

0101 數列級數 指數對數 排列組合

姓名 _____ 座號 _____

一、單選題 (25 題 每題 4 分 共 100 分)

- () 1. 求 $\sum_{k=3}^9 (-2) + \sum_{k=1}^9 (-1)^k =$ (A) -13 (B) -14
(C) -15 (D) -21

【隨堂講義補充題.】

解答 C

解析 $\sum_{k=3}^9 (-2) + \sum_{k=1}^9 (-1)^k$
 $= (9-3+1) \times (-2) + (-1) + 1 + (-1) + 1 + \dots$
 $+ (-1) + 1 + (-1)$
 $= -14 - 1 = -15$

- () 2. 設 $(1.02)^8$ 乘開，小數點後第一、二、三、四位分別為 a, b, c, d ，則 $a+b+c+d$ 之值為 (A) 12 (B) 13
(C) 14 (D) 15

【龍騰自命題.】

解答 D

解析 $(1.02)^8 = (1+0.02)^8$
 $= C_0^8 \times 1^8 + C_1^8 \times 1^7 \times (0.02) + C_2^8 \times 1^6 \times (0.02)^2 + C_3^8 \times 1^5 \times (0.02)^3 + \dots$
 $= 1 + 0.16 + 0.0112 + 0.000448 + \dots \approx 1.171648 \dots$
 $\therefore a=1, b=7, c=1, d=6$
 $a+b+c+d=15$

- () 3. 設一凸 n 邊形，各內角成等差數列，若公差為 4° ，最大內角為 172° ，則邊數為 (A) 12 (B) 15 (C) 18
(D) 20

【龍騰自命題.】

解答 A

解析 外角度數分別為 $8^\circ, 12^\circ, 16^\circ, \dots$ ，又外角和 $8^\circ + 12^\circ + 16^\circ + \dots = 360^\circ$
 $\Rightarrow \frac{2 \times 8^\circ + (n-1) \times 4^\circ}{2} \times n = 360^\circ \Rightarrow (n-12)(n+15) = 0 \Rightarrow n=12$

- () 4. 求 $\log_{10}[\log_5(\log_3 243)] =$ (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 4

【龍騰自命題.】

解答 A

- () 5. 試求 $1 + (-\frac{1}{3}) + (\frac{1}{9}) + (-\frac{1}{27}) + \dots$ 前 8 項之和為 (A) $\frac{656}{729}$
(B) $\frac{1640}{2187}$ (C) $\frac{6560}{6561}$ (D) $\frac{1540}{2187}$

【龍騰自命題.】

解答 B

解析 $S_8 = \frac{1 \times [1 - (-\frac{1}{3})^8]}{1 - (-\frac{1}{3})} = \frac{1640}{2187}$

- () 6. 已知 $\log M$ 的首數為 4，尾數不為 0，則 $\log \frac{1}{\sqrt{M}}$ 的首數為 (A) -4 (B) -3 (C) -2 (D) -1

【龍騰自命題.】

解答 B

解析 $\log M = 4 + k, 0 < k < 1 \Rightarrow$
 $\log \frac{1}{\sqrt{M}} = -\frac{1}{2} \log M = -2 - \frac{1}{2}k = -3 + (1 - \frac{1}{2}k)$
 \therefore 首數為 -3

- () 7. 求 $8^{\log_2(\frac{1}{3})} =$ (A) $\frac{1}{9}$ (B) $\frac{1}{27}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{6}$

【龍騰自命題.】

解答 B

解析 $8^{\log_2(\frac{1}{3})} = 2^{3 \log_2(\frac{1}{3})} = 2^{\log_2(\frac{1}{3})^3} = \frac{1}{27}$

- () 8. $(71)^{72}$ 除以 100 之餘數為 (A) 11 (B) 21 (C) 31 (D) 41

【龍騰自命題.】

解答 D

解析 $71^{72} = (1+70)^{72}$
 $= C_0^{72} \times 1^{72} + C_1^{72} \times 1^{71} \times 70 + 70^2 \times \text{正整數} \dots = 1 + 5040 + 100 \times \text{正整數}$
 $= \dots 5041$
 \therefore 除以 100 之餘數為 41

