

0102 數列級數 指數對數 排列組合

姓名 _____ 座號 _____

一、單選題 (25 題 每題 4 分 共 100 分)

() 1. 設 $i = \sqrt{-1}$ ，若級數 $\sum_{n=1}^{50} (i^3)^n = a + bi$ ，則 $a + 2b =$ (A) -1 (B) -3 (C) 1 (D) 3

【095 年歷屆試題。】

解答 B

$$\begin{aligned} \text{解析 } \sum_{n=1}^{50} (i^3)^n &= \sum_{n=1}^{50} (-i)^n = (-i) + (-i)^2 + (-i)^3 + \cdots + (-i)^{50} \\ &= [(-i) + (-1) + i + 1] + [(-i) + (-1) + i + 1] + \cdots \\ &\quad + [(-i) + (-1) + i + 1] + (-i) + (-1) \\ &= 0 + 0 + \cdots + 0 - i - 1 = -1 - i = a + bi \end{aligned}$$

$$\text{即 } a = -1, b = -1$$

$$\therefore a + 2b = -3$$

() 2. $(\frac{a}{x^2} - \sqrt{3}x)^6$ 展開後常數項的係數為 270，則 $a =$ (A) $\pm\sqrt{7}$ (B) $\pm\sqrt{5}$ (C) $\pm\sqrt{3}$ (D) $\pm\sqrt{2}$

【龍騰自命題。】

解答 D

$$\text{解析 } (\frac{a}{x^2} - \sqrt{3}x)^6 = C_0^6 (\frac{a}{x^2})^6 + \cdots + C_4^6 (\frac{a}{x^2})^2 (-\sqrt{3}x)^4 + \cdots$$

$$\text{常數項} = C_4^6 \times a^2 \times (-\sqrt{3})^4 = 270$$

$$15 \times a^2 \times 9 = 270, a^2 = 2 \quad \therefore a = \pm\sqrt{2}$$

() 3. 設 $\log 2 = 0.3010$ ，則 5^{10} 為幾位數？ (A) 9 (B) 8 (C) 5 (D) 7

【龍騰自命題。】

解答 D

$$\text{解析 } \log 5^{10} = 10 \log 5 = 10(1 - \log 2) = 10 \times 0.699 = 6.99 \quad \therefore 5^{10} \text{ 為 } 7 \text{ 位數}$$

() 4. 從 7 位籃球隊員中選 5 人上場比賽，若其中甲、乙兩人一定要上場，則共有多少種選法？ (A) 21 (B) 15 (C) 10 (D) 6

【隨堂講義補充題。】

解答 C

解析 從剩下 5 位中任選 3 位上場

$$C_3^5 = 10$$

() 5. 於 5 與 93 之間插入 7 個數，使成等差數列，則插入 7 個數之和為 (A) 336 (B) 343 (C) 350 (D) 357

【龍騰自命題。】

解答 B

解析 〈法一〉

$$\text{公差 } d = \frac{93-5}{9-1} = 11$$

$$\text{這七個數為 } 16, 27, \dots, 82, \text{ 則和為 } \frac{82+16}{2} \times 7 = 343$$

〈法二〉

$$\frac{(5+93)}{2} \times 9 - (5+93) = 343$$

() 6. 在 1 到 199 中間插入 18 個數，使這 20 個數成為一等差數列，則這 20 個數的總和為 (A) 1500 (B) 2000 (C) 2500 (D) 3000

【隨堂講義補充題。】

解答 B

() 16. 設 $a > 0$ ，若 $a^{0.3} = 1024$ ，則 $a^{0.09} =$ (A)5 (B)6 (C)7 (D)8

【隨堂講義補充題.】

解答 D

解析 $a^{0.09} = (a^{0.3})^{\frac{3}{10}} = 1024^{\frac{3}{10}} = (2^{10})^{\frac{3}{10}} = 2^3 = 8$

