

0102 數列級數 指數對數 排列組合

姓名 _____ 座號 _____

一、單選題 (25 題 每題 4 分 共 100 分)

() 1. 設一等比數列，第 5 項為 27，第 8 項為 8，則第 10 項

為 (A) $\frac{7}{4}$ (B) $\frac{17}{8}$ (C) $\frac{32}{9}$ (D) $\frac{71}{27}$

【隨堂測驗.】

解答 C

解析 設首項為 a_1 ，公比為 r

$$\begin{cases} a_5 = a_1 r^4 \\ a_8 = a_1 r^7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 27 = a_1 r^4 \dots\dots ① \\ 8 = a_1 r^7 \dots\dots ② \end{cases}$$

$$\frac{②}{①} \text{ 得 } r^3 = \frac{8}{27} \Rightarrow r = \frac{2}{3}$$

代入①得 $a_1 = \frac{3^7}{16}$

$$\therefore a_{10} = a_1 r^9 = \frac{3^7}{16} \times \left(\frac{2}{3}\right)^9 = \frac{3^7}{16} \times \frac{2^9}{3^9} = \frac{2^9}{16 \times 3^2} = \frac{32}{9}$$

() 2. 求 1 至 153 之間，所有 4 的倍數總和為 (A) 798

(B) 2964 (C) 2980 (D) 3012

【龍騰自命題.】

解答 B

解析 所求 = $4 \times 1 + 4 \times 2 + \dots + 4 \times 38 = 4(1 + 2 + 3 + \dots + 38) = 2964$

() 3. 甲、乙兩地間有 7 條路，其中有 1 條是甲到乙的單行道，有 2 條是乙到甲的單行道，其餘為雙向道，若規定往返不走相同的路，則某人開車從甲地到乙地，再返回甲地走法有幾種？ (A) 30 (B) 26 (C) 25 (D) 24

【隨堂講義補充題.】

解答 B

解析 往返不走相同路，可分二種討論：①甲 → 乙走單行道；

②甲 → 乙走雙向道

① 甲 → 乙 → 甲：有 $1 \times 6 = 6$ 種

② 甲 → 乙 → 甲：有 $4 \times 5 = 20$ 種

∴ 共計有 $6 + 20 = 26$ 種走法

() 4. 丹鳳國小的禮堂右側有 2 門，左側有 3 門，試問學生進入禮堂有多少種方法？ (A) 6 (B) 5 (C) 3 (D) 2

【龍騰自命題.】

解答 B

解析 應用加法原理： $2 + 3 = 5$

() 5. 等比級數 $1 + (-\frac{1}{2}) + (\frac{1}{4}) + \dots$ 至前 6 項之和為 (A) $\frac{21}{64}$

(B) $\frac{21}{32}$ (C) $\frac{11}{16}$ (D) $\frac{5}{8}$

【龍騰自命題.】

解答 B

() 6. 圖中由兩組平行線所構成，共可決定幾個平行四邊形？



(A) 30 (B) 36 (C) 45 (D) 60

【龍騰自命題.】

解答 D

() 7. 一房間有 5 個門，若規定進出不可由同一門，則共有多少種不同的進出方式？ (A) 9 (B) 20 (C) 625 (D) 1024

【龍騰自命題.】

解答 B

解析 應用乘法原理 $5 \times 4 = 20$

() 8. 設 $y = 2^x$ 與二直線 $y = 1, y = 4$ 的交點為 M 與 N ，則 \overline{MN} 的長為 (A) 3 (B) $\sqrt{13}$ (C) 2 (D) 8

【龍騰自命題.】

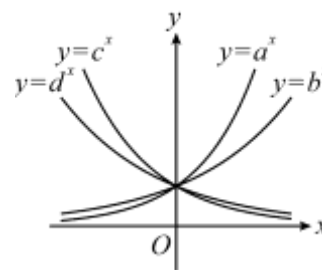
解答 B

解析 $2^x = 1 \Rightarrow x = 0$ ， M 點坐標為 $(0, 1)$

$2^x = 4 \Rightarrow x = 2$ ， N 點坐標為 $(2, 4)$

$$\overline{MN} = \sqrt{(2-0)^2 + (4-1)^2} = \sqrt{13}$$

() 9. 如圖所示，四條曲線分別為函數 $y = a^x, y = b^x, y = c^x, y = d^x$ 的圖形，則 a, b, c, d 之大小為何？



(A) $a > b > c > d$ (B) $a > b > d > c$ (C) $b > a > c > d$ (D) $b > a > d > c$

【隨堂講義補充題.】

解答 B

解析 $y = a^x, y = b^x$ 均為遞增函數， $a > b > 1$

而 $y = c^x, y = d^x$ 均為遞減函數， $1 > d > c$

故 $a > b > 1 > d > c$

() 10. $a^x + a^{-x} = 3$ ，則 $\frac{a^{3x} + a^{-3x}}{a^{2x} + a^{-2x}}$ 之值為 (A) $\frac{16}{7}$ (B) $\frac{18}{7}$