- () 9. $\log x = -5.4318$ ，則 $\log x$ 之尾數為 (A) 5.4318 (B) -0.4318 (C) 0.5682 (D) 0.4318

【龍騰自命題.】

解答 C

解析 $\log x = -6 + \frac{0.5682}{\text{尾數}}$

- () 10. 下列何者正確？ (A) $y = 2^x$ 之圖形與 x 軸相交
(B) $y = (\frac{1}{2})^x$ 之圖形與 x 軸相交 (C) $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ 之圖形與 $y = (\frac{1}{2})^x$ 之圖形相交 (D) $y = \log_2 x$ 之圖形與 y 軸相交

【龍騰自命題.】

解答 C

- () 11. 設一等比數列為 $-6, 2, -\frac{2}{3}, \dots$ ，則此數列的第 6 項為何？ (A) $-\frac{2}{243}$ (B) $\frac{2}{243}$ (C) $-\frac{2}{81}$ (D) $\frac{2}{81}$

【隨堂講義補充題.】

解答 D

解析 此等比數列 $a_1 = -6$, $r = \frac{2}{-6} = -\frac{1}{3}$

則第 6 項為 $a_1 r^5 = (-6) \times \left(-\frac{1}{3}\right)^5 = \frac{2}{81}$

- () 12. 求不等式 $\log_{0.3}(x-1) > \log_{0.3}(2x+4)$ 之解為 (A) $x > 1$
(B) 無解 (C) $x > -5$ (D) $x < -5$

【龍騰自命題.】

解答 A

解析 $\log_{0.3}(x-1) > \log_{0.3}(2x+4)$

$$\begin{cases} x-1 > 0 \\ 2x+4 > 0 \\ x-1 < 2x+4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x > -2 \\ x > -5 \end{cases} \text{ 故 } x > 1$$

- () 13. 由「1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9」九個數字中任取二個數相乘，其積為 6 的倍數之情形有 (A) 14 種
(B) 13 種 (C) 12 種 (D) 11 種

【龍騰自命題.】

解答 A

解析 $\because 6 = 2 \times 3$ 2 的倍數有 2, 4, 6, 8

3 的倍數有 3, 6, 9 將 6 另外考慮

① 一數取 2 倍數 (2, 4, 8), 另一數取 3 倍數 (3, 9)
方法 $3 \times 2 = 6$

② 一數取 6 另一數可取 1, ..., 5, 7, 8, 9 方法 $1 \times 8 = 8$

$\therefore 6 + 8 = 14$ (種)

- () 14. 甲、乙、丙、……等 6 人排成一列，下列各項排列數，何者有誤？ (A) 若任意排，有 720 種 (B) 甲排首位，排法有 120 種 (C) 乙不排末位，排法有 480 種 (D) 甲、乙同時分別排在首位及末位，排法有 24 種

【隨堂講義補充題.】

解答 C

解析 (A) 任意排： $6! = 720$ 種排法

(B) 甲排首位：剩下 5 人排列，即 $1 \times 5! = 120$ 種

(C) 乙不排末位：(任意排列數) - (乙排末位排列數)
即 $6! - 5! = 720 - 120 = 600$ 種

(D) 甲、乙同時排首及末位：
即剩下 4 人隨意排，有 $1 \times 1 \times 4! = 24$ 種

- () 15. 設 $\sum_{k=1}^{15} a_k = 10$, $\sum_{k=1}^{15} b_k = 15$, 且 $a_{16} = b_{16} = 2$, 則

$$\sum_{k=1}^{16} (2a_k + 3b_k + 1) = \text{(A) } 66 \text{ (B) } 76 \text{ (C) } 81 \text{ (D) } 91$$