() 17. 若 $\log x = -3.413$ ，下列何者正確？ (A) $x > 1$ (B)首數為 -3 (C)尾數為 0.413 (D) x 為小數點後開始有連續 4 個 0 (E)尾數為 0.587

【課本練習題-自我評量.】

解答 E

解析 $\log x = -3.413 = -(3 + 0.413) = -3 - 0.413 = -4 + 0.587$

$\log x$ 的首數 $= -4$ ，尾數 $= 0.587$

() 18. 8 件相同的玩具分給甲、乙、丙 3 人，每人至少得 1 件，則方法有 (A)56 種 (B)42 種 (C)36 種 (D)21 種

【龍騰自命題.】

解答 D

解析 $H_{8-1-1-1}^3 = H_5^3 = C_5^7 = 21$ (種)

() 19. $9^{\log_3 5} =$ (A) $\frac{1}{5}$ (B)1 (C)5 (D)25

【龍騰自命題.】

解答 D

解析 $9^{\log_3 5} = 9^{\log_3 5^2} = 9^{\log_9 25} = 25$

() 20. $(x + y + z + u)^{10}$ 展開後，共有幾個不同的項？ (A)432 (B)378 (C)360 (D)286

【龍騰自命題.】

解答 D

解析 $H_{10}^4 = C_{10}^{13} = 286$ (個)

() 21. 若 $\log_{10}[\log_2(\log_3 x)]$ 有意義， x 的範圍為 (A) $x > 0$ (B) $x > 1$ (C) $x > 2$ (D) $x > 3$

【龍騰自命題.】

解答 D

解析 $\log_{10}[\log_2(\log_3 x)]$ 有意義 $\Rightarrow \log_2(\log_3 x) > 0 = \log_2 1 \Rightarrow \begin{cases} \log_2(\log_3 x) > 0 \\ \log_3 x > 0 \\ x > 0 \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} \log_3 x > 1 \\ x > 0 \end{cases} \Rightarrow x > 3$$

() 22. 方程式 $3^{2x-1} - 84 \cdot 3^{x-3} + 1 = 0$ 的解 $x =$ (A) -2 或 -1 (B) -2 或 1 (C) -1 或 2 (D) 1 或 2

【隨堂講義補充題.】

解答 C

解析 令 $t = 3^x > 0$ ， $3^{2x-1} = \frac{1}{3} \times (3^x)^2 = \frac{1}{3} t^2$

$$84 \cdot 3^{x-3} = 84 \cdot 3^x \cdot 3^{-3} = \frac{28}{9} t$$

$$\therefore \frac{1}{3} t^2 - \frac{28}{9} t + 1 = 0 \Rightarrow 3t^2 - 28t + 9 = 0$$

$$\Rightarrow t = \frac{1}{3} \text{ 或 } 9 \Rightarrow 3^x = 3^{-1} \text{ 或 } 3^2$$

$$\Rightarrow x = -1 \text{ 或 } 2$$

() 23. 三位正整數中，恰含有一個數字 2 的有 (A)220 個 (B)225 個 (C)240 個 (D)262 個

解答 B

解析 ①百位數字為 2 方法有 9×9 種（數字可重複）

②十位數字與個位數字為 2 的方法均為 $8 \times 9 = 72$ 種（0 不可為百位）

$\therefore 81 + 72 + 72 = 225$ （個）

() 24. 不等式 $(0.2)^{x^2-2x-5} < 0.008$ 的解為 (A) $-4 < x < 2$ (B) $-2 < x < 4$ (C) $x < -4$ 或 $x > 2$ (D) $x < -2$ 或 $x > 4$

【隨堂講義補充題】

解答 D

解析 $(0.2)^{x^2-2x-5} < 0.008 = (0.2)^3$

$$\Rightarrow x^2 - 2x - 5 > 3 \Rightarrow (x-4)(x+2) > 0$$

$$\Rightarrow x < -2 \text{ 或 } x > 4$$

() 25. 將 *success* 一字中的字母重新排列，則其排列數為 (A)320 (B)420 (C)520 (D)620

【龍騰自命題】

解答 B