(C) $\frac{20}{7}$ (D) $\frac{22}{7}$

【龍騰自命題.】

解答 B

解析 原式 = $\frac{(a^x + a^{-x})^3 - 3(a^x + a^{-x})}{(a^x + a^{-x})^2 - 2} = \frac{3^3 - 3 \times 3}{3^2 - 2} = \frac{18}{7}$

() 11. 已知等比數列第 4 項為 45，第 7 項為 $-\frac{5}{3}$ ，則下列何者為非？ (A) 首項 $a_1 = -1215$ (B) 公比 $r = -\frac{1}{3}$ (C)

第10項 $a_{10} = -\frac{5}{81}$ (D) $\frac{5}{729}$ 為此數列的第12項

【隨堂講義補充題.】

解答 C

解析 由 $a_n = a_1 r^{n-1}$ 知 $\begin{cases} a_4 = a_1 r^3 = 45 \cdots \cdots \textcircled{1} \\ a_7 = a_1 r^6 = -\frac{5}{3} \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$

由 $\frac{\textcircled{2}}{\textcircled{1}}$ 得 $r^3 = -\frac{1}{27} \Rightarrow r = -\frac{1}{3}$

代入 $\textcircled{1}$ 式得 $a_1 = -1215$

則 $a_{10} = a_7 r^3 = \left(-\frac{5}{3}\right) \times \left(-\frac{1}{27}\right) = \frac{5}{81}$

$a_{12} = a_{10} r^2 = \frac{5}{81} \times \left(-\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{5}{729}$

() 12. $\log_9(\log_6 3) + \log_9(3 + \log_3 8)$ 之值為 (A) $\frac{1}{2}$ (B) 2 (C)

-2 (D) $-\frac{1}{2}$

【龍騰自命題.】

解答 A

解析 $\log_9(\log_6 3) + \log_9(3 + \log_3 8)$
 $= \log_9[(\log_6 3)(3 + \log_3 8)] = \log_9(3 \log_6 3 + \log_6 8) =$
 $\log_9(\log_6 216) = \log_9 3 = \frac{1}{2}$

() 13. 滿足 $0 \leq \log_2[\log_2(\log_2 x)] \leq 1$ 之整數 x 共有 (A) 10 個
 (B) 11 個 (C) 12 個 (D) 13 個

【龍騰自命題.】

解答 D

解析 由 $0 \leq \log_2[\log_2(\log_2 x)]$, 知 $\log_2(\log_2 x) \geq 1 \therefore \log_2 x \geq 2, x \geq 4$
 又由 $\log_2[\log_2(\log_2 x)] \leq 1$, 知 $\log_2(\log_2 x) \leq 2 \therefore \log_2 x \leq 4, x \leq 16$
 故 $4 \leq x \leq 16$, 共 13 個

() 14. 設 $a = 11^{12}, b = 13^{12}, c = \frac{1}{11^{12}}, d = \frac{1}{13^{12}}$, 則下列敘述何者正確? (A) $d < c < b < a$ (B) $d < c < a < b$
 (C) $a < b < c < d$ (D) $b < a < c < d$

【龍騰自命題.】

解答 B

解析 $a = 11^{12}, b = 13^{12}, c = \left(\frac{1}{11}\right)^{12}, d = \left(\frac{1}{13}\right)^{12}$

\therefore 底數 $\frac{1}{13} < \frac{1}{11} < 11 < 13 \Rightarrow$

$\left(\frac{1}{13}\right)^{12} < \left(\frac{1}{11}\right)^{12} < 11^{12} < 13^{12}$

$\Rightarrow d < c < a < b$

() 15. 設 $a = \log_6 5, b = \log_7 8, c = \log_{\pi} \pi$, 則 (A) $a > b > c$
 (B) $a < b < c$ (C) $a > c > b$ (D) $a < c < b$

【龍騰自命題.】

解答 D

解析 $a = \log_6 5 < \log_6 6 = 1 \Rightarrow a < 1$
 $b = \log_7 8 > \log_7 7 = 1 \Rightarrow b > 1$
 $c = \log_{\pi} \pi = 1$, 故 $a < c < b$

() 16. 設 $0 < a < 1$, 則對於 $y = a^x$ 圖形的描述, 下列敘述何者錯誤? (A) 與 y 軸交於 $(0, 1)$ (B) 在 x 軸的上方
 (C) 由左而右逐漸上升 (D) 與 $y = \left(\frac{1}{a}\right)^x$ 的圖形對稱於 y 軸

【龍騰自命題.】

解答 C

() 17. 已知三數成等比數列, 若三數和為 -6 , 三數乘積為 64 , 則三數的平方和為何? (A) 42 (B) 72
 (C) 84 (D) 96

【隨堂講義補充題.】

解答 C

解析 因為三數成等比數列, 可設三數為 $\frac{a}{r}, a, ar$

則 $\begin{cases} \frac{a}{r} + a + ar = -6 \cdots \cdots \textcircled{1} \\ \frac{a}{r} \times a \times ar = 64 \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$

