

一、單選題 (25 題 每題 4 分 共 100 分)

- () 1. 設 a, b, c, d 四正數成等比數列, 若 $a+b=8, c+d=72$, 則公比為 (A)2 (B)3 (C)4 (D)6

【龍騰自命題.】

解答 B

解析 設四數為 $a, ar, ar^2, ar^3 \Rightarrow \begin{cases} a+ar=8 \\ ar^2+ar^3=72 \end{cases}$

$$\frac{a(1+r)}{ar^2(1+r)} = \frac{8}{72} = \frac{1}{9} \quad \therefore r = \pm 3 \text{ (負不合)}$$

- () 2. $(\frac{a}{x^2} - \sqrt{3}x)^6$ 展開後常數項的係數為 270, 則 $a =$
(A) $\pm\sqrt{7}$ (B) $\pm\sqrt{5}$ (C) $\pm\sqrt{3}$ (D) $\pm\sqrt{2}$

【龍騰自命題.】

解答 D

解析 $(\frac{a}{x^2} - \sqrt{3}x)^6 = C_0^6 (\frac{a}{x^2})^6 + \dots + C_4^6 (\frac{a}{x^2})^2 (-\sqrt{3}x)^4 + \dots$

$$\text{常數項} = C_4^6 \times a^2 \times (-\sqrt{3})^4 = 270$$

$$15 \times a^2 \times 9 = 270, a^2 = 2 \quad \therefore a = \pm\sqrt{2}$$

- () 3. 設一凸 n 邊形, 各內角成等差數列, 若公差為 4° , 最大內角為 172° , 則邊數為 (A)12 (B)15 (C)18 (D)20

【龍騰自命題.】

解答 A

解析 外角度數分別為 $8^\circ, 12^\circ, 16^\circ, \dots$, 又外角和 $8^\circ + 12^\circ + 16^\circ + \dots = 360^\circ$

$$\Rightarrow \frac{2 \times 8^\circ + (n-1) \times 4^\circ}{2} \times n = 360^\circ \Rightarrow (n-12)(n+15)$$

$$= 0 \Rightarrow n = 12$$

- () 4. 自「0、1、2、3、4」中任取三個相異數字作成三位數 A , 剩下二個數字作成二位數 B , 則 (A, B) 有 (A)84 對 (B)75 對 (C)72 對 (D)54 對

【龍騰自命題.】

解答 C

解析 ① A 中含有 0:

$$\square \square \square$$

$$2 \times 2 \times 1$$

4 個數字選 2 個

□

$$C_2^4 \times \frac{2 \times 2 \times 1}{A \text{ 的排法}} \times \frac{2 \times 1}{B \text{ 的排法}} = 48$$

② A 中不含 0:

$$\square \square \square$$

$$3 \times 2 \times 1$$

4 個數字選 3 個

□

$$C_3^4 \times \frac{3 \times 2 \times 1}{A \text{ 的排法}} \times \frac{1 \times 1}{B \text{ 的排法}} = 24$$

$$\therefore 48 + 24 = 72$$

- () 5. 試求 $7+3\sqrt{5}$ 與 $7-3\sqrt{5}$ 的等比中項? (A) ± 2 (B) ± 4 (C) ± 6 (D) ± 7

【隨堂測驗.】

解答 A

解析 等比中項 $= \pm \sqrt{(7+3\sqrt{5})(7-3\sqrt{5})} = \pm \sqrt{7^2 - (3\sqrt{5})^2}$

$$= \pm \sqrt{49 - 45} = \pm \sqrt{4} = \pm 2$$

- () 6. 欲將六位新生平均分發到甲、乙、丙三班, 則共有幾種分法? (A)100 (B)80 (C)120 (D)90

【龍騰自命題.】

解答 D

- () 7. 求 1 至 153 之間, 所有 4 的倍數總和為 (A)798 (B)2964 (C)2980 (D)3012

【龍騰自命題.】

解答 B

解析 所求 $= 4 \times 1 + 4 \times 2 + \dots + 4 \times 38 = 4(1 + 2 + 3 + \dots + 38) = 2964$