【龍騰自命題.】

解答 D

解析 所求

$$= 2 \sum_{k=1}^{16} a_k + 3 \sum_{k=1}^{16} b_k + \sum_{k=1}^{16} 1 = 2 \times (10 + 2) + 3 \times (15 + 2) + 16 \times 1 = 24 + 51$$

- () 16. 設 $(67)^x = 27$, $(603)^y = 81$, 則 $\frac{3}{x} - \frac{4}{y} =$ (A) 3 (B) 0 (C) -1 (D) -2

【龍騰自命題.】

解答 D

解析 $\begin{cases} 67^x = 27 = 3^3 \\ 603^y = 81 = 3^4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 67 = 3^{\frac{3}{x}} \\ 603 = 3^{\frac{4}{y}} \end{cases}$, 故 $\frac{67}{603} = \frac{3^{\frac{3}{x}}}{3^{\frac{4}{y}}} = 3^{\frac{3}{x} - \frac{4}{y}}$

$$\therefore \frac{3}{x} - \frac{4}{y} = -2$$

- () 17. 已知 $\log 7.15 = 0.8543$, 則下列敘述何者有誤？
(A) $\log 71500 = 4.8543$ (B) 若 $\log x = -2.1457$, 則其首數為 -3 (C) 若 $\log x = -2.1457$, 則其尾數為 0.1457 (D) 若 $\log x = -2.1457$, 則 $x = 0.00715$

【龍騰自命題.】

解答 C

解析 (A) $\log 71500 = \log(7.15 \times 10^4) = \log 7.15 + \log 10^4 = 0.8543 + 4 = 4.8543$

(B) $\log x = -2.1457 = -3 + 0.8543 = \log 10^{-3} + \log 7.15$
 $= \log(10^{-3} \times 7.15) = \log 0.00715$
 \therefore 首數為 -3, 尾數為 0.8543, $x = 0.00715$

(C) $\log x = -2.1457 = -3 + 0.8543 = \log 10^{-3} + \log 7.15$
 $= \log(10^{-3} \times 7.15) = \log 0.00715$
 \therefore 首數為 -3, 尾數為 0.8543, $x = 0.00715$

(D) $\log x = -2.1457 = -3 + 0.8543 = \log 10^{-3} + \log 7.15$
 $= \log(10^{-3} \times 7.15) = \log 0.00715$
 \therefore 首數為 -3, 尾數為 0.8543, $x = 0.00715$

- () 18. 已知 $\log 2 = 0.3010$, 則 5^{40} 展開後是幾位數？ (A) 26 (B) 27 (C) 28 (D) 29

【龍騰自命題.】

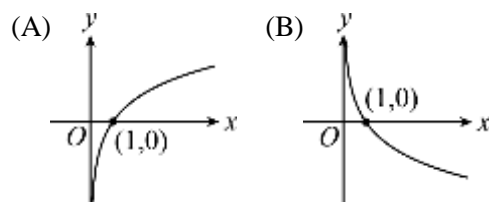
解答 C

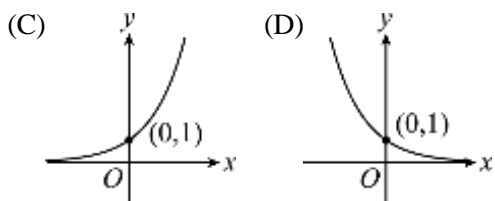
解析

$$\log 5^{40} = 40 \log 5 = 40 \log \frac{10}{2} = 40(\log 10 - \log 2) = 40(1 - 0.3010) = 27.960$$