由 $\textcircled{2}$ 可得 $a^3 = 64 \Rightarrow a = 4$ 代入 $\textcircled{1}$

$\Rightarrow \frac{4}{r} + 4 + 4r = -6 \Rightarrow 4 + 10r + 4r^2 = 0$

$\Rightarrow 2r^2 + 5r + 2 = 0 \Rightarrow (2r+1)(r+2) = 0$

得 $r = -2$ 或 $-\frac{1}{2}$

\therefore 此三數為 $-2, 4, -8$ 或 $-8, 4, -2$

故三數的平方和為 $(-2)^2 + 4^2 + (-8)^2 = 84$

() 18. 試求 $\log_3 5\sqrt{3} - \log_9 4 - \log_{\frac{1}{3}} 6 - \log_3 45 =$ (A) $-\frac{1}{2}$

(B) $-\frac{3}{2}$ (C) -2 (D) -1

【隨堂講義補充題.】

解答 A

解析 $\log_3 5\sqrt{3} - \log_9 4 - \log_{\frac{1}{3}} 6 - \log_3 45$
 $= \log_3 5\sqrt{3} - \log_{3^2} 2^2 - \log_{3^{-1}} 6 - \log_3 45$
 $= \log_3 5\sqrt{3} - \log_3 2 + \log_3 6 - \log_3 45$
 $= \log_3 \left(\frac{5\sqrt{3} \times 6}{2 \times 45}\right) = \log_3 \frac{\sqrt{3}}{3} = \log_3 3^{-\frac{1}{2}} = -\frac{1}{2}$

() 19. 滿足 $x + y + z + u \leq 6$ 的正整數解有 (A) 10 組 (B) 15 組
 (C) 84 組 (D) 210 組

【龍騰自命題.】

解答 B

解析 $x+y+z+u \leq 6, x, y, z, u$ 為正整數 $\Rightarrow x+y+z+u+t=6$
 x, y, z, u 為正整數, t 為非負整數
 $\therefore H_{6-4}^5 = H_2^5 = C_2^6 = 15$ (組)

() 20. 化簡 $\log_9 5 \times \log_{125} 49 \times \log_7 \frac{1}{27} =$ (A)-2 (B) $-\frac{3}{2}$

(C)-1 (D) $-\frac{1}{2}$

【隨堂講義補充題.】

解答 C

解析 $\log_9 5 \times \log_{125} 49 \times \log_7 \frac{1}{27}$ (換成以10為底)

$$= \frac{\log 5}{\log 9} \times \frac{\log 49}{\log 125} \times \frac{\log \frac{1}{27}}{\log 7} = \frac{\log 5}{2 \log 3} \times \frac{2 \log 7}{3 \log 5} \times \frac{-3 \log 3}{\log 7}$$

= -1

() 21. 下列何者正確? (A) $y = \log_2 x$ 的圖形通過第二象限
 (B) $y = 2^x$ 與 $y = \log_2 x$ 沒有交點 (C) $y = 2^x$ 與 $y = \log_2 x$ 圖形以 $x+y=0$ 當對稱軸 (D) $y = \log_2 x$ 一定通過點(0, 1)

【龍騰自命題.】

解答 B

() 22. 同時擲四顆相同的骰子(骰子為正六面體, 分別刻上 1、2、3、4、5、6 點), 則可能的結果有 (A)150 種 (B)144 種 (C)126 種 (D)114 種

【龍騰自命題.】

解答 C

解析 $H_4^6 = C_4^9 = 126$ (種)

() 23. 為參加全國技藝競賽, 需由推派出的 6 名男生、5 名女生中, 選出 5 位同學當選手, 若規定至少有 1 位女生, 則有多少種選法? (A)368 (B)420 (C)456 (D)462

【隨堂講義補充題.】

解答 C

解析 至少有 1 位女生
 $= 1 \text{女} 4 \text{男} + 2 \text{女} 3 \text{男} + 3 \text{女} 2 \text{男} + 4 \text{女} 1 \text{男} + 5 \text{女}$
 $= (\text{全部}) - (\text{無女生}) = C_5^{11} - C_5^6 = 456$

() 24. 在 $(2x-1)^9$ 展開式中, 共有幾項? (A) 2^{10} (B) 2^9 (C)10 (D)9

【隨堂講義補充題.】

解答 C

解析 $(2x-1)^9$ 共有 $x^0, x^1, x^2, \dots, x^9$, 共 $9+1=10$ 項

() 25. 四對夫婦圍圓桌而坐, 每對夫婦相對而坐的方法有 (A)120 種 (B)96 種 (C)72 種 (D)48 種

【龍騰自命題.】

解答 D

解析



可翻轉

夫先入座 □

$$\frac{4!}{4} \times 2^4 \times \frac{1}{2} = 6 \times 16 \times \frac{1}{2} = 48 \text{ (種)}$$

□

每對夫婦均可交換