- () 8. A, B, C, D, E, \dots 等 8 人排成一列, 規定 A, B, C 必須相鄰, 但 D, E 不得相鄰, 其排法有 (A)3600 種 (B)3240 種 (C)2880 種 (D)2160 種

【龍騰自命題.】

解答 C

解析 將 ABC 視為一組, 將 D, E 分別放入五個間隔內

 ABC 可互換

↑

$$\text{排法有 } 4! \times 3! \times P_2^5 = 2880$$

↓

↓

四組 五個間隔取 2 個

- () 9. 設三正數成等差數列, 其和為 30, 若三數依序加上 1、6、47, 則成為等比數列, 問三數中最小的數為 (A)2 (B)3 (C)4 (D)5

【隨堂講義補充題.】

解答 B

解析 設三數為 $a-d, a, a+d$

$$(a-d) + a + (a+d) = 30 \Rightarrow a = 10$$

$$\therefore \text{三數為 } 10-d, 10, 10+d$$

依序加上 1、6、47 變為 $11-d, 16, 57+d$ 成等比數列

$$\Rightarrow (11-d)(57+d) = 16^2 \Rightarrow d^2 + 46d - 371 = 0$$

$$\Rightarrow d = 7 \text{ 或 } -53 \text{ (不合 } \because \text{三數皆為正數)}$$

$$\Rightarrow d = 7$$

∴ 三數為3、10、17 ⇒ 所求=3

() 10. 擲骰子 100 次，將其結果記錄如下表：

點數	1	2	3	4	5	6
次數	10	25	20	20	10	15

若算術平均數為 a ，中位數為 b ，則 $a - b =$ (A)0
(B)0.1 (C)0.2 (D)0.4

【龍騰自命題.】

解答 D

解析 $\frac{1 \times 10 + 2 \times 25 + 3 \times 20 + 4 \times 20 + 5 \times 10 + 6 \times 15}{100} = 3.4 = a$

由小而大的第 50、51 個資料均為 3，∴ $b = 3$

故 $a - b = 0.4$

() 11. 小容從三本不同的書 a 、 b 、 c 中任選兩本，不包含有 a 書的事件之個數為何？ (A)1 (B)2 (C)3 (D)4

【龍騰自命題.】

解答 A

解析 不包含有 a 書的事件為 $\{b, c\}$

() 12. 將七位數 5813699 中之各個數字次序任意調換，得不同的七位數（包含原七位數）共有 (A)1800 個
(B)1996 個 (C)2520 個 (D)5040 個

【龍騰自命題.】

解答 C

解析 $\frac{7!}{2!} = 2520$

() 13. 設 $a = \log_{11} 12$ ， $b = \log_{13} 12$ ， $c = \log_{\frac{1}{11}} 12$ ， $d = \log_{\frac{1}{13}} 12$ ，

則下列敘述何者正確？ (A) $d < c < b < a$ (B) $d < c < a < b$ (C) $c < d < a < b$ (D) $c < d < b < a$

【龍騰自命題.】

解答 D

解析 ∵ $a = \log_{11} 12 > \log_{11} 11 = 1$ ， $b = \log_{13} 12 < \log_{13} 13 = 1$
 $c = -\log_{11} 12 = -a < -1$ ， $d = -\log_{13} 12 = -b > -1$
而 $a、b > 0$ 和 $c、d < 0$ ∴ $c < d < b < a$

() 14. 關於 $\left(x - \frac{2}{x}\right)^8$ 展開式中，下列敘述何者正確？ (A)

常數項為 1160 (B) x^2 項係數為 -448 (C) x^4 項係數為 -112 (D) x^{-8} 項係數為 -256

【103 年歷屆試題.】

解答 B

解析 $\left(x - \frac{2}{x}\right)^8 = \left[x + \left(-\frac{2}{x}\right)\right]^8$