$\therefore 5^{40}$ 為 27 + 1 = 28 位數

- () 19. 下列何者是對數函數 $y = \log_{\frac{1}{7}} x$ 的圖形？





【龍騰自命題.】

解答 B

() 20. 試比較下列各數之大小： $a = \log_{\frac{1}{5}} 2$ ， $b = \log_{\frac{1}{5}} 3$ ，

$$c = \log_{\frac{1}{5}} \frac{1}{2}, d = \log_{\frac{1}{5}} \frac{1}{3} \quad (\text{A}) b > a > c > d \quad (\text{B}) b > a > d$$

$$> c \quad (\text{C}) d > c > a > b \quad (\text{D}) d > c > b > a$$

【龍騰自命題.】

解答 C

() 21. $\sum_{k=2}^{50} \frac{1}{k(k-1)} =$ (A) $\frac{47}{48}$ (B) $\frac{48}{49}$ (C) $\frac{49}{50}$ (D) $\frac{50}{51}$

【龍騰自命題.】

解答 C

解析 $\sum_{k=2}^{50} \frac{1}{k(k-1)} = \sum_{k=2}^{50} \left(\frac{1}{k-1} - \frac{1}{k} \right)$

$$= \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \dots + \left(\frac{1}{48} - \frac{1}{49}\right) + \left(\frac{1}{49} - \frac{1}{50}\right)$$

$$= 1 - \frac{1}{50} = \frac{49}{50}$$

() 22. 試問 $(a+b+c)(d+e+f+g)$ 之展開式共有多少個不同項？ (A)7 (B)9 (C)11 (D)12

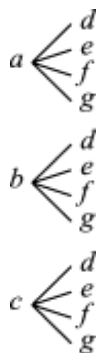
【隨堂測驗.】

解答 D

解析 $(a+b+c)(d+e+f+g)$ 展開

$$\Rightarrow 3 \times 4 = 12 \text{ 項}$$

樹狀圖：



() 23. 若 $(x+y)^n = \sum_{k=0}^n C_k^n x^{n-k} y^k$ ，則

$$C_0^{10} + C_1^{10} + C_2^{10} + \dots + C_{10}^{10} =$$
 (A) 511 (B) 512

$$(C) 1023 \quad (D) 1024$$

【隨堂講義補充題.】

解答 D

解析

$$(x+y)^{10}$$

$$= C_0^{10} x^{10} + C_1^{10} x^9 y + C_2^{10} x^8 y^2 + \dots + C_9^{10} x y^9 + C_{10}^{10} y^{10}$$

令 $x=1, y=1$ 代入上式得

$$C_0^{10} + C_1^{10} + C_2^{10} + \dots + C_9^{10} + C_{10}^{10} = (1+1)^{10} = 2^{10} = 1024$$

() 24. 試求 $C_0^6 + 2C_1^6 + 2^2 C_2^6 + 2^3 C_3^6 + \dots + 2^6 C_6^6 =$ (A) 729

$$(B) 728 \quad (C) 243 \quad (D) 242$$

【隨堂講義補充題.】

解答 A

解析

$$(x+y)^6$$

$$= C_0^6 x^6 y^0 + C_1^6 x^5 y^1 + C_2^6 x^4 y^2 + \dots + C_5^6 x y^5 + C_6^6 x^0 y^6$$

令 $x=1, y=2$ 代入上式得

$$C_0^6 + 2C_1^6 + 2^2 C_2^6 + \dots + 2^5 C_5^6 + 2^6 C_6^6$$

$$= (1+2)^6 = 3^6 = 729$$

() 25. 解 $\log_2 x = 3 - \log_2(x-2)$ ，則 x 之值為何？ (A) 2

$$(B) 4 \quad (C) 6 \quad (D) 8$$

【隨堂講義補充題.】

解答 B

解析

$$\log_2 x = 3 - \log_2(x-2)$$

$$\Rightarrow \log_2 x + \log_2(x-2) = 3 = 3 \log_2 2 = \log_2 2^3$$

$$\Rightarrow \log_2 x(x-2) = \log_2 8 \Rightarrow x(x-2) = 8$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x - 8 = 0 \Rightarrow (x-4)(x+2) = 0$$

得 $x=4$ 或 $x=-2$ (負不合， \therefore 真數 > 0)