

一、單選題 (25 題 每題 4 分 共 100 分)

() 1. 5 件不同禮物分給甲、乙、丙、丁四人，每人可兼得，但甲至少得一件，請問有多少種方法？ (A) 781 (B) 961 (C) 1024 (D) 1280

【隨堂講義補充題.】

解答 A

解析 任意分 - 甲沒得 = $4^5 - 3^5 = 781$

() 2. 設 p 、 q 為二相異正整數，且 a_n 為一等差數列的第 n 項。若 $a_p = q$ ， $a_q = p$ ，則 $a_{p+q} =$ (A) 0 (B) p (C) q (D) $p+q$

【098 年歷屆試題.】

解答 A

解析 a_n 為等差數列的第 n 項

設首項 a_1 ，公差 d

$$\because a_p = q \quad \therefore a_1 + (p-1)d = q \cdots \textcircled{1}$$

$$\because a_q = p \quad \therefore a_1 + (q-1)d = p \cdots \textcircled{2}$$

由 $\textcircled{1} - \textcircled{2}$

$$(p-q)d = q-p \Rightarrow d = \frac{q-p}{p-q} = -1$$

$d = -1$ 代回 $\textcircled{1}$

$$a_1 + (p-1)(-1) = q \Rightarrow a_1 = p+q-1$$

因此

$$a_{p+q} = a_1 + (p+q-1)d = (p+q-1) + (p+q-1) \times (-1) = 0$$

() 3. 若 $2\sqrt{2} = 8^x$ ，則 $x =$ (A) $\frac{1}{9}$ (B) $\frac{1}{6}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{2}$ (E) $\frac{2}{3}$

【課本練習題-自我評量.】

解答 D

解析 $2\sqrt{2} = 8^x \Rightarrow 2^{\frac{3}{2}} = (2^3)^x \Rightarrow 3x = \frac{3}{2} \Rightarrow x = \frac{1}{2}$

() 4. 平面上有 7 個點，其中任 3 點不共線，可決定 a 條直線， b 個三角形，則 $b-a =$ (A) 17 (B) 16 (C) 15 (D) 14

【隨堂講義補充題.】

解答 D

解析 $b-a = C_3^7 - C_2^7 = 14$

() 5. 在 $(a+b)^{12}$ 的展開式中， a^3b^9 項的係數為 (A) 220 (B) 1320 (C) 56 (D) 72

【龍騰自命題.】

解答 A

() 6. 等比級數 $1 + (-\frac{1}{2}) + (\frac{1}{4}) + \dots$ 至前 6 項之和為 (A) $\frac{21}{64}$ (B) $\frac{21}{32}$ (C) $\frac{11}{16}$ (D) $\frac{5}{8}$

【龍騰自命題.】

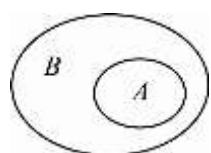
解答 B

() 7. 設 A 、 B 為二集合， $A \cup B = B$ 同義於 (A) $A = B$ (B) $A \cap B = A$ (C) $A \cap B = B$ (D) $A \cup B = A$

【龍騰自命題.】

解答 B

解析



$$A \cup B = B \Leftrightarrow A \subset B \Leftrightarrow A \cap B = A$$

故 $A \cap B = A$

- () 8. 機械一甲、乙兩班第二次月考數學的平均成績同為 70 分，甲班成績的四分位距為 4 分、乙班為 7 分，則有關甲、乙兩班的數學程度下列敘述何者正確？ (A) 甲班較整齊 (B) 乙班較整齊 (C) 兩班一樣 (D) 無法比較

【龍騰自命題】

解答 A

解析 四分位距 $4 < 7$ ，則甲班成績的離散程度較乙班成績小，故甲班程度較整齊

- () 9. 等比數列 $\frac{4}{21}$ 、 $\frac{2}{7}$ 、 $\frac{3}{7}$ 、 \dots 中，問自第幾項開始大於 1？ (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8

【龍騰自命題】

解答 B

- () 10. 級數 $(1^2 - 2^2) + (3^2 - 4^2) + (5^2 - 6^2) + \dots + (49^2 - 50^2)$ 之和為 (A) -1275 (B) -2499 (C) -2401 (D) -1325

【龍騰自命題】

解答 A

解析 原式 $= -3 - 7 - 11 - \dots - 99 = \frac{[-3 + (-99)] \times 25}{2} = -1275$

- () 11. 設 $(1+x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$ ，已知 $2a_4 = 3a_{n-6}$ ，則正整數 n 為 (A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11