(A) 常數項： $C_4^8 x^4 \left(-\frac{2}{x}\right)^4 = 1120$

(B) x^2 項： $C_3^8 x^5 \left(-\frac{2}{x}\right)^3 = -448x^2$ ，則 x^2 項係數為 -448

(C) x^4 項： $C_2^8 x^6 \left(-\frac{2}{x}\right)^2 = 112x^4$ ，則 x^4 項係數為 112

(D) x^{-8} 項： $C_8^8 x^0 \left(-\frac{2}{x}\right)^8 = 256x^{-8}$ ，則 x^{-8} 項係數為 256

() 15. 試比較下列各數之大小： $a = \log_2 6$ ， $b = \log_4 25$ ，

$c = \log_{\sqrt{2}} \sqrt{7}$ (A) $c > b > a$ (B) $c > a > b$ (C) $b > a > c$ (D) $a > b > c$

【龍騰自命題.】

解答 B

解析 $a = \log_2 6 = \log_{2^2} 6^2 = \log_4 36$

$b = \log_4 25$

$c = \log_{\sqrt{2}} \sqrt{7} = \log_{(\sqrt{2})^4} (\sqrt{7})^4 = \log_4 49$

∵ 底數 $4 > 1$ 為遞增函數且 $49 > 36 > 25$

∴ $\log_4 49 > \log_4 36 > \log_4 25$ 即 $c > a > b$

() 16. $2\sqrt{2} + 2$ 和 $2\sqrt{2} - 2$ 的等差中項為 (A) $\sqrt{2}$ (B)2

(C) $2\sqrt{2}$ (D)4

【龍騰自命題.】

解答 C

() 17. $\sum_{k=1}^n (k-1)^2 =$ (A) $\frac{2n^3 - 3n^2 + n}{6}$ (B) $\frac{2n^3 + 3n - n}{6}$

(C) $\frac{2n^3 - 3n^2 - n}{6}$ (D) $\frac{2n^3 + 3n + n}{6}$

【龍騰自命題.】

解答 A

解析 〈法一〉

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^n (k-1)^2 &= 0^2 + 1^2 + 2^2 + \dots + (n-1)^2 = \sum_{k=1}^{n-1} k^2 = \frac{1}{6}(n-1)(n)[2(n-1) + n + 1] \\ &= \frac{2n^3 - 3n^2 + n}{6} \end{aligned}$$

〈法二〉

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^n (k-1)^2 &= \sum_{k=1}^n (k^2 - 2k + 1) = \sum_{k=1}^n k^2 - 2 \sum_{k=1}^n k + \sum_{k=1}^n 1 \\ &= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} - 2 \times \frac{n(n+1)}{2} + n = \frac{2n^3 - 3n^2 + n}{6} \end{aligned}$$

() 18. 下表為某生第一次段考各科的成績：

科目	國文	英文	數學	物理	專業科目
分數(分)	78	73	75	81	84
每週上課時數(小時)	4	2	4	2	4

其加權平均分數為 (A)72 (B)74.5 (C)76 (D)77

(E)78.5

【課本練習題-自我評量.】

解答 E

解析 加權平均分數

$$= \frac{78 \times 4 + 73 \times 2 + 75 \times 4 + 81 \times 2 + 84 \times 4}{4 + 2 + 4 + 2 + 4} = \frac{1256}{16} = 78.5$$

(分)

- () 19. 巧巧麵店供應的湯麵有 6 種、乾麵有 5 種、小菜有 4 種、湯類有 4 種，今天豆豆想選一種麵來吃，則有幾種選法？ (A)11 (B)15 (C)19 (D)30

【隨堂測驗.】

解答 A

解析 麵類有湯麵 6 種，乾麵 5 種，共有 $6+5=11$ 種()

20. 若 $\sqrt{2} \times \sqrt[3]{8} \times \sqrt[5]{64} = 4^a$ ，則 $a =$ (A) $\frac{19}{20}$ (B) $\frac{29}{30}$

