{400}=20$（分）

〈另解〉

把成績均乘以 $\dfrac{1}{5}$，則新成績如下：

12、11、4、9、14、18、6、12、9、9、6

其算術平均數 $=\dfrac{1}{5}\times50=10$

離均差的平方和

$=(12-10)^{2}+(11-10)^{2}+(4-10)^{2}+$

$(9-10)^2+(14-10)^2+(18-10)^2$
$+(6-10)^2+(12-10)^2+(9-10)^2+(9-10)^2+(6-10)^2$
$=160$

樣本標準差$=\sqrt{\frac{1}{11-1}\times160}=\sqrt{16}=4$（分）

故原來成績的標準差$=5\times4=20$（分）

(　　) 16.有一組資料：0、3、6、9、12、15，設其平均值與標準差分別為 a 、 b ，則關於另一組資料： -1 、 -2 、 -3 、 -4 、 -5 、 -6 的平均值與標準差的敘述，何者正確？ (A)平均值為 $-3a+1$，標準差為 $\frac{b}{9}$ (B)平均值為 $-\frac{a}{3}-1$，標準差為 $\frac{b}{3}$ (C)平均值為 $-3a+1$，標準差為 $\frac{b}{3}$ (D)平均值為 $-\frac{a}{3}-1$，標準差為 $\frac{b}{9}$

解答　B

解析　令 $S_1=\{0,3,6,9,12,15\}=\{x_k|k=1,2,3,4,5,6\}$

則 S_1 的平均值與標準差為 a 、 b

設題目的另一組資料為 S_2

則 $S_2=\left\{-\frac{1}{3}x_k-1\middle|k=1,2,3,4,5,6\right\}$

其平均值為$-\frac{1}{3}\times a-1=-\frac{a}{3}-1$

標準差為$\left|-\frac{1}{3}\right|\times b=\frac{b}{3}$

(　　) 17.設 $\left(\frac{1}{2}\right)^a=\frac{1}{70}$ ， $\left(\frac{1}{4}\right)^b=\frac{1}{2500}$ ， $\left(\frac{1}{8}\right)^c=\frac{1}{216000}$ ，則 a 、 b 、 c 三個數的大小關係為何？ (A) $b<c<a$ (B) $c<b<a$ (C) $c<a<b$ (D) $a<b<c$

解答　A

解析　$\because\ \left(\frac{1}{4}\right)^b=\frac{1}{2500}$

$\Rightarrow\ \left[\left(\frac{1}{2}\right)^2\right]^b=\left(\frac{1}{50}\right)^2\ \Rightarrow\ \left[\left(\frac{1}{2}\right)^b\right]^2=\left(\frac{1}{50}\right)^2$

$\therefore\ \left(\frac{1}{2}\right)^b=\frac{1}{50}\qquad\because\ \left(\frac{1}{8}\right)^c=\frac{1}{216000}$

$\Rightarrow\ \left[\left(\frac{1}{2}\right)^3\right]^c=\left(\frac{1}{60}\right)^3\ \Rightarrow\ \left[\left(\frac{1}{2}\right)^c\right]^3=\left(\frac{1}{60}\right)^3$

$\therefore\ \left(\frac{1}{2}\right)^c=\frac{1}{60}$

而$\frac{1}{50}>\frac{1}{60}>\frac{1}{70}\ \Rightarrow\ \left(\frac{1}{2}\right)^b>\left(\frac{1}{2}\right)^c>\left(\frac{1}{2}\right)^a$

$\because\ y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ 為遞減函數　$\therefore\ b<c<a$

(　　) 18.設 $a=\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$ ， $b=\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{3}}$ ， $c=\left(\frac{1}{6}\right)^{\frac{1}{6}}$ ，則 a 、 b 、 c 大小順序為何？ (A) $a>c>b$ (B) $a>b>c$ (C) $c>a>b$ (D) $b>c>a$

解答　C

解析　$a^6=\left[\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}\right]^6=\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}\times6}=\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{1}{8}$

$b^6=\left[\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{3}}\right]^6=\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{3}\times6}=\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{1}{9}$

$c^2=\left[\left(\frac{1}{6}\right)^{\frac{1}{6}}\right]^6=\left(\frac{1}{6}\right)^{\frac{1}{6}\times6}=\left(\frac{1}{6}\right)^1=\frac{1}{6}$

則 $b^6<a^6<c^6\ \Rightarrow\ b<a<c$

(　　) 19.已知 m 、 n 為整數，若 $m\log_{500}5+n\log_{500}\sqrt{2}=1$ ，則 $m+n=$ (A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10

解答　A

解析　$m\log_{500}5+n\log_{500}\sqrt{2}=\log_{500}5^m+\log_{500}(2^{\frac{1}{2}})^n$