【隨堂講義補充題】

解答 B

解析 $2a_4 = 3a_{n-6}$

$$\Rightarrow 2C_4^n = 3C_{n-6}^n$$

$$\Rightarrow 2 \times \frac{n!}{4!(n-4)!} = 3 \times \frac{n!}{6!(n-6)!}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{(n-4)(n-5)} = \frac{3}{6 \times 5} \Rightarrow n^2 - 9n = 0$$

$$\Rightarrow n = 9 \text{ 或 } 0 \text{ (不合)}$$

\therefore 所求為 9

- () 12. 已知 3 、 a 、 b 、 $1\frac{1}{2}$ 、 c 、 d 為等差數列，則 (A) $a=2$ (B) $b=2\frac{1}{2}$ (C) $c=2$ (D) $d=\frac{1}{2}$

【龍騰自命題】

解答 D

- () 13. 將 6 件相同物品，分給甲、乙、丙 3 人，每人至少得一件之分法共有多少種？ (A) 60 種 (B) 10 種 (C) 40 種 (D) 20 種

【龍騰自命題】

解答 B

解析 每人先分一件，則物品剩 3 件分給甲、乙、丙 3 人可兼得的方法有

$$H_3^3 = C_3^{3+3-1} = C_3^5 = 10 \text{ (種)}$$

- () 14. 設 $a > 0$ ，若 $a^{0.3} = 1024$ ，則 $a^{0.09} =$ (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8

【隨堂講義補充題】

解答 D

解析 $a^{0.09} = (a^{0.3})^{\frac{3}{10}} = 1024^{\frac{3}{10}} = (2^{10})^{\frac{3}{10}} = 2^3 = 8$

- () 15. 當資料數據為 20、25、38、38、38、38、40、45，則其集中量數以何者為佳？ (A) 算術平均數 (B) 中位數 (C) 眾數 (D) 標準差

【龍騰自命題】

解答 C

- () 16. 袋中有 6 個大小相同的球，其中紅球 4 個、白球 2 個。從中同時取出 3 球，則 3 球為 2 紅球、1 白球的機率為何？ (A) $\frac{3}{10}$ (B) $\frac{2}{5}$

(C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{3}{5}$

【隨堂講義補充題.】

解答 D

解析 $P = \frac{C_2^4 \times C_1^2}{C_3^6} = \frac{3}{5}$

() 17. 某發報器長鳴一次 3 秒，短鳴一次 1 秒，相鄰兩鳴放時間為 2 秒，則前後 30 秒的時間，可發出幾種不同的信號？ (A)80 (B)70
(C)60 (D)50

【龍騰自命題.】

解答 A

解析 設長鳴 x 次，短鳴 y 次，則有 $x+y-1$ 個間隔

$$3x + y + 2(x + y - 1) = 30, x, y \text{ 為非負整數}$$

$$5x + 3y = 32$$

x	1	4
y	9	4

$$\frac{10!}{9!} + \frac{8!}{4!4!} = 10 + 70 = 80 \text{ 種}$$

() 18. 設 $a > 0$ 且 $a \neq 1$ ，若 $\log_a 3 + \log_a 7 = 3$ ，則 $a =$ (A) $\sqrt[3]{21}$ (B) $\sqrt{21}$ (C) 3 (D) 7

【096 年歷屆試題.】

解答 A

解析 $\because \log_a 3 + \log_a 7 = 3 \Rightarrow \log_a 21 = 3 \Rightarrow a^3 = 21$

$$\therefore a = \sqrt[3]{21}$$

() 19. 1 到 500 之間有兩個等差數列：2, 5, 8, 11, ... 與 1, 5, 9, 13, ... 同時出現在這兩個數列的數共有幾項？ (A)42 (B)39 (C)38 (D)36
(E)35

【課本練習題-自我評量.】

解答 A

解析 將已知的兩個等差數列多列前面幾項，以便觀察他們的共同項

2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 26, 29, 32, ...

1, 5, 9, 13, 17, 21, 25, 29, 33, ...

觀察上述二等差數列，得知共同項為 5, 17, 29, 41, ...

$$\Rightarrow a_n = 5 + (n-1) \times 12 < 500 \Rightarrow 12n < 507 \Rightarrow n < 42\frac{1}{4}$$

$$\therefore n = 42$$

() 20. 若 $f(x) = \log_{\sqrt{3}} x$ ，且 $f(a) - f(b) = 6$ ，則 $\frac{a}{b} =$ (A) 3 (B) 9 (C) 27 (D) 81