(C) $\frac{19}{10}$ (D) $\frac{29}{15}$

【100 年歷屆試題.】

解答 A

解析 $\sqrt{2} \times \sqrt[3]{8} \times \sqrt[5]{64}$

$$= 2^{\frac{1}{2}} \times (2^3 \times 2^{\frac{6}{5}})^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{1}{2}} \times (2^{\frac{3+6}{5}})^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{1}{2}} \times (2^{\frac{21}{5}})^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{21 \times 1}{5 \times 3}} = 2^{\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{7}{5}} = 2^{\frac{1+7}{2} \times \frac{19}{10}}$$

而 $4^a = (2^2)^a = 2^{2a}$ ，

因此 $2a = \frac{19}{10} \Rightarrow a = \frac{19}{20}$

- () 21. 已知 $a = 2^{\log_2 4}$ ， $b = 8^{\frac{1}{2}}$ ， $c = \log_2 10$ ，則此三數的大小關係為何？ (A) $a > b > c$ (B) $a > c > b$ (C) $c > a > b$ (D) $c > b > a$

【096 年歷屆試題.】

解答 B

解析 $a = 2^{\log_2 4} = 4$

$$b = 8^{\frac{1}{2}} = (2^3)^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{3}{2}} = 2\sqrt{2}$$

$\therefore \log_2 8 < \log_2 10 < \log_2 16 \Rightarrow 3 < c < 4$

$\therefore a > c > b$

- () 22. 將 6 個相同的球全部放入兩個不同顏色的箱子中，若每箱的球數不限，則共有幾種放法？ (A)4 (B)5 (C)6 (D)7

【龍騰自命題.】

解答 D

解析 設放入兩個不同箱子的球數分別為 x_1 、 x_2 又球數不限，則 x_1 、 x_2 是非負的整數

且 $x_1 + x_2 = 6 \Rightarrow$ 其非負整數解為 H_6^2

故所求的放法共有 $H_6^2 = C_6^7 = C_1^7 = 7$ 種

- () 23. 已知 m 、 n 為整數，若 $m \log_{500} 5 + n \log_{500} \sqrt{2} = 1$ ，則 $m+n =$ (A)7 (B)8 (C)9 (D)10

【104 年歷屆試題.】

解答 A

解析 $m \log_{500} 5 + n \log_{500} \sqrt{2} = \log_{500} 5^m + \log_{500} (2^{\frac{1}{2}})^n$

$$= \log_{500} 5^m + \log_{500} 2^{\frac{n}{2}} = \log_{500} (5^m \times 2^{\frac{n}{2}})$$

而 $1 = \log_{500} 500 = \log_{500} (5^3 \times 2^2)$ ，

則 $5^m \times 2^{\frac{n}{2}} = 5^3 \times 2^2 \Rightarrow m=3, n=4$

故 $m+n=3+4=7$

- () 24. 甲、乙二人各擲一公正的骰子且互不影響，甲、乙二人

人中恰有一人得么點的機率為 (A) $\frac{1}{36}$ (B) $\frac{1}{18}$

(C) $\frac{1}{6}$ (D) $\frac{5}{18}$ (E) $\frac{7}{18}$

【課本練習題-自我評量.】

解答 D

解析 甲得么點，乙不是么點 $\Rightarrow \frac{1}{6} \times (1 - \frac{1}{6})$

甲不是么點，乙得么點 $\Rightarrow (1 - \frac{1}{6}) \times \frac{1}{6}$

故所求機率為 $\frac{1}{6} \times (1 - \frac{1}{6}) + (1 - \frac{1}{6}) \times \frac{1}{6} = \frac{5}{18}$

- () 25. 用「1、2、3、4」4 個數字來排成三位數，數字可重複使用，共可排成幾個不同的三位數？ (A)81 (B)64 (C)48 (D)24

【龍騰自命題.】

解答 B