$=\log_{500}5^m+\log_{500}2^{\frac{n}{2}}=\log_{500}(5^m\times2^{\frac{n}{2}})$

而$1=\log_{500}500=\log_{500}(5^3\times2^2)$，

則 $5^m\times2^{\frac{n}{2}}=5^3\times2^2\ \Rightarrow\ m=3$ ， $n=4$

故 $m+n=3+4=7$

(　　) 20.從1， 2， 3， 4， 5， 6， 7， 8 這八個數字中，任取3個相異數字，若每個數字被取中的機會均相等，則取出之3個數字中，最大的數字大於6的機率為何？ (A) $\frac{5}{14}$ (B) $\frac{5}{12}$ (C) $\frac{7}{12}$ (D) $\frac{9}{14}$

解答　D

解析　設任取3個相異數字的樣本空間為 S

最大數字為7的事件為 A

最大數字為8的事件為 B

則 $n(S)=C^8_3=\frac{8\times7\times6}{3!}=56$

$n(A)=C^6_2=\frac{6\times5}{2!}=15$

$n(B)=C^7_2=\frac{7\times6}{2}=21$

所求$=P(A)+P(B)=\frac{15}{56}+\frac{21}{56}=\frac{9}{14}$

〈另解〉

設任取3個相異數字的樣本空間為 S

而3個數字≤6的事件為 A

$n(S)=C^8_3=\frac{8\times7\times6}{3!}=56$

$n(A)=C^6_3=\frac{6\times5\times4}{3!}=20$

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{20}{56}=\frac{5}{14}$$

所求$=P$(3個數字中，最大的數>6)

$=1-P$(3個數字中，最大的數≤ 6)

$=1-P$(3個數字≤ 6)

$=1-P(A)=1-\frac{5}{14}=\frac{9}{14}$

(　　)21.設a、b、c三個數均為正實數，且已知$a+c=36$，若a、b、12三數成等差數列，且2、b、c三數成等比數列，則下列敘述何者有誤？　(A)$b+c=32$　(B)$a+b=12$　(C)$b^2=2c$ (D)$2b=a+12$

解答　A

解析　$\because$　a、b、12為等差數列　$\therefore$　$b=\frac{a+12}{2}$

$\Rightarrow$　$2b=a+12$（選項(D)）　$\Rightarrow$　$a=2b-12\cdots\cdots①$

$\because$　2、b、c為等比數列　$\therefore$　$b^2=2c$（選項(C)）　$\Rightarrow$

$c=\frac{1}{2}b^2\cdots\cdots②$

把$a=2b-12$，$c=\frac{1}{2}b^2$代入$a+c=36$

則$(2b-12)+\frac{1}{2}b^2=36$　$\overset{\times 2}{\Rightarrow}$　$4b-24+b^2=72$　$\Rightarrow$

$b^2+4b-96=0$

$\Rightarrow$　$(b-8)(b+12)=0$　$\Rightarrow$　$b=8$或-12

而b為正實數，故$b=8$

把$b=8$代入①與②，則$a=2\times 8-12=4$，$c=\frac{1}{2}\times 8^2=32$

(A)$b+c=8+32=40$

(B)$a+b=4+8=12$

故選(A)

(　　)22.若同時擲兩粒公正的骰子，則下列何者正確？　(A)點數和等於5的機率大於點數和等於8的機率　(B)點數和等於6的機率大於點數和等於7的機率　(C)點數和等於7的機率大於點數和等於9的機率　(D)點數和等於9的機率大於點數和等於8的機率

解答　C

解析　設同時擲兩粒骰子的樣本空間為S，點數和等於k的機率為P_k

（如：P_5為點數和等於5的機率）

$n(S)=6\times 6=36$

擲兩粒骰子：

點數和	5	6	7	8	9
方法數	4	5	6	5	4

則$P_5=\frac{4}{36}$，$P_6=\frac{5}{36}$，$P_7=\frac{6}{36}$，$P_8=\frac{5}{36}$，$P_9=\frac{4}{36}$

(A)$P_5<P_8$　(B)$P_6<P_7$　(C)$P_7>P_9$　(D)$P_9<P_8$

(　　)23.已知四個正數a、b、c、d為一等比數列，若$a+b=20$，$a+b+c+d=65$，則$a=$　(A)5　(B)6　(C)7　(D)8

解答　D

解析　設等比數列的公比為r（$r>0$）

則$b=ar$，$c=ar^2$，$d=ar^3$

$a+b=20$　$\Rightarrow$　$a+ar=20$

$\Rightarrow$　$a(1+r)=20\cdots\cdots①$

$a+b+c+d=65$　$\Rightarrow$　$20+c+d=65$

$\Rightarrow$　$c+d=45$

$\Rightarrow$　$ar^2+ar^3=45$

$\Rightarrow$　$ar^2(1+r)=45\cdots\cdots②$

$\frac{②}{①}$：$\frac{ar^2(1+r)}{a(1+r)}=\frac{45}{20}$　$\Rightarrow$　$r^2=\frac{9}{4}$