【隨堂講義補充題.】

解答 C

解析 $f(a) - f(b) = 6 \Rightarrow \log_{\sqrt{3}} a - \log_{\sqrt{3}} b = 6$

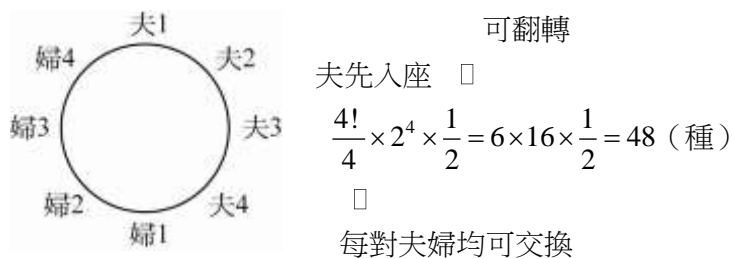
$$\Rightarrow \log_{\sqrt{3}} \frac{a}{b} = 6 \Rightarrow \frac{a}{b} = (\sqrt{3})^6 = \left(3^{\frac{1}{2}}\right)^6 = 3^3 = 27$$

() 21. 四對夫婦圍圓桌而坐，每對夫婦相對而坐的方法有 (A)120 種 (B)96 種 (C)72 種 (D)48 種

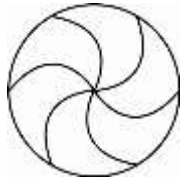
【龍騰自命題.】

解答 D

解析



() 22. 用 8 種不同的顏料塗下圖轉盤的六個區域，每個區域顏色不得相同，塗法有



(A) 3360 種 (B) 3600 種 (C) 3720 種 (D) 3840 種

【龍騰自命題】

解答 A

解析 $C_6^8 \times \frac{6!}{6} = 28 \times 5! = 28 \times 120 = 3360$ (種)

() 23. 設 a 、 b 、 c 三數成等比數列，且滿足 $a+b+c=9$ 及 $a^2+b^2+c^2=189$ ，則等比中項 $b=$ (A) -6 (B) -2 (C) $\frac{1}{2}$ (D) 6

【106 年歷屆試題】

解答 A

解析 〈法一〉

$\because a$ 、 b 、 c 成等比數列

$\therefore b^2 = ac$

$a^2 + b^2 + c^2 = 189 \Rightarrow a^2 + c^2 = 189 - b^2$

$a + b + c = 9 \Rightarrow a + c = 9 - b \Rightarrow (a + c)^2 = (9 - b)^2$

$\Rightarrow a^2 + 2ac + c^2 = 81 - 18b + b^2 \Rightarrow \underbrace{(a^2 + c^2)} + 2 \underbrace{ac} = 81 - 18b + b^2$

$\Rightarrow \underbrace{(189 - b^2)} + 2 \underbrace{b^2} = 81 - 18b + b^2 \Rightarrow 18b = -108 \Rightarrow b = -6$

〈法二〉

設等比數列 a 、 b 、 c 的公比為 r

則 $b = ar$ ， $c = ar^2$

$a + b + c = 9$

$\Rightarrow a + ar + ar^2 = 9 \dots \dots \textcircled{1}$

$\Rightarrow a(1 + r + r^2) = 9 \dots \dots \textcircled{2}$

$a^2 + b^2 + c^2 = 189$

$\Rightarrow a^2 + (ar)^2 + (ar^2)^2 = 189 \Rightarrow a^2 + a^2r^2 + a^2r^4 = 189$

$\Rightarrow a^2(1 + r^2 + r^4) = 189 \dots \dots \textcircled{3}$

$\frac{\textcircled{3}}{\textcircled{2}} : \frac{a^2(1 + r^2 + r^4)}{a(1 + r + r^2)} = \frac{189}{9}$

$\Rightarrow \frac{a^2(1 + r + r^2)(1 - r + r^2)}{a(1 + r + r^2)} = 21 \Rightarrow a(1 - r + r^2) = 21$

$\Rightarrow a - ar + ar^2 = 21 \dots \dots \textcircled{4}$

$\textcircled{1} - \textcircled{4} : 2ar = -12 \Rightarrow ar = -6$

$$\therefore b=ar \quad \therefore b=-6$$

- () 24. 琪琪一次投擲二粒公正骰子，則出現點數和小於 10 的機率為多少？ (A) $\frac{11}{12}$ (B) $\frac{5}{6}$ (C) $\frac{4}{5}$ (D) $\frac{3}{4}$

【隨堂測驗】

解答 B

解析 設樣本空間為 S ，則 $n(S) = 6^2 = 36$

若點數和小於 10 的事件為 A ，

則 $A' = \{(4, 6), (5, 5), (6, 4), (5, 6), (6, 5), (6, 6)\}$

$$\text{所求 } P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{6}{36} = \frac{5}{6}$$

- () 25. 甲、乙、丙、丁、戊、己、庚 7 人排成一列，若甲、乙、丙 3 人排偶數位，則有幾種排法？ (A) 288 (B) 216 (C) 144 (D) 72

【隨堂講義補充題】

解答 C

解析 ①甲、乙、丙排偶數位： $3! = 6$

②其他 4 人排奇數位： $4! = 24$

$$\therefore 6 \times 24 = 144$$