$\Rightarrow$　$r=\pm\frac{3}{2}$（負不合）

$r=\frac{3}{2}$代回①：$a(1+\frac{3}{2})=20$　$\Rightarrow$　$a=8$

(　　)24.連續投擲一公正硬幣四次，觀察其出現正反面的情形。已知E為第二次投擲出現正面的事件，F為第三次投擲出現正面的事件，G為四次投擲中至少出現兩次正面的事件。若$P(A)$表示事件A發生的機率，則下列敘述何者正確？　(A)$P(E)=\frac{1}{8}$　(B)$P(E\cap G')=\frac{1}{8}$　(C)$P(F|E)=\frac{1}{4}$　(D)$P(G)=\frac{11}{16}$

解答　D

解析　設樣本空間為S，則$n(S)=2^4=16$

(A)E：第二次出現正面的事件

○ 正 ○ ○

$n(E)=2^3=8$

則$P(E)=\frac{n(E)}{n(S)}=\frac{8}{16}=\frac{1}{2}$

(B)$\because$　G表示至少出現兩次正面的事件

$\therefore$　G'表示只有一次正面或沒有正面的事件

$\Rightarrow$　$E\cap G'$：只有第二次出現正面，其餘皆為反面的事件

反 正 反 反

$n(E\cap G')=1$

則$P(E\cap G')=\frac{n(E\cap G')}{n(S)}=\frac{1}{16}$

(C)F：第三次出現正面的事件

$\Rightarrow$　$F\cap E$：第二、三次均出現正面的事件

○ 正 正 ○

$n(F\cap E)=2^2=4$

則$P(F|E)=\frac{n(F\cap E)}{n(E)}=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$

(D)設G_0為沒有出現正面的事件，

反 反 反 反

$n(G_0)=1$，則$P(G_0)=\frac{n(G_0)}{n(S)}=\frac{1}{16}$

設G_1為出現一次正面的事件，

正反反反，反正反反

反反正反，反反反正

$n(G_1)=4$，則 $P(G_1)=\dfrac{n(G_1)}{n(S)}=\dfrac{4}{16}$

則

$$P(G)=1-P(G')=1-P(G_0)-P(G_1)=1-\frac{1}{16}-\frac{4}{16}=\frac{11}{16}$$

(　　　) 25.設 a 、 b 、 c 三數成等比數列，且滿足 $a+b+c=9$ 及

$a^2+b^2+c^2=189$，則等比中項 $b=$　(A) -6　(B) -2　(C) $\dfrac{1}{2}$　(D) 6

解答　A

解析　〈法一〉

$\because$ a 、 b 、 c 成等比數列

$\therefore$ $b^2=ac$

$a^2+b^2+c^2=189 \Rightarrow a^2+c^2=189-b^2$

$a+b+c=9 \Rightarrow a+c=9-b \Rightarrow (a+c)^2=(9-b)^2$

$\Rightarrow a^2+2ac+c^2=81-18b+b^2 \Rightarrow$

$(a^2+c^2)+2ac=81-18b+b^2$

$\Rightarrow (189-b^2)+2b^2=81-18b+b^2 \Rightarrow 18b=-108 \Rightarrow$

$b=-6$

〈法二〉

設等比數列 a 、 b 、 c 的公比為 r

則 $b=ar$，$c=ar^2$

$a+b+c=9$

$\Rightarrow a+ar+ar^2=9\cdots\cdots①$

$\Rightarrow a(1+r+r^2)=9\cdots\cdots②$

$a^2+b^2+c^2=189$

$\Rightarrow a^2+(ar)^2+(ar^2)^2=189 \Rightarrow a^2+a^2r^2+a^2r^4=189$

$\Rightarrow a^2(1+r^2+r^4)=189\cdots\cdots③$

$\dfrac{③}{②}$：$\dfrac{a^2(1+r^2+r^4)}{a(1+r+r^2)}=\dfrac{189}{9}$

$\Rightarrow \dfrac{a^2(1+r+r^2)(1-r+r^2)}{a(1+r+r^2)}=21 \Rightarrow a(1-r+r^2)=21$

$\Rightarrow a-ar+ar^2=21\cdots\cdots④$

①−④：$2ar=-12 \Rightarrow ar=-6$

$\because$ $b=ar$　$\therefore$ $b=-6$